SCIAMVS 3 (2002), 127–192

A Paraphrased Latin Version of Euclid's *Optica* A Text of *De visu* in MS Add.17368, British library, London

Ken'ichi Takahashi
Graduate School of Social and Cultural Studies Kyushu University, Japan

Takako Mori
Faculty of Education Ehime University Japan

Youhei Kikuchihara
Graduate School of Social and Cultural Studies Kyushu University, Japan

I Introduction

The present article provides for the first time a paraphrased version of Euclid's *De visu* which is a Latin translation of his *Optica*. It has already been acknowledged that there are many versions of it. Out of thirty-three MSS now known to be extant, Lindberg[1975] distinguishes seven versions according to the difference of *incipits* for definition 1 and proposition 1. Moreover, he notices that some manuscripts have alternative enunciations for one or more of their propositions, which are drawn from *De radiis visualibus*, the most popular Arabo-Latin translation of Euclid's work. Our manuscript of *De visu*, which is contained in MS Add.17368, British library, London, belongs to this category of manuscripts. In order to investigate the historical significance of our manuscript, let us begin by picking out those manuscripts of this type from Lindberg[1975], which may be arranged in chronological sequence.

MSS of *De visu* with alternative enunciations drawn from *De radiis visualibus*

- **Version 1 (6 MSS out of 21)**

  #1. London, British Museum, MS Add. 17368, fols.60r-69r. 12th c.

  #2. Oxford, Bodleian Lib., MS Auct. F. 5.28, fols. 17(57)r-24(64)r. 13th c.

  #3. Oxford, Bodleian Lib., MS Corpus Christi Coll. 251, fols. 1r-7v. 13th c.

  #4. Venice, Bibl. Naz. Marciana, MS Zanetti Lat. 332 (Valentinelli XI.6), fols.242r-251v. 13th c.

  #5. Erfurt, Wissensch. Bibl., MS Ampl. Q.385, fol. 210r. 14th c. Fragment

  #6. Leeuwarden, Provinciale Bibl., MS B.A.Fr.57, fols.59r-68r. 15th c.

- **Version 2 (1 MS out of 1)**

  #7. Cambridge, Gonville and Caius Coll. Lib., MS 504/271, fols. 86v-93v. 13th c.

- **Version 3 (1 MS out of 1)**

  #8. Milan, Bibl. Ambrosiana, MS T.91 sup., fols. 39r-49r. 13th c.

- **Version 5 (2 MSS out of 2), edited by Aimar (also entitled *De linea visuali*)**

  #9. Oxford, Bodleian Lib., MS Corpus Christi Coll. 283, fols. 163r-165v. 12th-13th c.

  #10. Seville, Bibl. Colombina, MS 7.6.2, fols. 43(44)v-54(55)r. 13th c.

- **Version 6 (6 MSS out of 7), edited by Witelo (?), fl.1270.**

  #11. Milan, Bibl. Ambrosiana, MS R.47 sup., fols. 133r-148r. 13th c.

  #12. Florence, bibl. Riccardiana, MS 885, fols. 132r-143v. 14th c.

  #13. Paris, Bibl. Nat., MS Lat. 7366, fols. 90v-97v. 14th c.

  #14. Vatican, Bibl. apost., MS Vat. Lat. 3102, fols. 37v-50r. 14th c.

  #15. Paris, Bibl. Nat., MS Lat. 10252, fols. 159(154)v-172(167)r. 1476.

  #16. Vienna, Osterr. Nat. bibl., MS 5303, fols. 32r-41v. 15th-16th c.

- **Version 7 (1 MS out of 1)**

  #17. Lisbon, Bibl. Nac., MS Geral 2299, fols. 160v-161v. 14th c. Incomplete.

The above list shows us that the manuscripts containing enunciations drawn from *De radiis visualibus* amount to half the total number of manuscripts of *De visu*, and include probably the oldest one. Moreover, the Latin translation of *Optica* was made from Greek, not from Arabic, as is clearly shown by the publication of the Latin text in Heiberg[1895] and Theisen[1972][1979]. The coexistence of Greco-Latin and Arabo-Latin texts in the oldest manuscript is so significant that it invites us to look at it closely and publish its text separately.

Let us start with the contents of British Library, Add. 17368. This is a composite manuscript consisting of six codices [A-F] written by different hands at different dates and of the following treatises [1-8][1] :

[1]We owe the detailed philological information of this manuscript to Prof. Charles Burnett, the Warburg Institute, Univ. of London. He kindly informed us that treatise [2] was identified by Fritz Saaby Pedersen, but we have had no time to consult his study.

A [1] fols. 1r-19r: Bernard of Verdun, Astronomy

B [2] fols.20r-35v: Astronomical Tables, related to the Toledan Tables

C [3] fols.36r-51v: Johannes de Presorio, Astronomical Calendar

D [4] fols.52r-59v: John Pecham, *Perspectiva communis*

E { [5] fols.60r-69r: Euclid, *De visu*
[6] fol.69v: Archimedes, *De quadratura circuli*
[7] fols.70r-71r: Euclid, *De speculis*

F { [*] fols.71v-74r: blank
[8] fol.74v: Definitions of musical terms

Items [5], [6] and [7] all belong to the same codex, consisting of two quires of 8 folios each with one folio missing in the second quire. The first quire has the number '.xlii.' written vertically at the edge of its last page, which may suggest that originally it was the 42nd quire or fascicle of a larger collection. Among those treatises, [4][6] and [7] are fully analyzed respectively in Lindberg[1970], Knorr[1990], and Takahashi[1992]. However, treatise [5] has not yet received full examination. In his collated edition of *De visu*, Theisen[1979] consulted the portion of our manuscript occasionally, but did not pay much atttention to it, since his purpose was to produce the Greco-Latin translation of the text, not a paraphrased version of it. This is clearly evidenced by the fact that our manuscript does not appear in his final stemma of MSS, although he acknowledged that the manuscript was the oldest.[2] In passing, it is also worth noting that if version 1 as designated by Lindberg is meant to be a Latin translation of the Greek text, our manuscript does not belong to version 1, because this is a redaction made from version 1 as will be clear from our text below.

I.1 The Status of our Manuscript in the Medieval Latin Optical Tradition

As stated above, our manuscript has a text of Greco-Latin and Arabo-Latin origins. It is convenient for our better understanding to survey beforehand the textual traditions in Greek, Arabic and Latin. For this purpose, it may be best to make

[2]For his stemma, see Theisen[1979, 60]. For the date of codex E, we benefited greatly from Prof. William J. Coutenay, the University of Wisconsin-Madison, USA, who examined the reprint of the portion at our request: According his judgement, codex E may have been written either before the first half of the 13th century or even much earlier, although Clagett[1964, xxvii] ascribed it to "late 13 or early 14c." Theisen[1979, 52] also admits its ascription to the 12th century, though on different reasons.

a correspondence table for the definitions (or postulates) and propositions of *Optica*. We benefited greatly from Rashed[1997] and Kheirandish[1999] for making our table.[3]

Sigla

Greek Text[4]	**A**: the so-called genuine version of *Optica* [ed. Heiberg[1895], pp.1-121]
	B: the so-called Theonine version of *Optica* [ed. Heiberg[1895], pp.143-247]
Arabic Text	**M**: *Kitāb al-Manāẓir*, the Arabic Translation of *Optica* [ed. Kheirandish[1999]]
	K: the Version Commented by al-Kindī [ed. Rashed[1997]]
	T: the Redaction by al-Ṭūsī [cf. Rashed[1997]]
	J: the Redaction by Ibn Abī Jarrāda [cf. Rashed[1997]]
Latin Text	**V**: *De visu*, the Latin translation of *Optica* [ed. Theisen[1979]]
	Our MS: manuscript #1 listed above

In the following table of correspondences, the asterisk attached to the Latin proposition number indicates that it has an alternate enunciation drawn from *De radiis visualibus*, for whose text we consulted Theisen[1972]. Those enunciations are differentiated in our text usually as "*Habet alia translatio*"; the corresponding proposition of the *De radiis visualibus* is indicated in the edition that follows, for example, as [RV1]. For the Latin text V, our information is drawn from Theisen[1979] for proposition 10 and thereafter, and from our inspection of MSS #2 and #4, the chief witnesses of V, for propositions 1-9.

Correspondence Table of Definitions (or Postulates) & Propositions of *Optica*

Greek Text		**Arabic Text**				**Latin Text**	**Our Latin MS #1**
A	**B**	**M**	**K**	**T**	**J**	**V**	
none	Introduction	none	none	none	none	none	none
Definition	Definition	Definition	Definition	Definition	Definition	Definition	Postulate
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	none	none	5	none	5	5
6	6	none	none	6	none	6	6
7	7	4	4	7	4	7	7
none	none	none	none	none	none	8	none
none	none	none	none	none	none	9	none

[3]See Rashed[1997, 10-13] and Kheirandish[1999, vol.II, xxxiii-xxxiv].

[4]For this designation of Greek texts, A and B, we follow Knorr's proposal in Knorr[1994].

Greek Text		Arabic Text				Latin Text	Our Latin
A	**B**	**M**	**K**	**T**	**J**	**V**	**MS #1**
Proposition	Proposition	Proposition	Proposition	Proposition	Proposition	Proposition	Proposition
1	1	1	1	1	1	1	1*
2	2	2	2	2	2	2*	2*
3	3	3	3	3	3	3	3*
4	4	4	4	4	4	4*	4
5	5	5	5	5	5	5	5*
6a	6a	6	6	6	6	6*	6*
6b	6b	7	7	7	7	7*	7*
7	7	8	8	8	8	8*	8
8	8	9	9	9	9	9	9
9	9	10	10	10	10	10*	10*
10	10	11	11	11	11	11*	11
11	11	12	12	12	12	12*	12*
12	12	13	13	13	13	13*	13*
13	13	14	14	14	14	14*	14*
14	14	15	15	15	15	15*	15*
15	15	16	16	16	16	16*	16*
16	16	17	17	17	17	17*	17*
17	17	18	18	18	18	18	18*
18	18	19	19	19	19	19*	19*
19	19	20	20	20	20	20	20*
20	20	21	21	21	21	21	21*
21	21	22	22	22	22	22	22
22	none	23	23	23	23	23	23*
22 aliter 1	none	none	none	none	none	23 aliter 1	23 aliter
22 aliter 2	22	none	none	none	none	23 aliter 2	none
none	none	none	none	none	none	24	none
none	none	none	none	none	none	25	24*
23	23	24	24	24	24	26*	25*
24	24	25	25	25	25	27	26*
25	25	26	26	26	26	28	27*
26	26	27	27	27	27	29	28
27	27	28	28	28	28	30	29
28	none	29	29a	29	29	31	30* & 31
28 aliter	28	30	none	30	30	32	none
29	29	31	29b	31	31	33	32*
30	30	32	30a	32	32	34*	33*
31a	31	33	30b	33	33	35a	34
31b	none	none	none	none	none	35b	none
32	32	34	31	34	34	36*	35
33	33	35	32	35	35	37	36
34a	34	36	33	36	36	38	37a
34b	35a	37	34	37	37	39a	37b
34c	35b	none	35a	none	none	39b	37c
35 Enunc.	36 Enunc.	38 Enunc.	35b	38	38	40	38
35a	36abc	39	36a	39	39	40a	38a
35b	none	none	36b	none	none	40b	38b
35c	36d	40	37a	40	40	40c	38d
35d	36e	41	37b	41	41	40d	38c
36	37	42	38	42	42	41	39
37a	41	43a	39	43	43	42a	40
37b	none	none	none	none	none	42b	none
38	42	43b & 48	40 & 44	43b & 48	43b & 48	43	41
39a	38a	44	41a	44	44	44a	42
none	none	none	41b	none	none	none	none
none	none	none	41c	none	none	none	none
39b	38b	45a	42a	Part of 44	44	44b	none

Greek Text		Arabic Text				Latin Text	Our Latin
A	B	M	K	T	J	V	MS #1
none	none	none	42bc	none	none	none	none
40a	40a	45b	43a	47	47	45a	43
40b	40b	46	43b	46	46	45b	none
none	40c	47	43c	45	45	none	none
41	39	49	45	49	49	46	44
42a	none	none	none	none	none	47a	45a
42b	none	none	none	none	none	47b	none
42 aliter	43	50	50	50	50	47c	none
43	44	51	46	51	51	47d	45b
44	none	52	47	52	52	48	46
44 aliter	45	none	none	none	none	48 aliter	46 aliter
45	46	54	49	54	54	49	47
46	none	53	48	53	53	50	48
47	47	55	51	55	55	51	49
48	48	none	none	none	none	52a	50a
49	none	56	52	56	56	52b	50b
50	49	57	53	57	57	53	hereafter lacking
51	50	58	54	58	58	54	
52	51	none	none	none	none	55	
53	52	59	55	59	59	56	
54	53	none	none	none	none	57	
54 aliter 1	none	60	none	60	60	57 aliter 1	
54 aliter 2	none	none	none	none	none	57 aliter 2	
55	54	61	Part of 56	61	61	58	
56	55	62	none	62	62	59	
57	56	63	none	63	63	60	
58	57	64	59	64	64	61	

Some peculiar features of the Latin texts appear from the table. Let us focus our attention on the following: (1) additions of definitions 8 and 9 in *De visu*, and their absence in our MS, (2) the development of the last part of Prop.6 in the Greek text into an independent Prop.7, (3) the addition of Props.24 and 25 in *De visu*, and the absence of the former in our MS, (4) Prop.28 of the Greek text and its treatment in the Latin texts, and (5)appearances of some propositions with additional Arabo-Latin enunciations.

(1) It is beyond any doubt that definitions 8 and 9 were added for the first time in the Latin text, since there are no corresponding ones in the Greek and Arabic texts. These read as follows:

Def. 8: Omnes visus equeveloces esse.
Def. 9: Non sub quocumque angulo rem videri.

Out of seventeen manuscripts listed above in the preceding section, eight are now available to the authors: #1, #2, #3, #4, #7, #8, #9, and #11; these practically exhaust the earlier manuscripts. These additional definitions are found in #3, #4,

#7, #8, and #11.[5] As for manuscript #2, which serves as the chief witness of *De visu* in Theisen[1979], although it lacks the first eight and a half propositions and begins in the middle of the ninth proposition, we have every reason to believe that it may have originally had these two definitions, because #4 is so faithful to #2 in reproducing propositions and marginal glosses that #4 can be regarded as a reliable witness to the missing portion of #2.[6] Therefore, #1 and #9 are the only manuscripts that do not have the additional definitions and are in a sense faithful to the Greek text. This fact is significant for establishing the chronological sequence between the earlier manuscripts, because #1 and #9 are legitimately conjectured to be prior to the rest. Moreover, it may be useful to note that these two are thought of as having their origins in the twelfth century whereas the rest are of the thirteenth century or later, which accords well with our conjecture.

(2) The second half of Greek proposition 6 becomes proposition 7 in the Latin. This is also true for all the Arabic versions. Where does the enunciation of Latin Prop.7, which is absent in the Greek text, come from? The question is easy to answer. It comes from the Arabo-Latin version of *Optica*. The text is drawn from *De radiis visualibus*, and the wording is the same as the latter. Therefore, it is not strange to find used such words as "*latitudo*" and "*secundum visionem*" in Prop.7 which are not found in any of the other propositions of our text. This indicates that the translation of the Greek text into Latin may have been executed in an area where both Greek and Arabic texts were available. This impression will be reinforced in what follows.

(3) The *De visu* has the additional propositions numbered as 24 and 25 immediately before the Greek proposition 23[=V26]. Neither of these is found in the Arabic texts. Therefore these additions are unique to the Latin. Let us first look at Prop.25, which is found also in our manuscript. The enunciation reads: *Longior radius ad speram proveniens quasi linea contingens erit.* The provenance of this proposition is clear. This is nothing but a proposition of the Arabo-Latin text, namely [RV24]. The addition of this proposition to the Greco-Latin text is easy to understand, because it is closely related to the subsequent Greek proposition 23[=V26] so that the former would give a good introduction to the latter. The similarity of the figures in [V25] and [V26] reinforces our interpretation. In this connection it is worth mentioning that the internal cross referencing of propositions is not correct, giving consistently

[5] MS #11 has the following additional comment to def. 8: Omnes visus equeveloces esse, qui scilicet secundum equales lineas deferuntur. Non autem sunt equeveloces qui secundum inequales lineas deferuntur.

[6] This is Theisen's judgement, with which we agree. See Theisen[1979, 57]. The close relationship between MSS #2 and #4 is also confirmed for *De speculis* which is customarily combined with *De visu* in the same codex. See Takahashi[1992, 78f and 99f].

the number less by one. For example, in Prop.33 our text gives a wrong reference to Prop.24[=V25] instead of the correct Prop.25[=V26], which is shown in our text as "per XXIIII$^{\text{am}}$[*lege* XXV$^{\text{am}}$] presentis." This is probably caused by the introduction of the Arabo-Latin proposition into the Greco-Latin version.

However, the addition of Prop.24 is not so easy to understand, since our manuscript #1 as well as #9 does not have it. The enunciation of the Latin proposition 24 reads as follows:

> [V24] Si in eo plano in quo est oculus ponatur periferia, non tota apparet semicircumferentia.

