SCIAMVS 11(2010), 53-210

Les *Prolégomènes à l'Almageste* Une édition à partir des manuscrits les plus anciens : Introduction générale – Parties I-III

Fabio Acerbi
CNRS, UMR 8163, Villeneuve d'Ascq
fabacerbi@gmail.com

Nicolas Vinel
Fondation Thiers, Paris
nicolas.vinel@dbmail.com

Bernard Vitrac
CNRS, UMR 8210, Paris
bernard.vitrac@gmail.com

Table des matières

Texte

[1]Ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων πολυχωρητότερος ὁ κύκλος[2]

Προληπτέον δὴ πρότερον ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων ἰσοπλεύρων εὐθυγράμμων καὶ κύκλοις περιεχομένων τὸ πολυγωνιώτερον μεῖζόν ἐστιν.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο εὐθύγραμμα ἰσόπλευρα καὶ ἰσοπερίμετρα τὰ ΑΒ ΓΔ καὶ ἔστωσαν κύκλοις περιλαμβανόμενα[3] καὶ[4] πολυγωνιώτερον τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ· λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ.

εἰλήφθω γὰρ τῶν περὶ αὐτὰ κύκλων τὰ κέντρα τὰ Ε καὶ[5] Ζ καὶ[6] ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ ΕΒ ΓΖ[7] ΖΔ καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν ΕΖ[8] ἐπὶ τὰς ΑΒ ΓΔ κάθετοι αἱ ΕΗ ΖΘ.

φανερὸν δὴ ὅτι μείζων[9] ἡ ΓΔ τῆς ΒΑ[10]· τὸ γὰρ αὐτὸ εἰς ἐλάττονα τῷ πλήθει διαιρούμενον, ὡς νῦν ἡ τοῦ πενταγώνου διαίρεσις ἐλάττων οὖσα τῷ πλήθει τῆς τοῦ ἑξαγώνου διαιρέσεως, εἰς μείζονα τῷ μεγέθει διαιρεῖται· ἔστι δὲ τὸ αὐτὸ διὰ τὸ ἰσοπερίμετρα δεδόσθαι εἶναι[11] ἀμφότερα· καὶ ἡ ΓΘ ἄρα τῆς ΑΗ μείζων ἐστί. κείσθω τῇ ΑΗ ἴση ἡ ΘΚ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΚ. ἐπεὶ οὖν ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ΓΔ, ὃ[12] μέρος ἐστὶν ἡ ΓΔ[13] τῆς ὅλης περιμέτρου τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τὸ κατὰ τὴν ΓΔ[14] τμῆμα τοῦ περὶ τὸ ΓΔΟΞ[15] κύκλου<. ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ὅλην περίμετρον οὕτως τὸ κατὰ τὴν ΓΔ τμῆμα τοῦ κύκλου>[16] πρὸς ὅλον τὸν κύκλον, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΓΖΔ γωνία πρὸς δ ὀρθάς. ἴση δὲ ἡ τοῦ ΓΔΟ[17] περίμετρος τῇ τοῦ ΑΒΠ[18]· ὡς ἄρα ἡ ΓΔ[19] πρὸς τὴν ΑΒΠ περίμετρον[20] οὕτως ἡ ὑπὸ ΓΖΔ πρὸς δ ὀρθάς[21]· ἀλλ' ὡς[22] ἡ τοῦ ΑΒΠ περίμετρος[23] πρὸς τὴν ΑΒ[24] [25]οὕτως[26] τέσσαρες

[1] ἐκ τῶν ζηνοδώρου σχολίων ὡς ἱστορεῖ ὁ θέων ἐν τῷ εἰς τὴν σύνταξιν ὑπομνήματι ἐποίησε δὲ ὁ πάππος βιβλίον ὅλον περὶ τοῦ προκειμένου προβλήματος in marg. sup. scholium m. 1 V.
[2] omnes titulos in textu ins. N : varios tit. habet Lat.
[3] οὐ γὰρ πάντα τὰ ἰσόπλευρα εὐθύγραμμα κύκλοις περιλαμβάνονται οἷον οἱ ῥόμβοι καὶ τὰ τοιαῦτα in marg. scholium m. 1 V.
[4] post καὶ suprascr. ἔστω m. 2 P.
[5] καὶ] om. N : *et* Lat.
[6] καὶ] om. S : *et* Lat.
[7] ΓΖ] ΖΓ fecit ex ΓΖ m. 2 P : *gz* Lat.
[8] post ΕΖ suppl. κέντρων m. 2 P.
[9] post μείζων suprascr. ἐστὶν in comp. m. 2 P.
[10] ΒΑ] ΑΒ post ras. m. 2 P.
[11] εἶναι] codd. : εἴδη con. Hultsch.
[12] ΓΔ ὃ] ΓΔΟ VSN : ΓΔ ὃ corr. ex ΓΔΟ m. 2 P : *gdo* nonnulli codd. Lat.
[13] post ΓΔ περιφέρεια in marg. in comp. add. m. 2 P.
[14] ΓΔ] Δ post lac. 1 litt. m. 1 V : ΓΔ marg. m. rec. V : ΟΔ S : ΑΔ N : ΓΖΔ ex ΓΔ fecit m. 2 P : *gd* Lat.
[15] ΟΞ] ὅλου sed λου ex litt. eras. fecit m. 2 P : *oz* Lat sed *z* om. nonnulli codd.
[16] ὡς ἄρα — κύκλου] lac. explevimus.
[17] ΓΔΟ] ΓΔ ⊙ȣ ex ΓΔΟ fecit m. 2 P : *gdo* Lat.
[18] ΑΒΠ] ΑΒ περιμέτρου ex ΑΒΠ fecit m. 2 P.
[19] post ΓΔ in marg. add. περιφέρεια m. 2 P.
[20] ΑΒΠ περίμετρον] ΑΒ περιφέρειαν ex ΑΒΠ περίμετρον fecit m. 2 P.
[21] πρὸς δ ὀρθάς] γωνία suppl. et τὴν ὑπὸ ΑΕΒ ex litt. eras. fecit m. 2 P.
[22] ὡς] suprascr. m. 1 N.
[23] ΑΒΠ περίμετρος] ⊙ȣ ex Π et περιφέρεια ex περίμετρος fecit m. 2 P.