The accompanying figure looks the same as that of the second alternative proof of the Greek proposition 22[=V23], the enunciation of which reads in our text as follows: *Si in eo plano in quo occulus est circuli periferia ponatur, ea circuli periferia recta linea apparet.* Once we have [V25], then [V24] would be unnecessary or redundant, because the latter would be automatically deduced from the former. And our manuscript #1 as well as #9 does not have [V24]. It may be that some later incompetent scholar added this on account of its close similarity to the second alternative proof of [V23].

At any event, it is very important that [V25], which derives from *De radiis visualibus*, is included in the Greco-Latin versions, including the earliest copies of our #1 and #9. This fact strengthens once again our conjecture that the Latin *De visu* may have been produced at the same place where the Arabo-Latin version was produced, or at least available, at an earlier phase of transmission.

(4) As is evident from the correspondence table, proposition [V31] of the Latin text corresponds to proposition [A28] of the Greek text, while the alternative proof of the latter corresponds to proposition [V32] of the former. What surprises us most is that the enunciation of [V32] was originally the last part of [A28], insisting that the same conclusions which are proved for the sphere seen by *two* eyes in [V27-29] can be drawn for the cylinder seen by *two* eyes. For convenience's sake, let us cite them:

> [V31] Chilindro qualitercumque sub uno oculo viso minus hemichilindro videbitur.
> [V32] Si sub duobus oculis chilindrus videatur, manifestum quoniam et in eo contingent que in spera.

However, the proof in [V32] is the same as the alternative proof of [A28] valid for the cylinder seen by *one* eye, so that there is no relevance between the enunciation and the proof of [V32]. In this regard, #9 follows the pattern of the Greco-Latin version. However, the author of our MS #1 was intelligent enough to make a new proof of his own suitable for the wrongly inserted enunciation of [V32], thus successfully reducing the logical gap between them.

(5) We have come to the most important and final point of our argument. Some enunciations of Arabic origin are coexistent with the Greek ones. Let us recall the propositions with two enunciations of different origin. For our present purpose it suffices to show them in tabular form just for three chief texts: MS #2 which is the chief witness for establishing the Greco-Latin text in Theisen[1979], our MS #1, and MS #9 which seems to resemble our manuscript more closely than any other witness, as argued in section (1).

Propositions with additional Arabo-Latin enunciations (*) and without them (/)[7]

Prop. # in V	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
MS #2	/	*	/	*	/	*	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	/	*	/
MS #1	*	*	*	/	*	*	*	/	/	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*
MS #9	*	*	*	*	*	*	*	*	/	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Prop. # in V	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37 ∼ 61
MS #2	/	/	/	/	/	*	/	/	/	/	/	/	/	*	/	*	/ / /
MS #1	*	/	*	N	*	*	*	*	/	/	*	N	*	*	/	/	/ / /
MS #9	*	*	*	N	*	*	*	*	*	*	*	N	*	*	*	*	/ / /

where N means a proposition that has no counterpart in V.

The table above shows that Theisen's following description is not correct: "Their appearance in so many of the *Liber de visu* manuscripts is probably due to the influence of *L* (our MS #2) rather than to the wide circulation of the Arabo-Latin version. That this is a sound conclusion is clear from the fact that in the other *Liber de visu* manuscripts the only alternate forms of the enunciations are those already found in *L*."[8] Although it may be right to assume that the Arabo-Latin version did not enjoy a wide circulation, the coexistence of two different enunciations in a proposition may reasonably be considered to be a result of the earlier existence of such amalgamated texts as #1 and #9.

In addition, there is an interesting difference between MS #2 on the one hand and MSS #1 and #9 on the other. In MS #2 alternate enunciations are written down as marginal glosses, whereas in MSS #1 and #9 they are incorporated in the text.

In order to avoid confusion, we have to point out that the proofs given in #1 and #9 are so different that they belong to distinct versions. The following examples taken at random will amply show this:

[7] A short remark is necessary for Props.V37∼V61: MS #2 has all of them, whereas MS #1 lacks Props.V53∼V61 and MS #9 lacks Props.V37∼V45.

[8] See Theisen[1979, 58].

MS #1	MS #9
[1] Nullum visorum simul videtur totum. Habet alia translatio:[RV1] In eodem instanti non videri plura.	[1] Nullum visorum simul videtur totum. In alia translatione habetur:[RV1] In eodem instanti non videri plura.
[V1] Esto enim visum quidem AD, oculus vero esto B, a quo incidant visus BA, BG, BK, BD. Igitur quoniam in distantiam feruntur incidentes visus, non quidem incidunt continue ad AD. Quare fieret et in AD spatio ad quem visus non incident. Non ergo videbitur simul totum AD. Videtur autem videri visibus velociter transportatis.	Cuius hec est ratio. Sit visus B, oculus A, a quo incidant visus C, D, E, F ad 4 diversas notulas B. Cum ergo illi radii in ordine progrediantur, prius concidit unus in rem visam postea alius. Non ergo simul videbitur totum B. Videtur autem videri visibus velociter transportatis.
[3] Unumquodque visorum habet longitudinem spatii quo facto iam non videbitur. Alia translatio habet: [RV3] Cuiuslibet visibilis per elongationem terminari visum.	[3] Unumquodque visorum habet longitudinem spatii quo facto iam non videtur. Alia translatio: [RV3] Cuiuslibet visibilis per elongationem terminari visum.
Esto oculus B, res visa GD. Dico quod GD in aliquo spatio factum iam non videbitur. Fiat enim GD in intermedio spatio visuum in quo K. Igitur cum a B ad K visus non accidat, non videtur GD. Quia ad quod visus non accidunt, illud non videtur. Vel aliter [RV3]: quanto enim res magis removetur, sub minori angulo videtur, qui tam diu diminuitur donec linee eum continentes velud in unam redigantur. Linee vero terminus est punctus, qui cum sit invisibilis, quod videbatur propinquius iam non videtur remotius. Unumquodque ergo visorum habet longitudinem spatii quo facto iam non videbitur.	Quanto enim res magis removetur sub minori angulo videri qui tam diu diminuitur donec linee illum angulum continentes concurrant et in unam redigantur. Linee vero terminus est punctus qui cum sit invisibilis qui videbatur propinquius iam non videtur remotius ut docet prior dispositio.

Let us summarize our argument so far. The lack of Defs. 8 and 9 as well as Prop.V24 strongly suggests that our MS #1 along with MS #9 belongs to the earliest phase of the Euclidean optical tradition in the Latin West, well before the standard Latin text became established. Moreover, our MS has many Greco-Latin propositions accompanied by those Arabo-Latin enunciations included in the text itself, not in marginal glosses. And we find in our MS a new Prop.V25, which is not in the Greek text, but derives from the Arabo-Latin translation of *Optica*. These facts seem to indicate that the Greek text itself may have been translated and studied in an intellectual atmosphere where the Arabic text or its translation were ready at hand. One of the most probable candidates for such translating activity is twelfth-century Sicily, where Greek, Arabic and Latin were officially used.[9] One of us has proposed a hypothesis of positing "the Sicilian school of translators" in his study of the Latin traditions of *De speculis*.[10] In our understanding, our MS of *De visu*, a companion volume to *De speculis*, indicates the same line of interpretation.

I.2 Some Salient Features of Our Paraphrased Version

Now let us consider the paraphrase itself. As is generally true for paraphrased versions made from any Latin translation of a Greek text, the enunciations are usually left substantially untouched, whereas the proofs are vitally changed. In this respect, our manuscript is somewhat different from the medieval stereotype of paraphrasing. To show this, we have made a table of comparisons for some propositions that have different readings from those of *De visu*, disregarding minor differences and omissions. By glancing at the table, one can easily realize that the sentences of our MS are more natural Latin than their counterparts, which sometimes become clumsy on account of the word for word translation technique of the twelfth century. See especially [V26], [V28], [V36], and [V43] and their paraphrasing in our MS. It is also worth noting that the transliterated word in [V41], "parespamini," is correctly changed into "parespasmeni," since the original word is "παρεσπασμένοι." This probably means that the author of our text has had a chance to consult a Greek text and/or knew Greek.

[9] Our conjecture is contrary to Theisen's. According to Theisen[1979, 52], with no reasonable reasons given, our manuscript #1 "was written in England between 1150 and 1170." But such a too narrow specification of date and place seems to us less plausible. We hope that our proposal will open up a new possibility of historical investigation.

[10] See Takahashi[2001b].

A Table of Comparison for Enunciations

***De visu* in Theisen[1979]**	**Our MS #1**
[Postulate 7] Sub pluribus autem angulis visa perspicatius videri.	[Postulate 7] Sub pluribus autem angulis visa perspicatius intueri.
[V2] Equalium magnitudinum in distantia iacentium propius <*om.*> iacentia perspicatius videntur.	[2] Equalium magnitudinum in distantia iacentium propius posita iacentia perspicatius videntur.
[V3] Unumquodque visorum habet longitudinem spatii quo facto non iam videtur.	[3] Unumquodque visorum habet longitudinem spatii quo facto iam non videbitur.
[V8] In eadem recta existentes magnitudines equales non deinceps ad invicem posite <*om.*> inequaliter sub oculo distantes, inequales apparent.	[8] In eadem recta existentes equales magnitudines non deinceps ad invicem posite et inequaliter ab oculo distantes, inequales apparent.
[V22] Datam longitudinem quanta est reperire.	[22] Datam longitudinem quanta est invenire.
[V25] Longior radius ad speram proveniens quasi linea contingens erit.	[24] Longior radius ad speram perveniens quasi linea contingens erit.
[V26] Spere qualitercumque vise sub uno oculo minus hemisperio semper apparet, eaque visa spere pars sub circulo periferia apparet.	[25] Spere qualitercumque sub uno occulo vise minus semper hemisperio apparet, eaque visa spere pars sub circulo contenta apparet.
[V27] Oculo accedente propius spere minus erit quod videtur, videtur autem magis videri.	[26] Oculo accedente propius spere minus erit quod videbitur, sed maius videtur videri.
[V28] Spera a duobus oculis visa, si diametros spere equalis fuerit recte in qua a se invicem oculi distant, hemisperium eius videbitur totum.	[27] Spera a duobus occulis visa, si diametro spere equalis fuerit recta in qua a se invicem occuli distant, totum eius hemisperium videbitur.

[V30] Si oculorum distancia ea que in spera diametro minor fuerit, minus hemisperio videbitur.	[29] Si occulorum distantia <*om.*> spere diametro minor fuerit, minus hemisperio videbitur.
[V32] Si sub duobus oculis chilindrus videatur, manifestum quoniam et in eo contingent que in spera.	[31] Si sub duobus oculis chilindrus videatur, patens est quoniam et in eo contingent que in spera.
[V36] Si ab oculo ad basim coni accidant radii, ab accidentibus vero radiis et contingentibus a contactu recte trahantur per superficiem coni ad verticem eius, per protractas vero et ab oculo ad basim coni accidentes epipeda educantur, in contactu autem eorum, hoc est, in communi sectione epipedorum oculus ponatur, visum coni per totum equale videbitur visu in paralello epipedo subiacenti plano existente.	[35] Si ab oculo ad coni basim accidant radii, ab accidentibus vero radiis et contingentibus a contactu recte trahantur per superficiem coni ad verticem eius, per protractas vero et ab oculo ad basim coni accidentes educantur epipeda, in contactu autem eorum, hoc est, in communi sectione epipedorum oculus ponatur, visum coni per totum equale videbitur visu existente in epipedo paralello subiacenti plano.
[V41] Curruum rote aliquotiens circulares apparent, aliquotiens parespamini.	[39] Curruum rote aliquotiens circulares apparent, aliquotiens parespasmeni.
[V43] Est locus ubi oculo transposito, eo vero quod videtur manente, semper equale quod videtur apparet.	[41] Est locus ubi oculo transposito, eo <*om.*> manente quod videtur, illud quod videtur semper videtur equale.
[V49] Est aliquis locus communis a quo inequales magnitudines equales apparent.	[47] Est aliquis locus communis a quo magnitudines inequales apparent equales.

Now let us briefly examine the theoretical quality of paraphrases in our text. First let us look at the paraphrased proofs. They are in most cases rewritten after the manner of the Greek text, except for Prop.1 which is a faithful reproduction of the original proof.[11] However, we can find some proofs executed under the influence of the Arabo-Latin text, notably in the alternative proofs of Prop.3 and Prop.23, and to a lesser degree in Prop.30. Moreover, we can detect in Prop.48 the following enigmatic and redundant passages following each other:

> (1) "Coniungatur enim ab B super [D] recta BD, et dividatur in duo equalia ad punctum E, et protrahatur a puncto E perpendicularis EZ recte DB. Dico quoniam si super EZ oculus ponatur AB GD equalia apparent."
> (2) "Lineetur enim ab B super D recta BD, et dividatur in duo equa ad E punctum, et ab E protrahatur perpendicularis EZ recte BD. Dico quoniam si super EZ oculus ponatur AB et GD equalia apparent."

We do not know exactly why these passages appear consecutively. But we know that the underlined word in each passage is frequently used in the Greek-Latin and the Arabo-Latin texts respectively. The author's careless mistake might invite one to the attractive idea that he was studying *Optica* with both texts at hand.

In this connection, it is worthy of note that our author mentions such mathematical instruments for describing or measuring figures as "*festuca*" [Props.7, 35, 37, 38, and 43], "*virga*" [Props.19, 20, 21, and 22], and "*pulvis*" [Props.35 and 38]. There is no mention of these instruments in the Greek text, since practical aspect of mathematics is totally absent in it. But we find in our text at least "*virga*" explicitly mentioned in the alternate enunciations in Props.19 and 20.

One of the main purposes of paraphrasing is to elucidate the intent of the author and the logical structure of propositions. This kind of activity can readily be found in our text, for which some examples below will suffice:

> [Prop.9] Nec auctor proponit determinate quod maior vel minor sit proportio ...
> [Prop.42] quod intellexit auctor dicens ...
> [Prop.12] Hec probatio est conversa prioris. [For similar expressions, cf. Props.15 & 17]
> [Prop.16] Sensus utriusque translationis est quod ...
> [Prop.18] Sensus huius propositionis est quod ...

The citation of theorems in the *Elements* is made typically in such forms as "per

[11] The faithful reproduction in our text of Prop.1 is the cause that induced Lindberg[1975] to a misunderstanding that our text was of version 1.

III$^{\text{am}}$ XI$^{\text{mi}}$ Euclidis" or its abbreviations (*passim*). It is worth mentioning the citation of the Pythagorean theorem [*Elements*, I-47] with a nickname. In Props.7 and 38 our text refers to it as "*per dulcannon*," not "*per dulcarnon*," the usual and correct nickname of Arabic origin (literally 'possessor of two horns' [dhū'l qarnayn][12]).

The indirect proof is introduced by such words as "*adversarius*" and "*falsigraphus*" in Prop.38. These words are so characteristic that they may give us some hint for identifying our author, as argued in Takahashi[2001a, 79].

We can count as one of the salient features of our author's paraphrase the explanations of mathematical or optical terms of such kind as those listed below, which are very elementary:

> BDF portio sive arcus [Prop.8]
> ZTE superficiei, que dicitur sector [Prop.9]
> perpendicularis sive cathetus quod idem est.[Prop.11][Cf. Prop.43]
> Axis piramidis est linea que est in medio piramidis ... [Prop.33]
> conus sive piramis quod idem est [Prop.36]
> epipedo circuli, sive superficiei circuli quod idem est [Prop.37]
> ad rectos angulos sive perpendiculariter quod idem est [Prop.38]
> ei que e centro id est semidiametro [Prop.39]
> paralella sive equidistans [Prop.43]
> que est proportio visionis ad visionem, sive apparentie ad apparentiam, sive E anguli ad O angulum, quod idem est [Prop.9]
> minor apparere putatur, sive minus videbitur videri quod idem est [Prop.36]

Moreover, our author employs a peculiar way of designating angles. The most typical one is, for instance, "*N angulus ONT trianguli*," that is, "the angle N of triangle ONT." This is found almost everywhere in our text, whereas the usual expression for an angle, "the angle ONT" (*angulus ONT*) in this case, is rarely found. In Prop.38(c), we can read "*... propter GZS angulum maiorem OZS angulo*," accompanied by an astonishing comment: "*Semper per medias litteras intellige angulos*"('always understand angles by the middle letters').

Our final example concerns the phraseology used for the law of reflection in our text. In Prop.20 our text reads: *reverberatio non facit nisi pares angulos*. We know that the same phrase is often used in the text of *De speculis* in the same codex, namely Text III in Takahashi[1992]. As argued in Takahashi[2001b, 33-34], emphasis should be put on two words, "*reverberatio*" and "*pares*", which are rarely found in medieval optical treatises. To our knowledge, the first word is found only in Ptolemy's *Optica* which was translated probably in Sicily by Eugene the Emir in the

[12]Cf. *Dictionary of Medieval Latin from British Sources*, Fascicule III, Oxford University Press, p.733.

middle of the twelfth century, while the second appears in *De radiis visualibus*, the Arabo-Latin rendition of Euclid's *Optica*. Here again we get an additional piece of evidence that suggests strongly that our text of *De visu* exhibits a unique outcome of cross-cultural intercourse between Greek, Arabic and Latin in Sicily.

I.3 Editorial Procedures

In establishing the text, we followed the customary procedures.

The capitalization, punctuation and paragraphing are all ours. Capitalization is employed to represent geometrical magnitudes used in both the figures and the text, though our manuscript gives them in small letters. Figures are, of course, reproduced faithfully from our manuscript. There are some instances where original figures were incorrectly drawn. For such cases we put [*sic*] to the figures for drawing reader's attention.

Square brackets [ ] have been employed in our text to enclose our editorial insertions. The difference of proposition number between our text on the one hand, and Heiberg's Greek text A and Theisen's Latin text V on the other, is indicated, for instance, as [38(A35; V40)], which means that Proposition 38 of our text is the same as Proposition 35 of Greek text A and Proposition 40 of Latin text V. An alternate enunciation is shown, for example, as [RV1] which means that it is drawn from Proposition 1 of *De radiis visualibus.* A question mark [?] draws attention to a doubtful reading, and an exclamation mark [!] has been used as equivalent for *sic*, designating an irregular spelling, a dubious reasoning and so forth.

The following abbreviations and Latin terms have been employed.

coniecimus ex	we have conjectured from
corr.(correxit)	has corrected
correximus ex	we have corrected from
del. (delevit)	has deleted
mg. hab. (in margine habet)	has in the margin
inter lineas hab.	has between lines
iter. (iteravit)	has repeated
lac. (lacuna)	blank
lege	read
post	after
scr. (scripsit)	has written
signo posito trans.(... transposuit)	has indicated a change of position by means of a sign
supra	above

Bibliography

Clagett[1964], M., *Archimedes in the Middle Ages*, vol.1, The University of Wisconsin Press.

Heiberg[1895], J. L., *Opera omnia*, eds.J.L.Heiberg and H.Menge, vol.7: *Optica, Opticorum recensio Theonis, Catoptrica cum scholiis antiquis*, Leipzig.

Kheirandish[1999], E., *The Arabic Version of Euclid's Optics, Edited and Translated with Historical Introduction and Commentary*, 2 vols., Springer.

Knorr[1990], W., "Paraphrase Editions of Latin Mathematical Texts: *De figuris ysoperimetris*," in *Medieval Studies*, vol.52, pp.132–189.

Knorr[1994], W., "Pseudo-Euclidean Reflections in Ancient Optics: A Re-Examination of Textual Issues Pertaining to the Euclidean *Optica* and *Catoptrica*," in *Physis*, vol.XXXI, pp.1–45.

Lindberg[1970], D. C., *John Pecham and the Science of Optics: Perspectiva communis*, Madison.

Lindberg[1975], D. C., *A Catalogue of Medieval and Renaissance Optical Manuscripts*, Toronto.

Rashed[1997], R., *L'Optique et la Catoptrique*, E.J.Brill, Leiden.

Takahashi[1992], K., *The Medieval Latin Traditions of Euclid's Catoptrica: A Critical Edition of* De speculis *with an Introduction, English translation and Commentary*, Kyushu Univ.

Takahashi[2001a], K., "A Manuscript of Euclid's *De speculis*: A Latin Text of MS 98.22 of the Archivo y Biblioteca Capitulares de la Catedral, Toledo," *SCIAMVS*, vol.2, pp.75–143.

Takahashi[2001b], K., "Euclid's *De speculis*: Its Textual Tradition Reconsidered," in *Optics and Astronomy (Proceedings of the XXth International Congress of History of Science (Liège, 20–26 July 1997)*, Vol. XII, ed. G. Simon and S. Débarbat), Brepols, pp.29–41.

Theisen[1972], W. R., *The Medieval Tradition of Euclid's Optics*, ph.D. dissertation (unpublished), Univ. of Wisconsin.

Theisen[1979], W. R., "Liber de visu: The Greco-Latin Translation of Euclid's Optics," in *Medieval Studies*, vol.41, pp.44–105.

II Text

[De visu] (London, British Library, MS Add. 17368, fols. 60r–69r)

[Petitiones] | [60r]

[1] Ponatur ab oculo eductas rectas lineas ferri spatio magnitudinum immensarum.
[2] Et sub visibus quidem contentam figuram conum esse, verticem quidem in oculo habentem, basim vero ad terminos conspectorum.
[3] Et ea quidem videri ad que visus incidunt, non autem videri ad que non incidunt visus.
[4] Et sub maiori quidem angulo visa maiora apparere, sub minori vero minora, equalia autem sub equalibus angulis visa.
[5] Et sub elevatioribus radiis visa elevatiora apparere, sub humilioribus vero humiliora.
[6] Et similiter sub dexterioribus quidem radiis visa dexteriora apparere, sub sinistrioribus vero sinistriora.
[7] Sub pluribus autem angulis visa perspicatius intueri.

[Propositiones]

[1] Nullum visorum simul videtur totum.

Habet alia translatio: [RV1] In eodem instanti non videri plura.

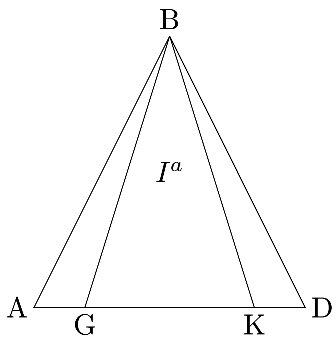

Fig. 1

[V1] Esto enim visum quidem AD [Fig. 1], oculus vero esto B, a quo incidant visus BA, BG, BK, BD. Igitur quoniam in distantiam feruntur incidentes visus, non quidem incidunt continue ad AD. Quare fieret et in AD spatio ad quem visus non incident. Non ergo videbitur simul totum AD. Videtur autem videri visibus velociter transportatis.

[2] Equalium magnitudinum in distantia iacentium propius posita iacentia perspicatius videntur.

Habet alia translatio: [RV2] Equalium visibilium inequaliter in eandem partem remotorum propinquioris est visus certior.

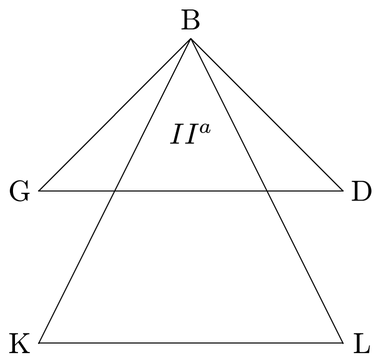

Fig. 2a

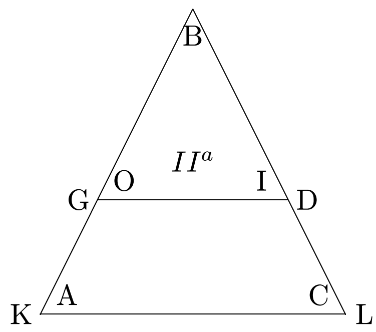

Fig. 2b

Esto quidem oculus B [Fig. 2a], visa vero GD et KL. Oportet autem intelligere ea equalia et paralella. Proprius vero GD et incidant visus BG, BD, BK, BL. Non enim dicemus quod ab oculo ad KL accidentes visus[1] per G, D puncta veniant, quia accidere hoc inconveniens. GD et KL sunt equidistantes et super eas cadunt alie linee scilicet BL et BK. Ergo faciunt angulos extrinsecos equales angulis intrinsecis, scilicet I est equalis C [Fig. 2b] et O est equalis A per[2] XXVII$^{\mathrm{um}}$ primi. Et B angulus BKL trianguli est equalis B angulo BGD trianguli, quia est communis. Ergo omnes anguli BGD sunt equales angulis BKL. Ergo BGD et BKL sunt similes. Ergo per IIII VI que est proportio AC ad AB ea est OI ad OB. Ergo permutatim[3] que est AC ad OI est AB ad OB. Sed AC et OI sunt equales. Ergo AB et OB sunt equales. Ergo pars equalis toti. GD sub pluribus visibus videtur quam KL. Perspicatius igitur videtur GD quam KL, quia sub pluribus angulis visa perspicatius videntur.

[3] Unumquodque visorum habet longitudinem spatii quo facto iam non videbitur.

Alia translatio habet: [RV3] Cuiuslibet visibilis per elongationem terminari visum.

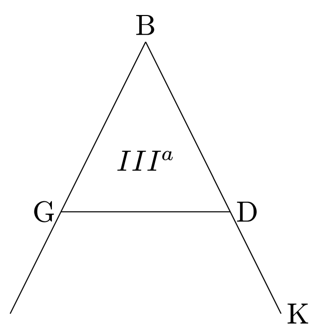

Fig. 3

[1] *iter.* [2] per ∼ primi *mg. hab.* [3] permutatim ∼ perspicatius videntur *mg. hab.*

Esto oculus B [Fig. 3], res visa GD. Dico quod GD in aliquo spatio factum iam non videbitur. Fiat enim GD in intermedio spatio visuum in quo K. Igitur cum a B ad K visus non accidat, non videtur GD. Quia ad quod visus non accidunt, illud non videtur.

Vel aliter [RV3]: quanto enim res magis removetur, sub minori angulo videtur, qui tam diu diminuitur donec linee eum continentes velud in unam redigantur. Linee vero terminus est punctus, qui cum sit invisibilis, quod videbatur propinquius iam non videtur remotius.[4] Unumquodque ergo visorum habet longitudinem spatii quo facto iam non videbitur.

[4] Equalium spatiorum et super eandem rectam existentium e maiore spatio visa minora apparent.

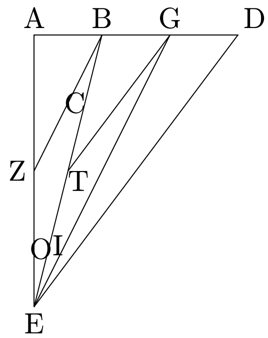

Fig. 4

Equalia spatia sint AB et BG et GD [Fig. 4]. Oculus sit E. Si E est in directo A ita quod possit protrahi perpendicularis ab E ad A, protrahatur. Si vero non est in directo A, protrahatur linea usque quod oculus sit in directo A, et protrahatur AE perpendicularis.[5] Item ab B ad Z ducatur linea equidistans GE et illa sit BZ. Intelligatur AGE triangulus cuius latera secat BZ linea recta. Ergo secat illa proportionaliter per II$^{\mathrm{um}}$ VI$^{\mathrm{ti}}$. Ergo que est proportio GB ad BA est ZE ad AZ[6]. Sed GB est equalis BA. Ergo AZ est equalis ZE. Item A[7] angulus ABZ trianguli est rectus, quia AE perpendiculariter cadit super AD. Ergo est maximus angulorum ABZ trianguli. Ergo opponitur maiori lateri ABZ per XVIIII$^{\mathrm{um}}$ primi. Sed non opponitur nisi BZ. Ergo BZ est maior AZ. Sed AZ et ZE sunt equales. Ergo BZ est maior ZE. Ergo per XVIII$^{\mathrm{um}}$ primi O[8] angulus BZE trianguli est maior C angulo eiusdem trianguli. Sed C et I anguli sunt equales, quia sunt coalterni. Nam BZ et GE sunt equidistantes et super eas cadit BE, per XXVIIII$^{\mathrm{um}}$ primi ergo sunt equales. Sed O maior est C ut probatum est. Ergo O maior est I. Ergo AB sub maiori angulo videtur, quia sub O, quam BG, quia sub I. Ergo AB videtur maior quam BG. Simili

[4] *scr.* motius *et corr.* [5] *post* perpendicularis *scr.* intelligatur AGE tria *et del.* [6] ZE ad AZ *correximus ex* AZ ad ZE [7] *post* A *scr.* est rectus *et del.* [8] *inter lineas hab.*

ratione proba quod BG videtur maior quam GD, ducendo equidistantem DE a G ad T et illa erit GT. | [60v]

[5] Equales quantitates inequaliter distantes inequales apparent et maior semper propinquius iacens oculo.

Habet alia translatio: [RV5] Equalium quod propinquius est videbitur maius cum versus eandem partem removeantur inequaliter.

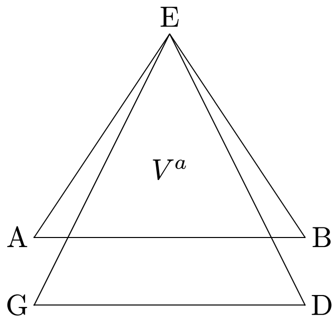

Fig. 5

Sint due equales[9] magnitudines AB, GD [Fig. 5], oculus vero sit E a quo inequaliter distent, sitque propinquius AB. Dico quod maius apparebit AB. Accidant radii EA et EB et EG et ED. Quoniam ergo sub maioribus angulis visa maiora apparent, maior autem angulus AEB quam GED, maius ergo apparebit AB quam GD.

[6(A6a; V6)] Equidistantia spatiorum e distantia visa inequalis latitudinis apparent.

Alia translatio habet: [RV6] Equidistantium linearum magis remotum minus apparet interstitium.

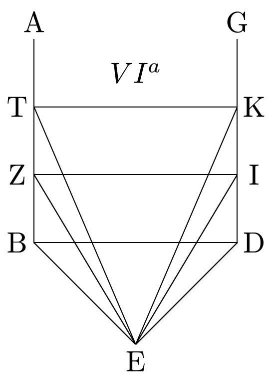

Fig. 6

[9] *scr.* inequales *et del.* in

Sint ergo due paralelle quantitates AB, GD [Fig. 6], oculus autem sit E. Dico quod AB et GD inequalis latitudinis apparent, scilicet AB et GD non videbuntur equidistantes, quia AB et GD videbuntur minus distare in A et G quam in B et D. Et propinquius spatium apparet maius quam quod remotius. Accidant radii EB et EZ, ET, EK, EI, ED et coniungantur sicut contingant illi radii BD, ZI, TK. Quoniam ergo maior est BED angulus angulo ZEI, maior ergo BD quidem linea quam ZI apparet. Rursum quoniam maior ZEI angulus quam TEK angulus, maior ergo ZI recta quam TK recta apparet. Maius ergo BD spatium quam ZI, et ZI quam TK. Non ergo videbuntur paralella existentia spatia equalis latitudinis, sed potius inequalis.

[7(A6b; V7=RV7)] In oculis subiecta superficie consistentium linearum equidistantium latitudo remotior est secundum visionem minor.

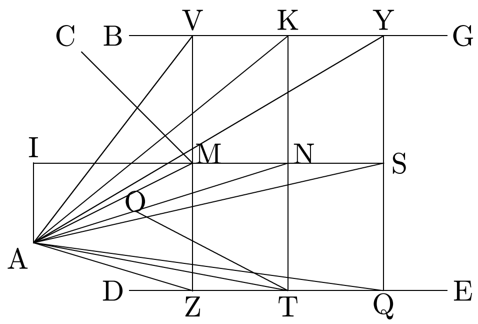

Fig. 7

Propositum est quod si occulus consistat in aere et dirigat radios ad aliquam superficiem que sit inter lineas equidistantes sicut VYZQ superficies [Fig. 7], est inter BG et DE lineas equidistantes; quod YQ linea videtur minor quam KT, et KT videtur minor quam VZ et ita VYZQ videbitur minoris latitudinis in YQ quam in KT, et in KT quam in VZ. Et hoc sic ostenditur. Tollatur A oculus in aere et ab A ad superficiem ducatur linea scilicet IA perpendicularis VYZE superficiei. Linea perpendicularis[10] superficiei dicitur quando linea sic ducitur ad superficiem quod cum omni linea superficiei que[11] transit per punctum linee perpendicularis facit angulum rectum. Quod non est aliud dicere nisi quod linea sic ducatur ad superficiem quod non magis declinet in unam partem superficiei quam in alteram. Et lineam sic ducere ad superficiem[12] docet XI^{a} XI[13] Euclidis. Item ab opposito latere superficiei scilicet YQ ducatur linea recta scilicet IS ad I, et deinde fiant tria interstitia in superficie ducendo lineas equedistantes a punctis BG linee ad puncta DE linee, scilicet YQ, KT et VZ. Deinde ab A oculo ad S ducatur radius qui sit linea perpendicularis SQ linee et ille sit AS. Ducatur alius radius perpendicularis

[10] *scr.* propendicularis *et corr.* [11] *post* que *scr.* habet commune *et del.* [12] *coniecimus ex* superfi.
[13] *scr.* IIII *et corr.*

NT linee ad N ab A oculo scilicet AN.[14] Item ab A ad M ducatur AM radius perpendicularis ad MZ lineam. Similiter ducantur radii ab A, scilicet AV, AK, AY, AZ, AT, AQ ad[15] interstitia superficiei. Et omnes hoc modi linee ducantur in aere constituendo figuram per festucas. Inde sic: Intelligatur[16] AIM triangulus cuius angulus est I. I est rectus, quia IA est perpendicularis superficiei. Ergo quadratum AM valet quadratum AI et quadratum IM per dulcannon[*sic*]. Item intelligatur[17] AIN triangulus cuius angulus est I. I est rectus. Ergo quadratum AN valet quadratum AI et quadratum[18] IN per eandem. Sed quadratum IN est maius quadrato IM, quia IN linea est maior IM linea.[19] Et quadratum IA est commune. Ergo quadrata IA et IN[20] sunt maiora quadratis IA et IM. Ergo quadratum AN est maius quadrato AM. Ergo AN[21] linea est maior AM linea. Rescindatur ergo AN ad[22] equalitatem AM in O, scilicet ducendo OT lineam a T ad O. Intelligantur in aere ONT et AMZ[23] trianguli. Inde sic: ON et NT latera ONT trianguli sunt equalia AM et MZ lateribus AMZ trianguli, quia ON resectum est ad equalitatem AM, et NT est equalis MZ. Quod postea probabitur. Et N angulus ONT trianguli est equalis M angulo AMZ trianguli, quia AN et AM sunt perpendiculares NT[24] et MZ et ita anguli sunt recti. Ergo reliqui anguli ONT et AMZ[25] prout respiciunt[26] latera similia sunt equales, et OT basis equalis AZ basi[27] per IIII$^{\mathrm{am}}$ primi.[28] Ergo O angulus ONT prout respicit NT latus est equalis A angulo AMZ prout respicit MZ simile latus. Ergo O est equalis A. Intelligatur triangulus ANT. Inde sic: O angulus ONT trianguli | est maior A angulo ANT trianguli, quia O est extrinsecus [61r]
et A intrinsecus. Sed O angulus et A angulus AMZ sunt equales ut probatum est. Et O est maior A angulo ANT trianguli. Ergo suus equalis scilicet A angulus AMZ trianguli est maior A angulo ANT trianguli. Sed sub A angulo ANT trianguli videtur NT linea, et sub A angulo AMZ trianguli videtur MZ linea. Ergo sub maiori angulo videtur MZ quam NT, quia A angulus AMZ est maior A angulo ANT ut probatum est. Ergo MZ videtur maior quam NT.