Traduction

Que le cercle est plus spacieux[1] que les figures isopérimétriques

[*Théorème 1* (120.2-121.17)]

Il faut certes établir d'abord[2], comme préalable, que la <figure> plus polygonale[3] est plus grande que les <figures> rectilignes isopérimétriques équilatérales et contenues dans des cercles[4].

En effet, que soient proposées[5] deux <figures> rectilignes équilatérales et isopérimétriques AB ΓΔ et qu'elles soient entourées par des cercles[6] et soit AB plus polygonale que ΓΔ : je dis que AB est plus grande que ΓΔ.

En effet, que soient pris les centres des cercles autour d'eux, E et Z, et que soient jointes des <droites> EA EB ΓZ ZΔ, et que soient menées, à partir des centres E Z, des <droites> EH ZΘ perpendiculaires à AB ΓΔ.

Dès lors, il est évident que ΓΔ est plus grande que BA –[7] car la même chose, divisée en <parties> plus petites quant à la multitude, comme ici la division du pentagone qui est plus petite quant à la multitude que la division de l'hexagone[8], est divisée en <parties> plus grandes quant à la grandeur – et il s'agit de la « même chose » à cause de ce que l'une et l'autre <figures> ont été données comme étant[9] isopérimétriques – ; ΓΘ est donc aussi plus grande que AH. Que soit placée, égale à AH, une <droite> ΘK et que soit jointe une <droite> ZK. Puisqu'alors ΓΔ est équilatéral, cette partie que ΓΔ est du perimètre tout entier, la même partie l'est le segment sur ΓΔ[10] du cercle autour de ΓΔΟΞ[11]. <Comme ΓΔ relativement au périmètre tout entier, ainsi est donc le segment du cercle sur ΓΔ>[12] relativement au cercle tout entier, c'est-à-dire l'angle ΓZΔ relativement à 4 droits[13]. Et le périmètre de ΓΔΟ est égal à celui de ABΠ ; comme ΓΔ relativement au périmètre ABΠ, ainsi est donc <l'angle> ΓZΔ relativement à 4 droits ; mais comme le périmètre de ABΠ relativement à AB, ainsi sont quatre droits relativement à AEB ; et à égalité de rang donc[14], comme ΓΔ relativement à AB, est <l'angle> ΓZΔ relativement à AEB ; et les moitiés[15], comme ΓΘ relativement à AH, c'est-à-dire relativement à ΘK, est donc ΓZΘ relativement à AEH. Et ΓΘ relativement à ΘK a un rapport plus grand que ΓZΘ relativement à KZΘ, comme il sera démontré ; ΓZΘ relativement à AEH a donc aussi un rapport plus grand que relativement à KZΘ[16]. Et celle relativement à laquelle la même <grandeur> a un plus grand rapport, <celle-là> est plus petite[17] ; AEH est donc plus petit que KZΘ. Et <l'angle> en H est égal à celui en Θ – car chacun des deux est droit – ; <l'angle> EAH restant est donc plus grand que ZKΘ. Dès lors, que soit construit en K un <angle> ΛKΘ égal à EAH[18] et que KΛ rencontre ΘZ prolongée selon Λ ; ΛKΘ est donc équiangle à EAH. Et comme AH relativement à HE, est ΘK relativement à ΘΛ[19], et de manière alterne[20] ; et AH est égale à KΘ ; EH est donc aussi égale à ΘΛ[21], de sorte que EH est plus grande que ΘZ. Et le périmètre est égal au périmètre ; le <rectangle contenu> par le périmètre de AB et EH est donc plus grand que celui <contenu> par le