Simili ratione proba quod NT videtur maior quam SQ et quod VM videtur maior quam KN et KN videtur maior quam YS. Quibus probatis collige quod VZ videtur maior quam KT et KT quam YQ et quod BG et DE latera VYZQ superficiei videtur minus distare in G et E quam in K et T, et in K et T minus quam in V et Z, quia YQ videtur minor quam KT, et KT quam VZ. Quod est propositum.

Quod autem NT sit equalis MZ sic probatur. Intelligatur ONT triangulus in aere cuius N angulus est rectus, quia AN cadet perpendiculariter super NT. Ergo quadratum OT valet quadratum ON et quadratum NT per dulcannon[*sic*]. Item

---

[14] scilicet AN *mg. hab.* [15] *iter.* [16] Intelligatur ∼ est I *mg. hab.* [17] intelligatur ∼ est I *mg. hab.* [18] *mg. hab.* [19] *post* linea *scr.* G *et del.* [20] *correximus ex* AN [21] *scr.* AM *et corr.* [22] *iter.* [23] *scr.* AIM *et corr.* [24] NT ∼ recti *mg. hab.* [25] et AMZ *mg. hab.* [26] *post* respiciunt *scr.* equalia *et del.* [27] *coniecimus ex* si [28] IIII$^{\mathrm{am}}$ primi *coniecimus ex aliquot litteris*

intelligatur AMZ triangulus cuius M angulus est rectus, quia AM est perpendicularis ad MZ. Ergo quadratum AZ valet quadratum AM et quadratum MZ. Et quadratum OT valet quadratum AZ, quia OT est equalis AZ ut probatum est supra. Ergo quadratum ON et quadratum NT pariter accepta valent quadrata AM et MZ pariter accepta. Sed quadratum ON valet quadratum AM, nam ON rescisa est ad equalitatem AM. Ergo quadratum NT valet quadratum MZ. Ergo NT est equalis MZ, quod probandum erat.

Eadem ratione proba quod NT est equalis SQ et quod VM est equalis KN et KN est equalis YS.

[8(A7; V8)] In eadem recta existentes equales magnitudines non deinceps[29] ad invicem posite et inequaliter ab oculo distantes, inequales apparent.

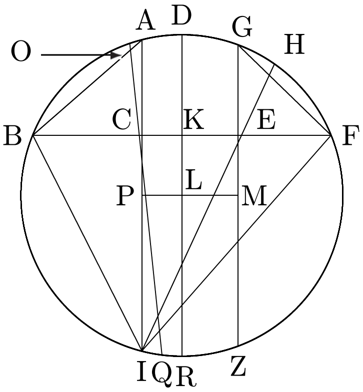

Fig. 8 [*sic*]

Propositum huius teorematis est quod si equales magnitudines non continue posite et inequaliter distantes ab oculo ut sunt BC et EF que non sunt continue posite, quia CE est medium, et inequaliter distant ab I oculo, quod magnitudines inequales apparent, nam BC videbitur maior quam EF. Describatur circulus in cuius portionem sit BF linea in qua sunt BC et EF [Fig. 8]. Et ab I oculo ducantur radii IB et IA ad BC, et ab I etiam ducantur IEH et IF radii ad EF. Cum autem CA et HE non sint perpendiculares BC et EF, ducantur CO et GE perpendiculares ad BC et EF. Et protrahantur ad opposita puncta circuli scilicet ad Q et Z. Et linea totalis erit OQ et alia erit GZ. Dividatur BDF portio sive arcus in duo equa in D puncto et linea dividens sit DR que per L centrum circuli transire oportet cum dividat BF in duo equa per primam tertii. Deinde PM linea ducatur equidistans CE. Oportet ergo quod CP et EM sint equales cum CE et PM sint equidistantes. Inde sic: BK et KF sunt equales, quia BF divisa est in duo equa. Et BC est equalis EF. Ergo CK est equalis KE. Sed PM est equalis CE et equidistans ei et DR dividit CE in duo equa scilicet[30] in CK et KE. Ergo dividit PM in duo equa scilicet in PL et LM.

[29] *supra* deinceps *hab.* id est continue [30] scilicet ∼ KE *mg. hab.*

Ergo PL est equalis LM. Sed CK est equalis KE, et L est centrum. Ergo OQ et GZ equaliter distant a centro scilicet L. Ergo sunt equales per XIII^{mam} tertii. Sed PM transit per L centrum et ortogonaliter insistit OQ et GZ. Ergo dividit illas per equalia per III^{am} tertii. Ergo OP est equalis PQ, et GM est equalis MZ. Ergo OP est equalis GM cum OQ et GZ sint equales. Inde sic: OP est equalis GM, et CP est equalis EM. Ergo residua sunt equalia scilicet OC est equalis GE. Intelligantur BCO et GEF trianguli. OC et BC latera OBC sunt equalia GE et EF lateribus GEF, quia BC est equalis EF et OC est equalis GE. Et C angulus OBC est equalis E angulo GEF, quia uterque rectus cum OC et GE sint perpendiculares. Ergo per IIII^{am} primi BO basis est equalis GF basi. Sed BA est maior BO, quia BO est pars BA[!]. Ergo BA est maior GF. Sed que est proportio BA cordae ad GF cordam est BA arcus ad GF arcum[!], quod per tertium librum potest satis probari. Ergo BA arcus est maior GF arcu. Sed sub BA arcu videtur BC et sub HF[31] videtur EF. Ergo sub maiori arcu videtur BC quam EF. Ergo BC videtur maior quam EF, quod est propositum. | [61v]

[9(A8; V9)] Equales et equidistantes magnitudines inequaliter distantes ab oculo, non proportionaliter spatiis videntur.

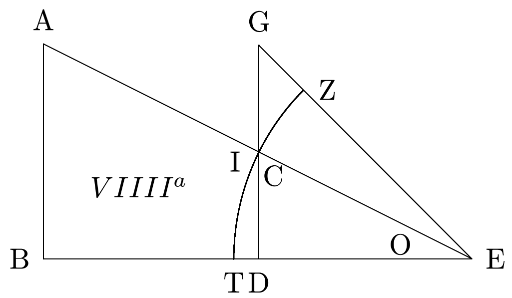

Fig. 9

Sit E oculus [Fig. 9]. AB et GD sint magnitudines. Sub E angulo totali videtur GD sub radiis qui sunt GE et DE et per tantam distantiam quantus est DE radius. Sub O angulo partiali videtur AB sub AE et BE radiis et per tantam distantiam quantus est BDE radius. Propositum est quod non que est proportio visionis ad visionem, sive apparentie ad apparentiam, sive E anguli ad O angulum, quod idem est, eadem est BE spatii ad DE spatium. Nec auctor proponit determinate quod[32] maior vel minor sit proportio E anguli ad O angulum quam BE spatii ad DE spatium, sed indeterminate quod non eadem. Quod ei constabat, quia forte si dixisset quod maior, forte non esset generaliter verum; similiter si minor. Sed hoc generaliter verum, quia non eadem est, cum demonstrative probetur hoc modo. Describatur circulus iuxta quantitatem CE[33] ita quod E sit centrum et pars illius

[31] *correximus ex* GF [32] quod ~ proportio *mg. hab.* [33] *correximus ex* ZE

circuli sit ZIT arcus, qui descriptus sufficienter ad propositum. Intellige GIE triangulum et IZE sectorem, et intellige IOD triangulum et ITO sectorem. Inde sic: GIE est maior IZE sectore, et IOD triangulus minor est ITO sectore. Ergo maior est proportio GIE trianguli ad IZE sectorem quam IOD trianguli ad ITE sectorem. Et hoc argumentum sumitur ex hoc quod sumptis equemultiplicibus ut duplis vel triplis GIE et IOD triangulorum et sumptis equemultiplicibus IZE et IOT sectorum, multiplex autem primi scilicet GIE trianguli addet supra multiplex secundi scilicet IZE sectoris, multiplexque tertii scilicet IOD trianguli non addet supra multiplex quarti scilicet ITO sectoris. Ergo maior est proportio GIE primi ad IZE secundum quam IOD tertii ad IOT quartum iuxta hanc descriptionem V libri: Cum fuerint primi et tertii equemultiplicationes et cetera. Habemus ergo quod maior est proportio GIE ad IZE quam IOD ad ITO. Ergo permutatim maior est proportio[34] GIE ad IOD quam IZE ad ITO. Sed cum permutatio non habet fieri nisi inter IIII quantitates eiusdem proportionis, propositarum autem quantitatum maior est proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. Argumentum istud de permutatim non est geometricum. Sed tamen si negetur conculsio scilicet quod non maior sit proportio GIE trianguli ad IED triangulum quam IZE sectoris ad ITO sectorem, ergo equa vel minor. Si dicatur equa: ergo que est proportio GIE trianguli ad IOD triangulum est IZE sectoris ad ITO sectorem. Ergo permutatim que est proportio GIE trianguli ad IZE sectorem[35] est IOD trianguli ad ITO sectorem. Sed supra probavimus quod maior et hoc argumentum permutationis est verum quia sit in equa proportione, et[36] hoc sit iuxta X$^{\text{um}}$ V$^{\text{ti}}$. Si dicatur quod minor est proportio, simili modo per hanc constabit propositum scilicet quod non que est proportio E anguli totalis ad O angulum partialem est BE spatii ad DE spatium sicut si diceretur quod maior, dicatur itaque maior: Maior est proportio GIE trianguli ad IOD triangulum quam IZE sectoris ad ITO sectorem.

Ergo coniunctim maior est proportio GDE trianguli ad IDE triangulum quam ZTE sectoris ad ITE sectorem per XVIII$^{\text{am}}$ V$^{\text{ti}}$. Et tamen XVIII$^{\text{a}}$ non docet sic argumentari nisi in quantitatibus eiusdem proportionis. Sed ideo sic concludo: quia si dicatur equa vel minor, de equa ducetur ad inconveniens hoc modo. Que est proportio GDE trianguli ad IDO triangulum est TZE sectoris ad ITE sectorem. Ergo disiunctim per XVII$^{\text{am}}$ V$^{\text{ti}}$ que est GIE ad IOD triangulum est IZE sectoris ad ITE[37] sectorem, et prius dictum est quod maior. Si dixisset quod minor est proportio GDE trianguli ad IOD triangulum quam ZTE[38] sectoris ad ITE[39] sectorem, eque bene constabit propositum ac si dicatur maior. Cum ergo equa dici non possit ut preostensum est, sed oportet quod dicatur maior vel minor, et utrolibet istorum dicto per se eque bene constabit propositum, scilicet quod non que est proportio E anguli ad O angulum est BE distantie ad DE distantiam. Sumamus ergo coniunctim maior vel minor, causa brevitatis, hoc modo: maior vel minor est proportio GDE

---

[34] *mg. hab.* [35] *mg. hab.* [36] et $\sim$ V$^{\text{ti}}$ *mg. hab.* [37] I *mg. hab.* [38] *correximus ex* IZE [39] *correximus ex* ZTE

trianguli ad IDE triangulum quam TZE sectoris ad ITE sectorem. Sed que est GDE trianguli ad IDE triangulum est GD basis GDE trianguli ad ID basim IDE, quia sunt eiusdem altitudinis. Terminatur enim uterque ad E. Per I^{am} VI^{ti} ergo maior vel minor[40] est proportio GD ad ID quam TZE sectoris ad ITE sectorem. Sed AB est GD, quia sunt equales. Ergo maior vel minor est proportio AB ad ID quam TZE sectoris ad ITE sectorem. Intellige ABE et IDE triangulos. B angulus ABE trianguli est equalis D angulo IDE trianguli, | quia uterque rectus. Et A angulus ABE trianguli est equalis C angulo CDE trianguli, quia A[41] angulus intrinsecus est equalis angulo[42] extrinseco scilicet C, et O est communis utriusque trianguli. Ergo ABE et IDE trianguli sunt similes per primam descriptionem VI^{ti} libri. Ergo latera equos angulos continentia sunt proportionalia. Ergo que est proportio AB ad ID est BE ad DE. Sed maior vel minor est proportio AB ad ID quam TZE sectoris ad ITE sectorem ut probatum est[43]. Ergo maior vel minor est proportio BE ad DE quam TZE sectoris ad ITE sectorem. Sed que est TZE sectoris ad ITE sectorem est E anguli totalis ad O angulum partialem per XXXII^{am} VI^{ti}, quia que est proportio ZIT arcus ad IT arcum est ZTE superficiei, que dicitur sector, ad ITE superficiem, que sector appellatur. Et licet in diversis circulis probet Euclides in XXXII^{a} VI^{ti}, multo magis verum est in eodem circulo. Ergo maior vel minor est proportio BE ad DE quam E anguli totalis ad O partialem. Ergo non eadem est proportio BE distantie ad DE distantiam que est E anguli totalis, sub quo videtur GD, ad O angulum partialem, sub quo videtur AB. Quod idem est ac si dicatur non que est proportio BE distantie ad DE distantiam est apparentie ad apparentiam. Quod est propositum. [62r]

[10(A9; V10)] Rectangule magnitudines e distantia vise periferie apparent.

Habet alia translatio: [RV10] Quadrata per distantiam videntur rotunda.

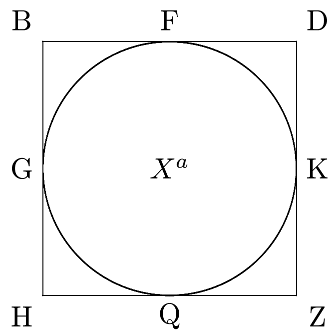

Fig. 10

[40] maior vel minor *mg. hab.* [41] *inter lineas hab.* [42] *post* angulo *scr.* intrinseco *et del.* [43] ut probatum est *mg. hab.*

Esto quadratum BDHZ in plano et oculus sit in aere [Fig. 10]. Quia unumquodque visorum habet spatium quo facto et cetera per III$^{\rm am}$ presentis libri, ex aliquanta distantia B angulus non videbitur, nec BF et BG linee claudentes illum angulum videbuntur. Eodem modo proba quod nec D angulus et FD et DK latera claudentes[*sic*] illum angulum ex aliquanta distantia non videbuntur. Et eodem modo de aliis proba. Ergo quadratum quod est BDHZ videbitur ex aliquanta circulus.

[11(A10; V11)] Sub oculo iacentium planorum[44] remotiora quidem elevatiora apparent.

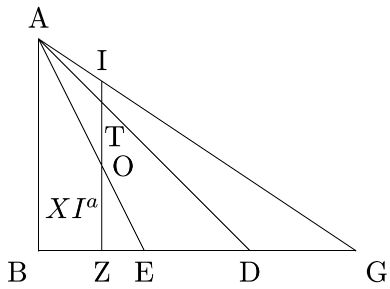

Fig. 11

Oculus sit A. Superficies que iacet sub A sit BG et A sit in directo B [Fig. 11]. Dico quod DG superficies elatior videtur quam ED superficies. Dirigatur a Z ad I linea perpendicularis sive cathetus quod idem est. AG radius et AD radius perveniunt ad DG superficiem que videtur sub illis. Sub AD et AE radiis videtur ED superficies. Et I punctus AG radii elatior est T puncto AD radii, et T punctus elatior est O puncto AE radii. Et sicut I est elatius[*sic*] T et T est elatius[*sic*] O, ita AG radius, cuius[45] I est punctus, est elatior AD radio,[46] cuius T est punctus, et AD est elatior AE radio, cuius O est punctus. Et sub elatioribus radiis visa elatiora apparent per petitionem superius positam. Ergo DG elatior videtur quam ED superficies. Manifestum quoniam in elevata iacentia apparebunt concava.

[12(A11; V12)] Super oculum iacentium epipedorum[47] remotiora quidem humiliora apparent.

Habet alia translatio: [RV12] Superioris plani partes remotiores[48] secundum visum declinare.

---

[44] *supra* planorum *hab.* id est superficierum [45] cuius ∼ punctus *mg. hab.* [46] *post* radio *scr.* est EL *et del.* [47] *supra* epipedorum *hab.* id est superficierum [48] *correximus ex* superiores

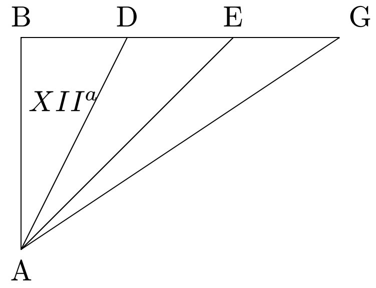

Fig. 12

Hec probatio est conversa prioris, scilicet quod sit A oculus [Fig. 12], iaceat in plano in directo sub B, EG superficies que remotior videtur DE superficie videtur humilior. Sit A oculus iacens inferius. DE et EG superficies videntur sub AG et AE et AD[49] radiis. Et AG radius humilior est AE radio, et AE humilior est AD radio. Ergo EG superficies sub humilioribus radiis videtur quam DE superficies. Ergo EG superficies videtur humilior quam DE superficies per unam premissarum petitionum: Que sub humilioribus radiis videntur humiliora videntur.

[13(A12; V13)] In ante habentium longitudinem que quidem in dextris in sinistra, que vero in sinistris in dextra educi videntur.

Habet alia translatio: [RV13] Per recessum, que dextra sunt sinistram, que sinistra dextram, visualiter adire partem.

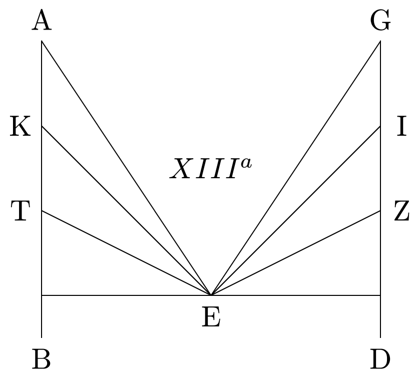

Fig. 13

Sint due magnitudines conspecte AB et GD [Fig. 13], sitque oculus E a quo accidant radii ET et EK et EA, EG, EI et EZ. Inde sic: EA radius est dexterior EK radio, et EK est dexterior ET[50]. Ergo visa sub EA et EK videntur dexteriora per petitionem superius positam. Ergo videntur dextra. Sed iterum GE est[51] sinisterior EI, et EI est sinisterior EZ. Ergo visa sub EG et EI videntur sinisteriora per petitionem superius positam. Ergo videntur sinistra. | [62v]

[49] *correximus ex* ED [50] *scr.* EZ *et corr.* [51] *post* est *scr.* dext *et del.*

[14(A13; V14)] [E][52] qualium magnitudinum et sub eodem occulo iacentium, longius iacentia elevatiora apparent.

Habet alia translatio: [RV14] Equalium equalis altitudinis sub occulo iacentium remotius videtur altius.

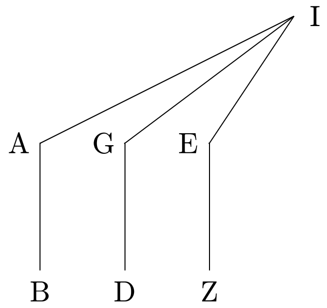

Fig. 14

Sint equales magnitudines AB, GD, EZ [Fig. 14], et oculus sit I elatior, et accidant radii IA et IG et IE. Dico quod AB apparet elatius quam GD, et GD quam EZ. Quoniam enim IA radius quam IG radius est elatior, IG vero quam IE radius, et in quibus sunt AI et IG et IE radii in eis sunt A, G, E puncta, in quo vero A, G, E puncta in eo sunt AB, GD et EZ. Sed A punctum elatius videtur quam G punctum, quia AI est elatior GI.[53] Sed quantum elatum videtur A punctum tam elatum videtur AB, et quantum elatum videtur G punctum tam elatum videtur GD. Ergo AB videtur elatius quam GD. Et simili ratione proba quod GD videtur elatius quam EZ juxta hanc petitionem: Quecumque sub elatioribus radiis videntur elatiora videri.

[15(A14; V15)] [E]qualium magnitudinum et superius oculo iacentium remotiora humiliora apparent.

Habet alia translatio: [RV15] Super oculum consistentium quantitatum et eiusdem magnitudinis, cuius maior est remotio, maior reputatur demissio.

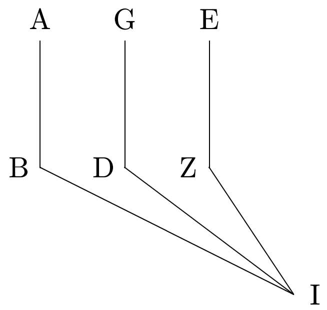

Fig. 15

[52] *deest rubrica hic et porro.* [53] *inter lineas hab.*

Et hec est conversa prioris. Sint equales magnitudines AB, GD et EZ elevatiora quam I oculus [Fig. 15]. Dico quod AB humilius apparet quam GD, et GD quam EZ. Accidant radii IB, ID et IZ. Sed IB radius est humilior ID radio, et ID est humilior IZ radio. Ergo B punctum videtur humilius quam D punctum, et D quam Z punctum, quia que sub humilioribus radiis videntur humiliora videntur. Sed quantum B punctum videtur humile tantum AB magnitudo, et quantum D punctum videtur humile tantum GD magnitudo, et quantum Z punctum videtur humile tantum EZ magnitudo. Ergo AB videtur humilius quam GD, et GD quam EZ. Quod est propositum.

[16(A15; V16)] [Q]uecumque alternorum se superant sub eodem occulo iacentia, accedente quidem occulo maiore[54] maius superapparens apparet, abscedente vero minus.

Habet alia translatio: [RV16] Cum super idem planum similiter steterint inequalia, quod radio capud minoris contingenti punctoque subteriori, de maiore concluditur minus cum lumen inclinatur.[55]

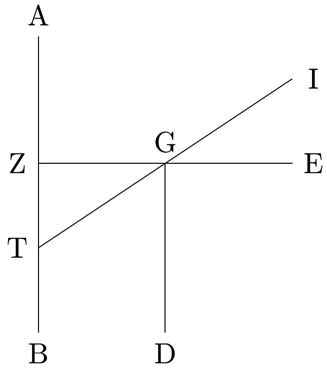

Fig. 16

Sensus utriusque translationis est quod propositis duabus quantitatibus inequalibus ut AB et GD et AB sit maior et GD sit minor [Fig. 16], quod quanto oculus magis accidit ad GD minorem tanto AB videtur minus excedere GD et quanto magis recedit a minori tanto maior magis videretur excedere minorem. Et hoc ita constabit. Sint AB et GD inequales magnitudines et AB sit maior, GD vero sit minor. Occulus sit E et sit in directo GD. Radius E oculi perveniat ad Z transiens per G. GD et ZB modo videntur esse equales, qiua radius transit per extremitates illarum. Et AB videtur excedere GD per tantam quantitatem quanta est AZ. Si vero E recedat a GD usque ad punctum quod est I, tunc deriget IT radium ad T transeuntem[56] per G. Et TB videbitur equalis GD, quia IT radius transit per G et T puncta, GD et TB quantitates que videntur equales. Et AB videtur excedere GD, E occulo

[54] *supra* maiore *hab.* scilicet quantitate [55] *coniecimus ex* inclinatum [56] *scr.* transiens *et del. et* transeuntem *mg. hab.*

existente in I, per quantitatem que est AT. Sed maior est AT quantitas quam AZ quantitas. Ergo magis videtur AB excedere GD, E occulo existente in I quam in E. Ergo accedente quidem occulo ad maiorem quantitatem et cetera.

[17(A16; V17)] [Q]uecumque alternorum se superant super oculum inequales magnitudines, accedente quidem occulo minori minus[57] superapparens apparet, abscedente vero maius.

Habet alia translatio: [RV17] Quod in directo verticis ipsius ultra minorem de maiore ponitur, altius est eo quod occulo videtur altiori inequalibus in uno stantibus plano.

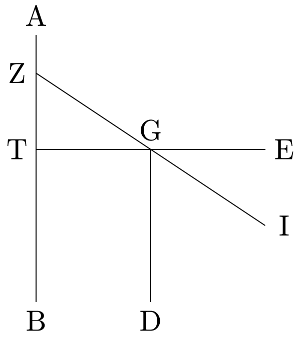

Fig. 17

Hec est conversa prioris, cuius hoc est propositum quod propositis duabus magnitudinibus inequalibus ut sunt AB et GD, quod quanto occulus magis reccedit a maiore quantitate[58] tanto minus[59] videtur excedere GD minorem, et quanto magis accedit tanto magis videtur excedere. Sint AB et GD quantitates | et AB sit maior [63r] [Fig. 17], I vero sit occulus. Quia vero I magis distat ab AB quam si esset in E, AB non videtur excedere GD nisi per AZ. Occulo vero existente in E, AB non videtur excedere GD nisi per AT. Sed maior est AT quam AZ. Ergo[60] magis videtur AB excedere GD occulo existente in E quam videatur occulo existente in I puncto. Et multo magis si occulus esset supra E, et multo minus AB videtur excedere GD si occulus esset infra I.

Et nota quod quando occulus est supra E, accedere dicitur ad AB. Et quanto magis[61] est supra E tanto magis accedit. Similiter quanto magis est infra E tanto magis recedit ab AB.

[18(A17; V18)] [Q]uecumque alternorum se superant in directo minori quantitati occulo accedente et abstante, equaliter semper videbitur superapparens minorem excedere.

---

[57] *scr.* maius *et corr.* [58] *scr.* ad maiorem quantitatem *et corr.* [59] *scr.* magis *et corr.* [60] *post* Ergo *scr.* per *et del.* [61] *post* magis *scr.* acced *et del.*

Habet alia translatio: [RV18] Si visus unius altitudinis remanserit, ex distantia non mutatur proportio.

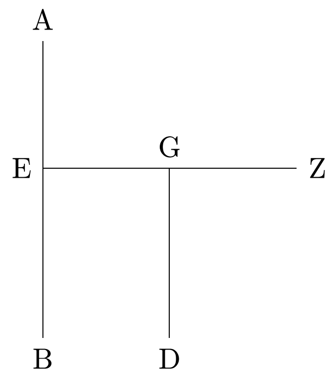

Fig. 18

Sensus huius propositionis est quod propositis duabus quantitatibus inequalibus ut sunt AB et GD [Fig. 18], et AB sit maior GD, quod Z occulo semper existente in eodem directo, licet Z moveatur versus AB dummodo recte moveatur, quod semper equaliter AB videbitur excedere GD. Nec mirum, quia EZ radius semper erit in directo E puncti: nec infra E emerget nec supra E ascendet. Unde Z occulo existente in G[!] videbitur excedere AB, GD per quantitatem que est AE, per quam videbatur excedere GD, occulo existente in Z, id est in principio linee. Nec est ibi alia probatio quam huius persuasio que sumitur ex eo quod occulus accedendo ad AB semper movebitur per lineam rectam et in directo GD.

[19(A18; V19)] [D]atam altitudinem cognoscere quanta sit sole apparente.

Habet alia translatio: [RV19] Altitudinis quantitatem per umbram solis et erectam similiter virgam repperire.

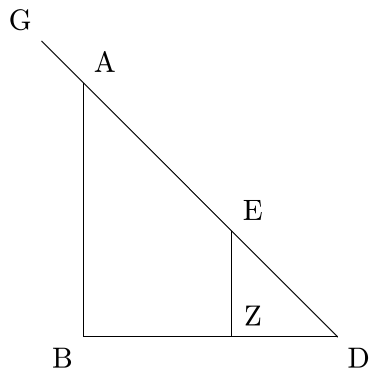

Fig. 19

Esto data altitudo AB [Fig. 19], proponaturque eam cognoscere quanta sit. Sit occulus D, solis autem radius GA cadens in A termino AB magnitudinis, et protrahatur radius usque D occulum. Sit autem umbra DB quam[62] altitudo que est AB facit, iaceatque altera quantitas EZ concidens radio ad punctum radii quod est E. Non omnino illuminata ab eo et quia tantum punctum EZ quantitatis illuminatur. Concludetur[?][63] sic[64]: intellige ABD et EZD triangulos. B angulus est equalis Z angulo EZD trianguli quia uterque rectus, quia[65] AB et EZ sunt perpendiculares et parallelle, et D est communis uteriisque trianguli[*sic*]. Ergo tertius est equalis tertio, scilicet E est equalis A per primum librum Euclidis. Ergo ABD et EZD trianguli sunt similes per descriptionem VI Euclidis. Ergo per IIII VI$^{\text{ti}}$ que est proportio DZ ad EZ est BD[66] ad AB. Sed proportio ZD ad EZ nota est, quia scire possum distantiam ab D oculo ad Z per commensurationem virge. Similiter quantitatem EZ scire possum per commensurationem virge. Ergo proportio BD[67] ad AB nota est. Sed BD[68] quantitas nota est, quia per commensurationem virge nota esse potest cum sit in plano. Ergo AB quantitas nota est, quod est propositum.

[20(A19; V20)] [N]on existente sole datam altitudinem quanta sit cognoscere.

Habet alia translatio: [RV20] Erecta virga speculoque interposito quanta sit altitudo paralella dicere.

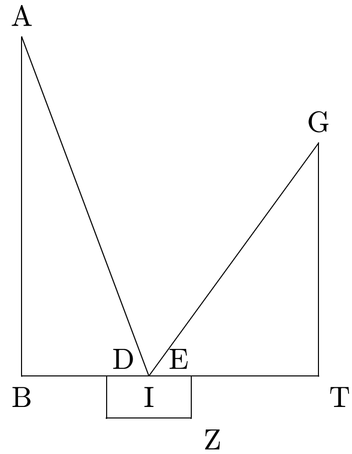

Fig. 20

Esto alicuius magnitudinis altitudo AB [Fig. 20], oculus vero sit G. Et sit propositum cognoscere quanta sit AB, non apparente sole. Iaceat speculum DZ et addatur ED linea recte in directo DB terminus cuius coniugatur termino quantitatis AB qui est B. Et accidat radius a G oculo GI, et ab I reverberabitur GI radius ad A terminum AB. Et addatur DE linee ET linea, et erigatur cathetus super ET et ille

[62] *inter lineas hab.* [63] *mg. hab.* [64] *inter lineas hab.* [65] quia ∼ parallelle *mg. hab.* [66] *correximus ex* BZ [67] *correximus ex* BZ [68] *correximus ex* BZ

est GT. Quoniam ergo GI radius accidit in I et refringitur sive reverberatur GI ad A iuxta librum de speculis. E angulus est equalis D angulo,[69] quia reverberatio non facit nisi pares angulos. Et AI est radius reverberatus qui est DG facit angulum equalem E. Sed iterum T angulus est equalis B angulo, quia AB et GT sunt paralelles et perpendiculares. Ergo tertius angulus unius trianguli est equalis tertio alterius trianguli per primum.[70] Ergo G est equalis A. Ergo omnes anguli GET trianguli sunt equales angulis ABI trianguli. Ergo per descriptionem VI^{ti} GET et ABI trianguli sunt similes. Ergo que est proportio GT ad ET est AB ad IB.[71] Sed proportio GT[72] ad ET nota est, quia per virgam possum commensurare quantum sit a G oculo ad T. Similiter quantum sit a T usque ad E per virgam mensuri potest, cum sit in plano. Ergo proportio IB ad AB nota est. Sed IB notum est quia possum cum virga commensurare, quia in plano est. Ergo AB est notum et AB est proposita quantitas. Ergo proposita quantitas nota est, quod est propositum.

[21(A20; V21)] [D]atam profunditatem quanta est invenire.

Habet alia translatio: [RV21] Qualiter profunditatis certitudo sit habenda.

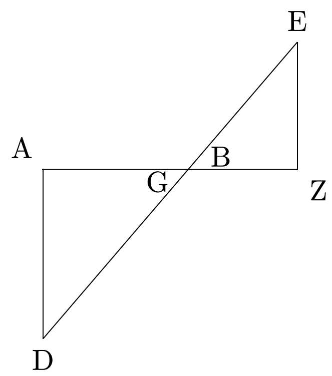

Fig. 21

Esto data profunditas AD [Fig. 21], occulus autem sit E. Sit propositum cognoscere profunditatem quanta est. Accidat radius ED concidens plano ad punctum G et ad punctum profunditatis scilicet D. Et adiciatur puncto B in directo BZ linea, et trahatur ab E super ZB rectam cathetus EZ. Intellige EBZ et ADG[73] triangulos. Inde sic: B angulus est equalis G angulo, quia sunt oppositi. Et Z est equalis A quia uterque rectus, quia AD et EZ sunt perpendiculares AZ. Ergo per primum tertius angulus scilicet E est equalis tertio scilicet D. Ergo EBZ | et ADG [63v] trianguli sunt similes. Ergo latera equos angulos continentia sunt proportionalia. Ergo que est proportio EZ ad ZB est AD ad AG.[74] Sed proportio EZ ad ZB nota

[69] *correximus ex* angulos [70] per primum *mg. hab.* [71] AB ad IB *correximus ex* IB ad BA [72] *post* GT *scr.* no[ta] *et del.* [73] *correximus ex* ABG [74] AD ad AG *correximus ex* AG ad AD

est, quia per virgam mensurari possunt EZ et ZB. Ergo proportio AD ad AG[75] nota est. Sed AG nota est, quia per virgam vel filum commensurari potest. Ergo AD nota est, quod est propositum.

[22(A21; V22)] [D]atam longitudinem quanta est invenire.

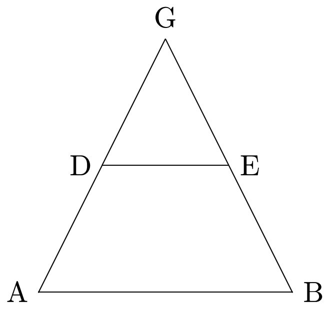

Fig. 22

Esto data longitudo AB [Fig. 22], occulus sit G. Sitque propositum quanta est AB longitudo invenire. Et accidant radii[76] GA et GB. Et sumatur proppe oculum G super radium punctus qui est D, et trahatur per[77] D punctum recte AB paralella scilicet DE recta. Intellige GAB et GDE triangulos. Inde sic: E angulus GDE est equalis B quia intrinsecus extrinseco, et D angulus GDE est equalis A quia intrinsecus extrinseco, et G est communis. Ergo anguli GDE et GAB sunt equales [!]. Ergo GAB et GDE trianguli sunt similes. Ergo latera equos angulos continentia sunt proportionalia. Ergo que est proportio GE ad DE est GB ad AB. Sed proportio GE ad DE est nota, quia GE et DE commensurabilia sunt cum virga vel filo alio. Ergo proportio GB ad AB est nota. Sed GB est notum, quia per virgam aliquam potest commensurari. Ergo AB est notum, quod est propositum.

[23(A22; V23)] [S]i in eo plano in quo occulus est circuli periferia ponatur, ea circuli periferia recta linea apparet.

Habet alia translatio: [RV23] Si fuerit oculus in eodem plano cum arcu, circumferentiam videri rectam.

[RV23] Figuretur arcus BZG super centrum R [Fig. 23], et A oculus sit in eodem plano, radiique ducantur AB, AD, AZ, AT, AG, et AZ sit in directo centri. Videbitur ergo Z sicut R cum sint in una linea. Et a terminis AG et AB ducatur BG quasi basis totalis anguli. GZB semicirculus[!] et GB linea videntur sub eodem angulo scilicet sub totali. Cum ergo non diversificent angulum, non videntur diversa. Quoniam diversa nullatenus existimantur nisi que in oculo diversificant angulum, nulla circumferentie et corde apparebit diversitas. Quare[78] utraque videbitur recta.

[75] AD ad AG *correximus ex* AG ad AD [76] *scr.* radius *et corr.* [77] *post* per *scr.* unum latus *et del.* [78] quare ∼ recta *mg. hab.*

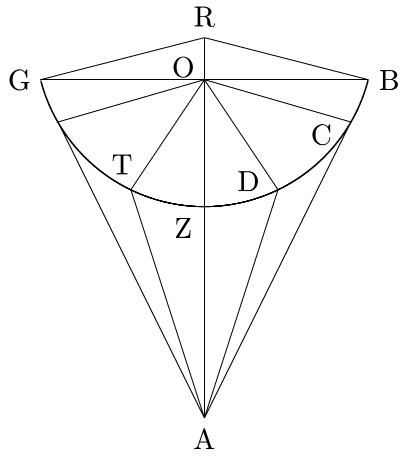

Fig. 23

[RV23] Similiter BDZ quantitatis unius apparebit cum BO. Similiter in alia parte. Hinc est quodem orizon videtur unus et idem terre et celi. Item BO videtur maior quam CO quia sub angulo maiori, et CO quam DO, et de ceteris alterius partis similiter.

Aliter [A22 aliter 1]: CA longior quam DA, et DA quam ZA, quia Z per centrum transit per III Euclidis. Similiter de aliis. Et nota quod GZB arcus minor est semicirculo. Semicirculus enim non potest videri linea recta. Unde R est centrum et non O.

[24(A deest; V25=RV24] [L]ongior radius ad speram perveniens quasi linea contingens erit.

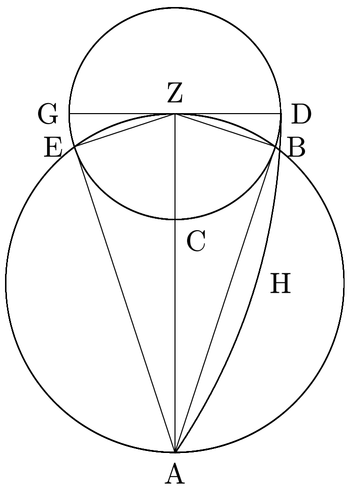

Fig. 24

Sit A oculus [Fig. 24]. Dico quod longior[79] radius exiens ab A erit quasi linea contingens. Spera sit GDC, radii sint AE et AB et AC. Describatur circulus juxta quantitatem ZA ita quod ZA sit diameter circli descripti. A Z ducantur ad B et E due linee scilicet ZB et ZE. Inde sic: B anglus ZBA triangli est in semicirculo, consistit supra arcum maioris circuli. Ergo est rectus per XXX$^{\mathrm{am}}$ tertii. Ergo B est rectus. Probatur simili ratione quod E angulus ZEA trianguli est rectus. Sed AB et AE a terminis diametrorum circuli GDC trahitur[*sic*], quia cum Z sit centrum, ZB est semidiameter, a cuius termino scilicet B ducitur AB, similiter EZ est semidiameter a cuius termino scilicet E ducitur AE. Habemus ergo quod AB et AE ducuntur a terminis diameterorum GDC circuli ortogonaliter, quia B angulus et E angulus sunt recti. Ergo AB et AE sunt contingentes. Sed nulla alia longior potest pervenire ad speram quam AB et AE et ille videntur contingentes. Ergo longior que perveniens[?] ad speram est contingens. Si dixerit quod alia longior potest pervenire ad speram, illa non est AC, quia AC brevior est quam AB vel AE, nec AC potest penetrare speram cum spera sit corpus solidum. Sit illa AD. AD est longior radius qui protenditur ab A ad D que est contingens. Producatur AB versus D, secabit AD. Ergo ex AB et AD claudetur superficies. Sed AB et AD sunt recte quia radii recti sunt. Ergo ex duabus rectis clauditur superficies, quod est impossible. Relinquitur ergo quod AB et AE sunt longiores et contingentes. Quod est propositum.

[25(A23; V26)] [S]pere qualitercumque sub uno occulo vise minus[80] semper hemisperio apparet, eaque visa spere pars sub circulo contenta apparet.

Habet alia translatio: [RV25] Quod de spera cernitur medio eius minus est et velud circulus.

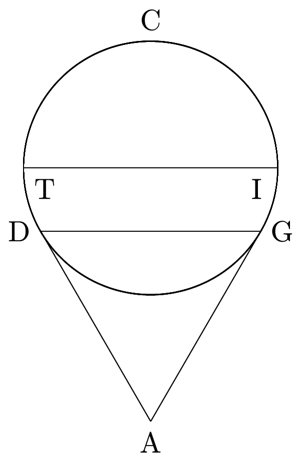

Fig. 25

[79] longior ∼ exiens *corr. ex* radius exiens longior [80] *supra* minus *hab.* id est minor pars

Propositum est quod minor pars medietate spere videtur ab uno oculo. Spera sit CDG [Fig. 25], occulus sit A. Radii sint AD et AG. Diameter spere sit TI ad quam si DA et AG radii pervenerint, facient duos angulos rectos cum TI per premissam et per[81] XXX^{am} tertii: Si rectilineus angulus et cetera. Ergo ATI triangulus habebit duos angulos rectos, quod est impossibile. Relinquitur ergo quod AD et AG radii | non perveniant nisi ad terminos DG. Ergo illa pars spere quam terminat DG videtur [64r] tam a A[82] oculo, et illa pars minor est medietate. Ergo minor pars medietate spere videtur a A[83] occulo. Quod autem illa pars que videtur videatur esse contenta sub circulo,[84] sic ostenditur: quia si moveatur spera orbiculariter, DG videbitur describere circulum, et sub illo circulo videbitur pars spere que terminatur ad GD, et hec est pars visa. Quod est propositum.

[26(A24; V27)] [O]culo accedente propius spere minus erit quod videbitur, sed maius videtur videri.

Habet alia translatio: [RV26] Quanto magis acceditur, minus de spera cernitur et id apparet maius.

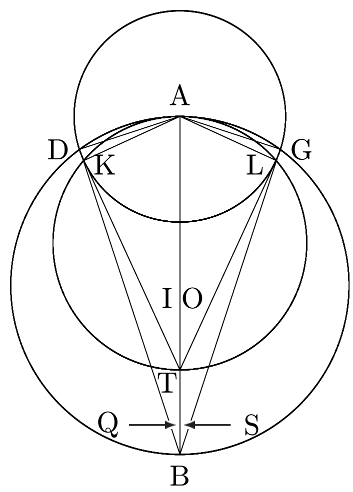

Fig. 26

Esto spera cuius centrum sit A [Fig. 26], occulus autem B. Et describatur circa AB circulus GBD et coniungantur GA et AD et BG et BD. Propter autem premissum theorema, BG et BD contingentes erint, et videbitur sub B angulo GD pars spere. Transmoveatur autem occulus propius spere, et sit T a quo ducatur recta TA. Et describatur circa TA circulus ALKT, et coniungantur TK et KA, AL et LT. Similiter autem sub T oculo videbitur KL pars spere, sub B vero videtur GD, minor autem KL quam GD. Ergo accedente occulo minus est quod videtur. Quod autem

---

[81] per ~ cetera *mg. hab.* [82] *correximus ex* B [83] *correximus ex* B [84] *post* circulo *sci.* sub *et del.*

KL videatur maior apparere, sic ostenditur: O angulus est extrinsecus respectu S anguli, quia S est intrinsecus. Ergo O est maior S. Simili ratione I angulus est maior Q angulo, quia I est extrinsetus et Q intrinsecus. Ergo IO angulus totalis maior est QS angulo totali. Sed sub IO videtur KL, et sub QS videtur DG. Ergo maior videtur KL quam DG. Ergo apparet maior KL, occulo accedente ad speram.

[27(A25; V28)] [S]pera a duobus occulis visa, si diametro spere equalis fuerit recta in qua a se invicem occuli distant, totum eius hemisperium videbitur.

Habet alia translatio: [RV27] Visiones, quarum distantia diametro spere par et equidistans fuerit, tangunt oppositas secundum diametrum notas.

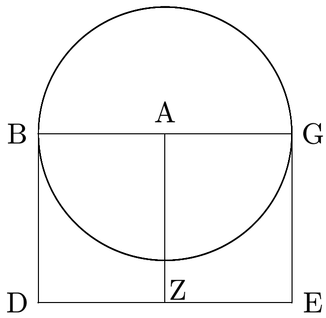

Fig. 27

Esto spera cuius centrum sit A et BG diameter [Fig. 27]. Linea recta et equalis et equidistans a BG diametro sit DE, et in DE sint[85] duo oculi, scilicet D et E. Radii illorum occulorum sint DB et EG. Rotetur spera circa AZ orbiculariter. Illius spere diameter circumquamque ductus describet circulum quendam motu suo, qui circulus transit per tumorem sicut per medium spere, et usque ad illum circulum perveniunt DB et EG radii, et vident illum. Ergo vident medietatem spere. Et hoc est propositum. Quia occuli siti sunt in linea recta et equali et equidistanti a BG diametro, vident hemisperium.

[28(A26; V29)] [S]i occulorum distantia spere diametro maior fuerit, plus hemisperio videtur.

Sit GB linea maior CA diametro [Fig. 28], et G et B sint oculi. Radii longiores[86] accedentes ad D et E puncta sint GZ et BZ. Illi radii longiores aut pervenient ad C et A puncta diametri spere, aut ad O et I puncta ut sint GO et BI, aut illi radii pervenirent ad D et E puncta spere.

---

[85] *correximus ex* sit [86] *inter lineas hab.*

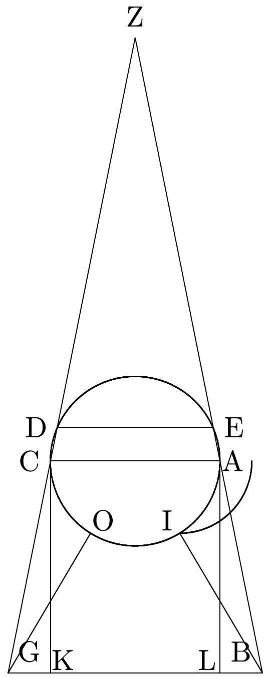

Fig. 28

Si dixerit quod pervenient ad C et A puncta sicut sunt GC et BA, ergo GC et BA sunt contingentes circulum. Et a contactu ad centrum linea recta ducitur, quia CA que est diameter. Ergo CA est perpendicularis ad AB et CG per XVIII$^{\text{am}}$. Ergo A et C anguli, quos faciunt GC et BA cum CA, sunt recti. Sed occulis existentibus in KL linea que est recta et equalis diametro, radii qui sunt KC et LA perveniunt ad terminos diametri scilicet C et A. Quia vident totum hemisperium per premissam, ergo KC et BA[*sic*] sunt contingentes circulum et ab ipsis ducitur[87] linea recta a contactu scilicet ad centrum scilicet CA. Ergo CA est perpendicularis ad CK et LA.[88] Ergo anguli quos faciunt KC et LA[89] cum CA, scilicet C et A partiales, sunt[90] recti, et C et A totales, quos faciunt CA et CG et AB scilicet[91] ut probatum supra. Ergo recti sunt partes recti, quod est impossibile.

Si radii longiores[92] pervenerint ad O et I puncta, ut sunt GO et BI, ergo per XXIII$^{\text{am}}$[*lege* XXIIII$^{\text{am}}$] huius[?] libri,[93] GO et BI sunt contingentes. Ergo ipse transibunt per extremitatem spere. Oportet ergo quod BI transeat per A sicut IA radius. Ergo BIA radius secabit BA. Et BA et BIA incipiunt ab eodem puncto, scilicet B, et terminant in eodem, scilicet A. Et utraque est recta, quia omnis radius est rectus, et inter illas est superficies. Ergo ex duabus lineis rectis clauditur superficies, quod est contra petitionem primi Euclidis.

[87] *scr.* ducatur *et corr.* [88] *correximus ex* LB [89] *correximus ex* LB [90] *post* sunt *scr.* ei *et del.*
[91] scilicet ∼ supra *mg. hab.* [92] *inter lineas hab.* [93] huius[?] libri *mg. hab.*

Restat ergo quod longiores radii perveniant ad D et E. Ergo vident partem spere que terminatur ad DE. Sed illa pars est maior medietate. Ergo maior pars medietate spere videtur si distantia occulorum fuerit maior diametro.

[29(A27; V30)] [S]i occulorum distantia spere diametro minor fuerit, minus hemisperio videbitur. | [64v]

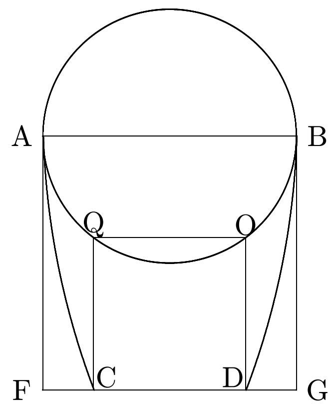

Fig. 29 [*sic*]

Distantia minor diametro, in qua sunt occuli, sit CD [Fig. 29], et occuli sint C et D. Longiores radii, qui exeunt a C et D occulis, non possibile sunt pervenire ad A et B terminos AB diametri, quia illi radii essent contingentes circulum ut[94] sunt AC et BD. Et a contactu ducitur linea per centrum, quia AB diameter in quo est centrum. Ergo per XVIII$^{\text{am}}$ tertii BD et AC sunt perpendiculares ad AB. Ergo B et A anguli, quos faciunt BD et AC cum AB, sunt recti. Si vero distantia occulorum esset equalis diametro, ut est FG, radii exeuntes a G et F occulis pervenirent ad terminos diametri, quia hemisperium videret[*sic*] per XXVI[*lege* XXVII] presentis. Ducantur ergo a G et F radii. Illi sint BG et AF qui similiter sunt contingentes circulum ad terminos diametri. Et a contactu ducitur linea recta in quo est centrum, quia AB diameter. Ergo per XVIII tertii AF et BG sunt perpendiculares. Ergo B et A anguli, quos faciunt BG et AF cum AB, sunt recti. Sed eorum partes sunt A et B anguli, quos faciunt AC et BD cum AB, quos similiter probavimus esse rectos. Ergo recti sunt partes rectorum. Relinquitur ergo quod longiores radii CA et DB[95] non cadent ad A et B puncta diametri, multo minus ultra. Ergo cadent citra. Cadant ergo ad Q et O. Ergo vident tantum illam partem spere quam terminant QO linea. Sed illa est minor hemisperio. Ergo si distantia occulorum minor diametro fuerit, minus hemisperio videbitur.

[30(A28; V31)] [C]hilindro qualitercumque sub oculo viso minus hemichilindro videtur.

[94] ut ∼ BD *mg. hab.* [95] CA et DB *coniecimus ex* CD

Habet alia translatio: [RV30] Medietate minus aspici de columpna.

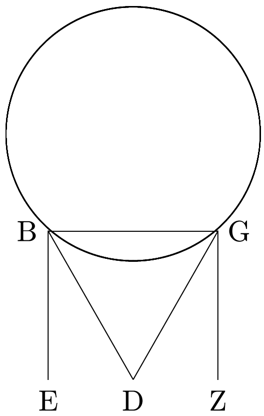

Fig. 30

Sit BGEZ columpna rotunda et sit erecta [Fig. 30], et D occulus iaceat in plano, cuius radii sint DB et DG. Describatur circulus[96] circa basim columpne, cuius circuli medietatem D oculus videre non potest, sed minus per XXIIII$^{\mathrm{am}}$[*lege* XXV$^{\mathrm{am}}$] presentis. Videat BG portionem. Intelligantur due superficies erigi in altum super DG et DB radiis contingentes columpnam. Sed ille superficies minus medietate columpne capiunt. Et secundum illas superficies derigentur radii exeuntes a D oculo. Ergo illi radii minus medietate columpne contingunt. Sed quantum contingunt, tantum vident. Ergo minus medietate vident. Ergo[97] D minus medietate columpne videt. Quod est propositum.

[31(ultima pars de A28; enunciatio de V32)] [S]i sub duobus oculis chilindrus videatur, patens est quoniam et in eo contingent que in spera.

Tria proposuit accidere in spera visa a duobus oculis, quia aut distantia oculorum erit equalis diametro spere, et hemisperium videbitur secundum quod probatum est; aut distantia oculorum erit maior diametro, et plus hemisperio videbitur, quod etiam probatum est; aut distantia oculorum erit minor diametro spere, et tunc minus hemisperio videbitur, quod similiter probatum est. Hec eadem tria proponit accidere in columpna.

Sit EF distantia equalis CA diametro spere [Fig. 31a]. Super A et super C erigantur AZ et DC linee que sunt linee columpne.[98] Super AF radium, intelligatur erigi AZF superficies. Similiter supra CE radium intelligatur erigi CDE superficies. Quia omnes radii exeuntes ab E et F oculis disponuntur secundum predictas superficies. Et per dicte[!] superficies non excedunt medium columpne. Radii illi

[96] *post* circulus *scr.* iuxta *et del.* [97] *correximus ex* G [98] *post* columpne *scr.* cuius *et del.*

non procedunt ultra medium columpne. Ergo secundum hanc dispositionem tantum medietas columpne videtur.

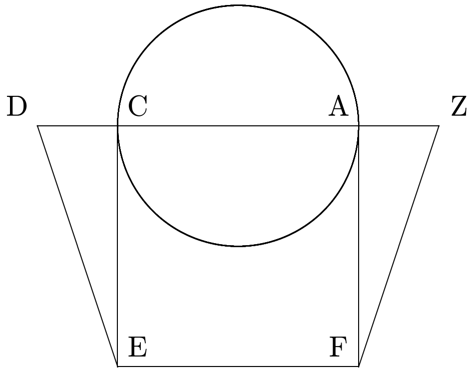

Fig. 31a

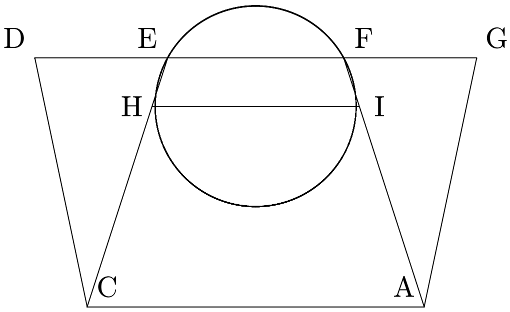

Fig. 31b

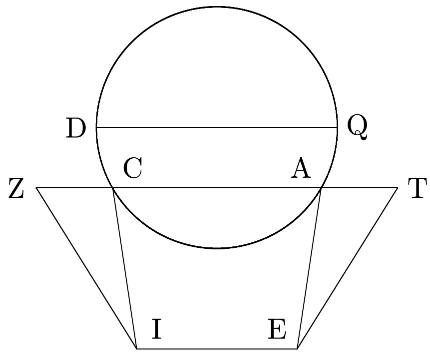

Fig. 31c

Si distantia occulorum fuerit maior diametro, maius medietate columpne videbitur. Fiat itaque secunda figura, in qua distantia oculorum sit maior diametro [Fig. 31b]. Et distantia sit CA, et oculi sint C et A. Diameter sit HI. Probavimus supra quod si distantia oculorum fuerit maior diametro spere, quod maius emisperio[!] videbitur. AF et CE radii pervenient ad EF lineam spere. Super F et super E erigantur FG et DE linee columpne. Super FA et EC radios erigantur due superficies, scilicet FGA et DEC. Quoniam omnes radii exeuntes ab A et C oculis, non excedunt predictas superficies, et predictae[99] superficies procedunt ultra HI diametrum. Patet quod radii vident maius medietate columpne.

Si autem distantia oculorum fuerit minor diametro[100] columpne sive basis columpne, minus medio columpne videbitur. Fiat tertia dispositio, in qua distantia oculorum sit minor diametro [Fig. 31c]. Ostendimus in spera quod si distantia

[99] *scr.* predictas *et corr.* [100] *post* diametro *scr.* spere *et del.*

fuerit[101] minor diametro[102], quod minus hemisperio videbitur. Sit IE distantia minor DQ diametro, et I et E sint oculi. Radii longiores sunt AE et CI. Vident ergo CA arcum tantum I et E. Super A et C erigantur AT et ZC linee columpne et super AE et CI radios erigantur ATE et ZCI superficies. Quoniam omnes radii I et E oculorum non procedunt ultra AT et ZC terminos superficierum, non plus vident de columpna quam superficies protendantur. Sed citra DQ diametrum terminantur superficies. Ergo minus medietate columpne videtur.

Et nota quod omnes circuli descripti[103] debent intelligi pro basi columpne, quia de columpna rotunda fit sermo. | [65r]

[32(A29; V33)] [P]rope chilindrum oculo posito minus quidem chilindri est quod sub radiis intercipitur, videtur autem maius videri.

Habet alia translatio: [RV31] Quod a propinquiore de columpna rotunda minus essentialiter cernitur, maius est apparenter.

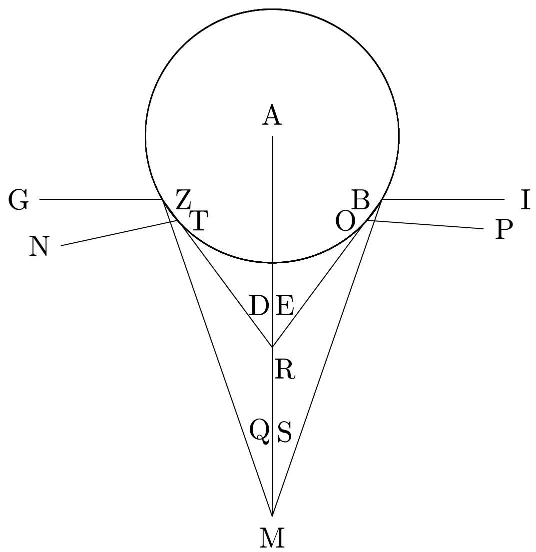

Fig. 32

Esto chilindros, cuius basis sit ZTOB circulus, centrum autem A, oculus vero M [Fig. 32]. Intelligantur GZ et BI linee erecte et sint linee columpne. MZ et MB radii perveniunt ad GZ et BI lineas et M occulus videt partem columpne terminatam ad GZ et BI. Moveatur M oculus in R. M existente in R, videbit partem columpne terminatam ad NT et OP lineas columpne, quas erectas intellige. Sed minor est pars columpne terminata ad NT et OP quam pars terminata ad GZ et BI, quia pars eius est. Ergo plus columpne videt M existens in M puncto quam existens in R. Quod pars, quam videt occulus prope columpnam positus, videatur maior quam

[101] *correximus ex* fueri [102] *scr.* distametro *et corr.* [103] *mg. hab.*

pars, quam videt oculus longe positus, id est quod pars, quam terminatur ad NT et OP lineas, videatur maior parte terminata ad GZ et BI, sic probatur. Intellige triangulum ORM[!] cuius angulus est S. Et E est angulus extrinsecus respectu S. Ergo E[104] est maior S. Et simili ratione proba quod D est maior Q. Ergo DE angulus totalis est maior QS angulo totali. Sed sub DE videtur pars columpne terminata ad NT et OP lineas, et sub QS videtur pars terminata ad GZ et BI. Ergo maior apparet pars terminata ad NT et OP quam pars terminata ad GZ et BI. Quod est propositum.

[33(A30; V34)] [C]oni circulum habentis basim et ad rectos ei assem[!] sub uno oculo visi minus hemiconio videtur.

Habet alia translatio: [RV32] Piramidis medietas rotunde non videtur ab oculo super ebadum[*sic*] basis collocato.

Propositum est quod si piramis erecta, cuius basis est circulus, videatur ab uno oculo, minus medietate videatur. Et ut debuit dicere erecta, dixit habentis axem ad rectos, id est, ita axis sit in directo cum diametro circuli basis piramidis, quod faciat duos rectos angulos cum diametoro. Axis piramidis est linea que est in medio piramidis, terminata ad conum et ad centrum circuli qui est basis piramidis. Et hic sumitur conus pro piramide.

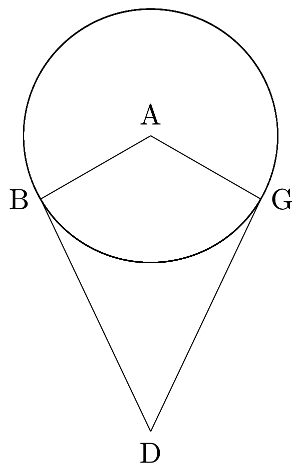

Fig. 33

Esto piramis cuius basis sit BG circulus [Fig. 33], vertex autem A punctus. Intelligantur BA et GA lineae erecte. Oculus vero sit D, a quo accidant radii DB et DG contingentes BG. Sed BG est minor semicirculo quod probari potest sicut et de spera per XXIIII$^{\mathrm{am}}$[*lege* XXV$^{\mathrm{am}}$] presentis. Itaque intercepta sub AB et AG rectis et BG pars minor est hemiconio, quoniam BG semicirculo minor est. Minus ergo hemiconio videtur.

[104] *scr.* est *et corr.*

[34(A31a; V35a)] [O]culo propius posito in eodem plano in quo est basis coni, minor quidem erit que sub basibus intercipitur pars, videtur autem maior videri.

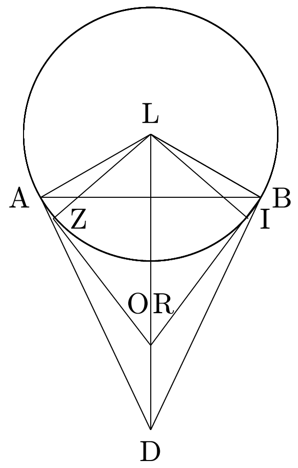

Fig. 34

Esto conus, cuius basis est circulus AB, vertex autem L [Fig. 34]. Et AL et BL sint linee piramidis que intelligantur erecte, et ad[105] illas[106] perveniunt DA et DB radii, D oculo existente in[107] D puncto. Similiter ZL et IL sint linee piramidis erecte, ad quas perveniunt OZ et RI radii, D occulo existente in OR. Itaque D occulo existente in D videt AB partem piramidis, et D existente in OR videt ZI partem piramidis. Sed AB est maior pars ZI. Ergo maiorem partem piramidis videt oculus existens remotius quam videat existens propinquius. Quod autem videatur videre maiorem partem existens propinquius quam remotius, sic ostende. Intellige IRD[!] triangulum. R angulus est extrinsecus respectu D anguli partialis. Ergo R angulus est maior D angulo partiali. Simili ratione proba quod O angulus est maior alio D angulo partiali. Ergo OR angulus totalis est maior D angulo totali. Sed sub OR angulo,[108] videtur IZ, et sub D angulo videtur AB. Ergo sub maiori angulo videtur IZ quam BA. Ergo maior videtur IZ quam BA. Ergo occulo propius posito minor pars piramidis videtur, sed maior videtur videri.

[35(A32; V36)] [S]i ab oculo ad coni basim accidant radii, ab accidentibus vero radiis et contingentibus a contactu recte trahantur per superficiem coni ad verticem eius, per protractas vero et ab oculo ad basim coni accidentes educantur epipeda, in contactu autem eorum, hoc est, in | communi sectione epipedorum oculus ponatur, visum coni per totum equale videbitur visu existente in epipedo paralello subiacenti plano. [65v]

[105] *inter lineas hab.* [106] *post* illas *scr.* videt *et del.* [107] *inter lineas hab.* [108] *post* angulo *scr.* sed B *et del.*

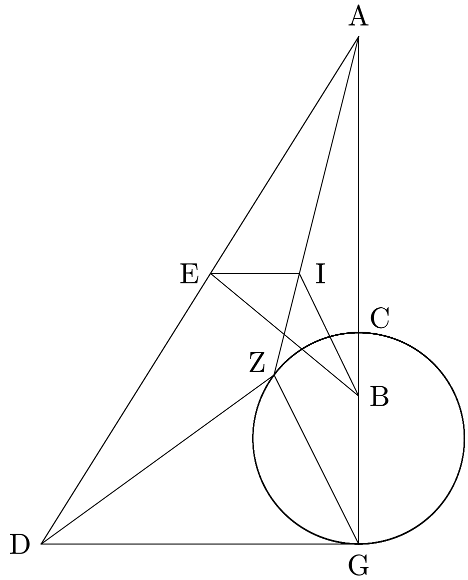

Fig. 35[*sic*]

Esto conus, cuius basis circulus sit CZG, vertex punctus A, oculus D, a quo accidant radii DG et DZ [Fig. 35]. Ducanturque a contactibus G, Z larera coni ZA et GA. Et educatum per DZ et[109] ZA epipedum, similiter per DG et GA. Illarum ergo duarum faciet communem sectionem linea per III^{am} XI^{mi} Euclidis. Sit ea AED. Dico quod si in AD transponatur oculus, quod tantus videbitur conus quantus videbatur sub DG et DZ radiis, cum superiores radii equidistent inferioribus. Sit enim E oculus in AED linea, a quo accidant radii ad conum EI et EB et sint equidistantes DG et DZ. Probo quod IEB angulus est equalis ZDG angulo. Est enim triangulus ADG totalis, et est triangulus AEB partialis. EB est equidistans DG. Ergo AEB extrinsecus angulus est equalis ADG intrinseco angulo. Eadem ratione ABE extrinsecus angulus est equalis AGD[110] intrinseco, et EAB angulus parvi est equalis DAG angulo magni, quia idem est angulus. Ergo ADG magnus triangulus est equiangulus AEB parvo triangulo. Ergo est ei similis per VI^{um} Euclidis. Ergo per eundem VI^{um} latera equos angulos continentia sunt proportionalia. Ergo que est proportio DA ad EA ea est DG ad EB, et GA ad[111] BA. Similiter cum EI linea sit equidistans DZ in triangulo DZA et triangulo EIA, ergo triangulus DZA est similis triangulo EIA. Ergo que est proportio DA ad EA ea est DZ ad EI, et ZA ad IA. Ergo a primo que est proportio DG ad EB ea est DZ ad EI. Item in triangulo DAG EB est equidistans DG basi. Ergo per VI^{um} secat latera proportionaliter. Ergo que est proportio DE ad EA ea est GB ad BA.[112] Similiter in triangulo DZA EI linea est equidistans DZ basi. Ergo secat latera proporitionaliter. Ergo que est proportio DE ad EA ea est ZI ad IA. Ergo a primo que est GB ad BA ea est ZI ad IA.

[109] *post* et *scr.* E *et del.* [110] *correximus ex* ADG [111] *correximus ex* et [112] *post* BA *scr.* Ergo per V^{tum} convertens que est proportio *et del.*

Inde in triangulo AGZ BI linea secat latera proportionaliter. Ergo per VI^{tum} BI est equidistans GZ. Et ita sicut probatum est de aliis triangulis totalibus et partialibus. GZA totalis triangulus est equiangulus BIA partiali triangulo. Ergo est similis ei. Ergo que est proportio GA ad BA ea est GZ ad BI et ZA ad IA. Sed que est GA ad BA ea est DG ad EB sicut probatum est. Et que est DG ad IB ea est DZ ad EI. Ergo que est ZG ad IB ea est DG ad EB, et DZ ad EI. Ergo triangulus DZG est similis triangulo EIB. Ergo anguli contenti proportionalibus lateribus sunt equales. IEB angulus est equalis ZDG angulo. Ergo sub tanto angulo videt E oculus conum, sub quanto D oculus. Quod[113] est propositum.

Et[114] nota quod ubicumque fit sermo de angulis dicendo EIB vel alio modo vel mediam literam, intelligandus est angulus de quo fit sermo. Designa CGZ circulum basim in pulvere, et intellige DZ et DG lineas. Desiga in pulvere et ZG similiter. Alias vero lineas erige in aere cum festucis,[115] scilicet DA et ZA et GA et EI et EB et IB, et ab eisdem locis erigas lineas in aere in quibus locis producte sunt in figura subiecta. | [66r]

[36(A33; V37)] [R]ursum autem oculo transposito ab humili,[116] elevatiori[117] quidem oculo posito, maius erit cono visum. Videtur autem minus apparere. Humiliori vero minus quidem erit. Videtur autem maius apparere.

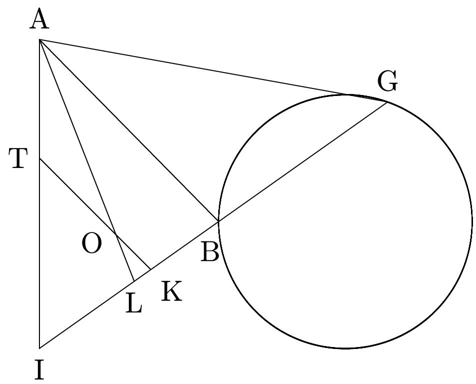

Fig. 36

Esto conus sive piramis quod idem est, cuius basis quidem circulus BG, vertex autem A punctus [Fig. 36]. Sintque latera coni AB et AG, oculus vero sit I. Ducatur TOK linea equidistans AB linee. Dico quod maior pars[118] videbitur piramis existens[119] in T quam in O oculo existente, et tamen minus videri videbitur oculo existente in T quam oculo existente in O. Et hoc est propositum teorematis. Quod sic probabitur. Per XXXIII^{am}[*lege* XXXIV^{am}] huius maior pars coni apparet occulo

---

[113] Quod ∼ propositum *mg. hab.* [114] Et ∼ sermo *mg. hab.* [115] *post* festucis *scr.* similiter *et del.* [116] *scr.* humiliori *et corr.* [117] *mg. hab.* [118] *inter lineas hab.* [119] *mg. hab.*

posito in I puncto quam in L. Sed minor apparere[120] putatur, sive minus videbitur videri quod idem est. Sed per precedentem scilicet per XXXIIII$^{\mathrm{am}}$[*lege* XXXV$^{\mathrm{am}}$] quantum apparet super I et super T, et quantum super L et super O. Ergo maior pars piramidis apparet super T quam super O. Sed minor reputatur, sive minor videbitur videri. Oculo ergo ad T posito maius erit quod videtur cono quam ad O, videtur autem minus esse.

[37(A34; V38-39)] [S]i a centro circuli ad rectos circuli epipedo erigatur recta[121] atque in ea oculus ponatur, diametri in circuli epipedo ducte[122] omnes equales apparebunt.

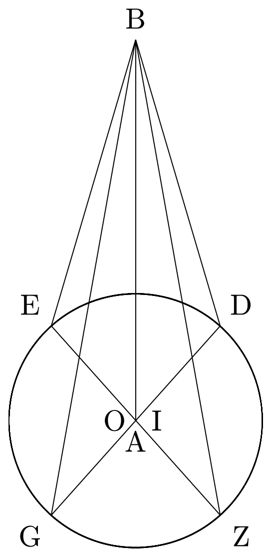

Fig. 37a

[37a(A34a; V38)] Esto circuli centrum A punctus [Fig. 37a]. Et ab eo trahatur perpendicularis circuli epipedo, et sit AB, in qua sit B oculus. Dico quod et EZ et DG diametri equales apparebunt. Erigatur AB perpendicularis directe in altum cum festucis. Statue figuram. Intellige ABG triangulum, cuius O angulus est rectus. Et intellige BAZ triangulum, cuius I angulus est rectus. Inde sic: O angulus BGO trianguli est equalis I angulo BIZ trianguli. Ergo[!] latera equos angulos respicientia sunt equalia. Ergo BG est equalis BZ. Inde sic: GB et BO latera BGO trianguli sunt equalia BZ et BA lateribus BAZ trianguli, et O angulus est equalis I angulo, et GA basis BGA trianguli est equalis AZ basi BAZ trianguli. Ergo B angulus BGA trianguli est equalis B angulo BAZ trianguli. Similiter proba quod B angulus EBA est equalis B angulo BAD trianguli. Ergo B angulus BGD trianguli est equalis B angulo BEZ trianguli. Et sub illis angulis videntur GD et EZ diametri. Ergo

[120] *correximus ex* apparet [121] *supra* recta *hab.* linea [122] *supra* ducte *hab.* vel ducti

videntur equales. Quod est propositum. De quibuslibet diametris circuli potest eodem modo probari quod videntur equales.

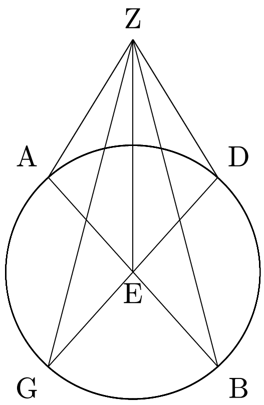

Fig. 37b

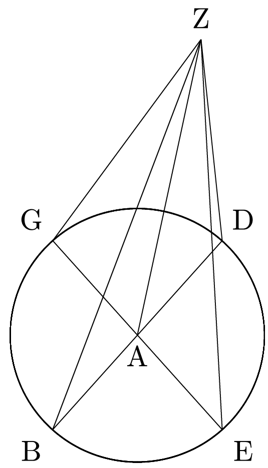

Fig. 37c

[37b(A34b; V39a)] Potest etiam plus probari quam id quod propositum est, et probatum scilicet quod si ZE est equalis AE vel DE semidiametris[123] [Fig. 37b], licet ZE non sit etiam perpendicularis epipedo circuli, sive superficiei circuli quod idem est, sicut fuit perpendicularis primo, quod diametri semper videbuntur equales. Esto enim circulus ABDG et trahantur in eo due diametri AB et GD. Et ZE recta ab E centro circuli ducatur in altum cum festuca. Et in termino ZE sit Z oculus, et ZE non sit perpendicularis epipedo circuli. Sed sit equalis unicuique earum que est semidiameter[124] circuli, et ducantur radii ZA, ZG, ZB, ZD. Quoniam ergo equalis est BE recte EZ. Sed AE similiter est equalis recte ZE. He tres ergo[125] AE, EZ, EB equales sunt. In eo ergo epipedo per AB et EZ descriptus semicirculus circa AB diametrum in sublimi, ille semicirculus sic intellectus describi veniet per Z punctum. Rectus ergo qui sub AZ et ZB angulus, quia per III$^{\text{um}}$ Euclidis omnes semicirculorum anguli sunt recti. Similiter et qui sub GZ et ZD rectus est, quod simili ratione probari potest. Sed omnes recti equales. Equalis ergo apparet AB ei que est GD.

[37c(A34c; V39b)] Probatur etiam quod licet ZA non sit equalis semidiametris nec sit perpendicularis epipedo circuli, tamen equales angulos faciet DAZ et ZAG et EAZ et ZAB et diametri equales apparebunt[126] [Fig. 37c]. | [66v]

[38(A35; V40)] [S]i recta ab oculo centro circuli incidens neque perpendicularis fuerit epipedo circuli neque ei que e centro equalis neque equales angulos continens, diametri inequales apparebunt ad quos facit angulos inequales.

[123] *scr.* diametris *et corr.* [124] *scr.* diameter *et corr.* [125] *iter.* [126] *post* apparebunt *relinquitur spatium valde amplum.*

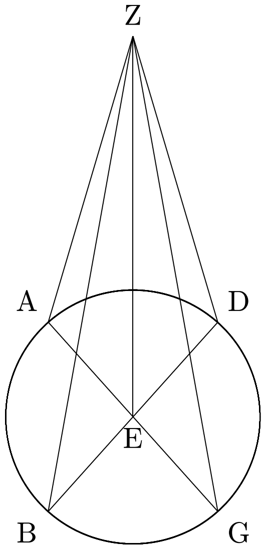

Fig. 38a

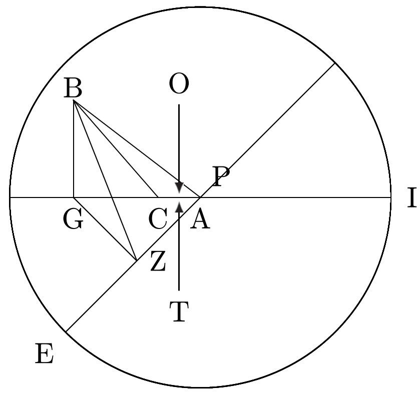

Fig. 38b

[38a(A35a; V40a)] Si AB protracta a centro circuli non sit perpendicularis superficiei circuli vel alicui diametrorum circuli neque sit equalis alicui semidiametro[127] circuli, qui semidiameter[128] e centro ducitur, dico quod inequales angulos faciet et diametri ad quos facit angulos inequales inequales apparebunt [Fig. 38a].

[38b(A35b; V40b)] Sed ad hoc probandum necessarium est, ut ostendamus primo quod AB cum GA facit adeo parvum angulum quod cum nulla alia linea facit tantum parvum et AB cum AI facit adeo magnum quod cum nulla alia facit tam magnum [Fig. 38b]. Idem O angulus est parvissimus, et P angulus totalis est maximus quos BA facit cum GA et PI. Forte dicet adversarius quod BA cum EA facit tantum angulum quantum facit cum GA. A B puncto ducatur perpendicularis superficiei et sit BG. Ducatur etiam perpendicularis EA linee et illa sit GZ. Dicet forte falsigraphus quod perpendicularis EA non potest esse nisi GA. Sed ex hoc accidet inconveniens hoc modo. Recindatur EA ad equalitatem GA, et linea equalis GA[129] sit ZA. Intelligatur BA erecta, sed intravari[?] versus G. Intelligatur BZ erecta cum festucis.[130] Intellige BGA et BZA triangulos. Inde sic: BA et GA latera GBA trianguli sunt equalia BA et AZ lateribus BAZ trianguli, quia BA est commune et ZA recisum est ad equalitatem GA. Et angulus quem facit BA cum GA est equalis angulo quem facit BA cum ZA. Ergo angulus contentus BA et GA est equalis angulo contento BA et ZA, nam adversarius dedit quod angulus quem facit BA cum GA est equalis angulo quem facit BA cum EA. Sed eundem facit BA cum EA et AZ, cum AZ sit pars EA. Inde sic: BA et GA latera BGA sunt equalia BA et ZA lateribus BZA, et anguli equis lateribus contenti sunt equales. Ergo BZ basis BZA est equalis

[127] *post* semidiametro *scr.* sp *et del.* [128] *scr. post* ducitur *et signo posito trans.* [129] *ante* G *scr.* Z *et del.* [130] *mg. hab.*

BG basi BGA. Intellige ergo BGZ triangulum, cuius basis est GZ linea designata in plana superficie in pulvere, et BG et BZ latera sint erecta in altum cum festucis. Inde sic: BG et BZ latera BGZ trianguli sunt equalia ut probarum est. Ergo anguli ad basim sunt equales. Ergo angulus quem facit BG cum GZ est equalis angulo quem facit BZ cum GZ. Sed angulus quem facit BG cum GZ est rectus, quia BG est[131] perpendicularis superficiei. Ergo angulus quem facit BZ cum GZ est rectus. Ergo BZG triangulus habet duos angulos rectos, quod est impossibile.

Relinquitur ergo quod GA non sit perpendicularis EA. Sit ergo GZ perpendicularis AE. Inde sic: angulus quem facit GZ cum[132] ZA est rectus, quia GZ est perpendicularis EA. Ergo quadratum GA valet quadratum GZ et [quadratum[133]] ZA. Sed iterum angulus quem facit BG cum GA est rectus. Ergo quadratum BA valet[134] quadratum BG et quadratum GA. Sed[135] quadratum GA valet quadratum GZ et quadratum ZA. Ergo quadratum BA valet quadratum BG et quadratum GZ et quadratum ZA. Sed iterum cum BG sit perpendicularis superficiei, angulus quem facit BG cum GZ est rectus. Ergo quadratum BZ valet quadratum BG et quadratum GZ. Sed quadratum BA valet quadratum BG et quadratum GZ et insuper quadratum ZA. Sed quadratum BZ valet quadratum BG et quadratum GZ. Ergo quadratum BA valet quadratum BZ et quadratum ZA. Ergo Z angulus quem facit BZ cum ZA est rectus per conversam dulcannon[*sic*] scilicet per sequentem. Cum ergo Z sit rectus[136] et G angulus quem facit BG cum GA sit rectus, quia BG est perpendicularis superficiei, Z et G anguli sunt equales. Sed iterum G angulus quem facit BG cum GZ in BGZ triangulo est rectus, quia BG[137] est perpendicularis superficiei. Ergo BZ latus est maius BG latere. Sed iterum Z angulus quem facit GZ cum ZA in plano in triangulo GZA est rectus, quia GZ est perpendicularis EA. Ergo GA latus maius est ZA latere. Intellige ergo duos triangulos GBA et ZBA. BZ latus BZA est maius BG, et GA latus BGA est maius ZA latere BZA. Ergo que est proportio BZ ad ZA ea est BG ad aliquam partem GA vel ea est proportio BG ad GA. Si dicatur quod que est proportio BZ ad ZA est BG ad GA. Ergo permutatim que est BZ ad BG est ZA ad GA. Sed BZ maior est BG. Ergo ZA maior est GA. Sed prius ostensum est quod GA maior est ZA, cum Z angulus GZA trianguli siti in plano sit rectus.

Relinquitur ergo quod que est proportio BZ ad ZA ea est BG ad aliquam partem GA. Signetur illa pars et sit GC. A C erigatur BC linea cum festuca usque ad B ita quod efficiatur BGC triangulus. Inde sic: que est proportio BZ ad ZA ea est BG ad GC, et G angulus ABG[138] trianguli et Z angulus BZA trianguli sunt similes, quia Z est rectus sicut superius probavimus. Et G similiter est rectus, quia BG est perpendicularis superficiei. Inter latera proportionalia equos angulos continent.

---

[131] *post* est *scr.* equalis *et del.* [132] *correximus ex* et [133] *supplevimus* [134] *scr. post* BG *et signo posito trans.* [135] *inter lineas hab.* [136] *post* rectus *scr.* BA est maximum latus BAZ trianguli *et del.* [137] *correximus ex* BA [138] *correximus ex* ABC

Ergo BGC et BZA trianguli sunt similes. Ergo sunt equianguli. Ergo C angulus GBC trianguli est equalis A angulo BZA trianguli. Sed C angulus BGC est maior O angulo GBA trianguli, quia C est extrinsecus. Ergo A angulus ZBA trianguli maior est O. Sed datum fuit ab adversario quod equalis. | [67r]

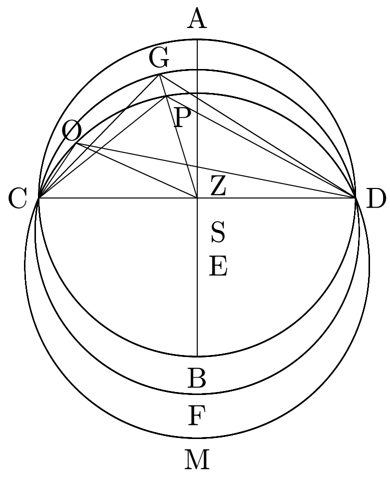

Fig. 38c

[38c(A35d; V40d)] Esto circulus ABCD cuius centrum Z in quo recte trahantur AB et CD secantes se ad rectos angulos sive perpendiculariter quod idem est [Fig. 38c]. Oculus vero sit O a quo recta super centrum coniuncta vel coniugata ad rectos linee AB et sit OZ, ad CD vero casu angulum contineat id est faciat ad CD angulum vel rectum vel minorem recto vel maiorem recto. Et sit OZ semidiametro minor. Dico quod AB et CD diametri apparebunt inequales, et maximus quidem CD, minimus vero AB, et semper propinquior minime[139] linee[140] scilicet OZ maior[141] remotiore apparebit. Due tamen diametri aparebunt[*sic*] equales equaliter distantes ex utraque parte minime scilicet OZ. Intelligatur OZ erecta in altum. Et tamen figuretur in plano in pulvere. Lineentur ergo OD et CO linee usque ad terminos CD. Videtur ergo CD sub O angulo COD trianguli. Fiat ergo circulus circa COD trigonum scilicet CODM, et erit centrum sub Z centro scilicet in E.[142] Cum autem OZ sit minor semidiametro circuli ACBD ex supradictis, constat quod Z angulus OCZ trianguli est minimus angulorum quos transeuntes per Z centrum faciunt cum ZO. Dicet ergo adversarius quod radius visibilis cum aliquo alio diametro facit angulum maiorem Z angulo OCZ trianguli, et tamen ille videtur maior quam CD. Faciat ergo cum eo tantum angulum quantus est[143] Z angulus CZG trianguli. Fiat ergo trigonus CGD. Et ita G angulus[144] GCD trianguli maior est O angulo COD trianguli. Et ita CD videtur maior sub angulo G quam sub angulo O,

[139] *post* minime *scr.* diamee *et del.* [140] linee ∼OZ: *inter lineas hab.* [141] *correximus ex* minor [142] *correximus ex* S [143] *post* est *scr.* C *et del.* [144] *post* angulus *del.* maior

quod sic improbatur: quia si COD trigonus est intra trigonum CGD, ergo per VII^{am} primi Euclidis O est maior[145] G. Si autem unus non continetur intra alium velud patet in figura, cum GZ radius equalis ZO radio protendatur extra circulum CODM, probatum[?], quia OC est magis proxima centro S quam GZ propter GZS angulum maiorem OZS angulo. Semper per medias litteras intellige angulos. Fiat circulus circa CGD trigonum scilicet CGDF, et intra CGD trigonum fiat alius trigonus scilicet CPD ad circumferentiam CODM. Et ita per VII^{am} primi Euclidis P est maior G. Sed P et O anguli sunt equales per XX^{am} III^{tii} cum sicut in eadem portione circuli super eandem basem. Ergo G angulus est minor O. Sed sub G angulo videtur CD diameter. Et ita minor videter sub G quam sub O angulo. Et ita omnis alius diameter minor videtur quam CD. Et quanto radius visibilis, cum semidiametro[146] minor[147] est, efficit angulum acutum tanto videtur maior.[148] Sed quanto magis recedit a CD et sit propior AZ, tanto magis crescit angulus acutus. Et ita quo usque perveniat ad AB diametrum cum quo facit angulos rectos qui ob hoc minimus videtur. Duo etiam diametri videntur equales quorum uterque tantum distat a CD et ab AB quantum relicuus.

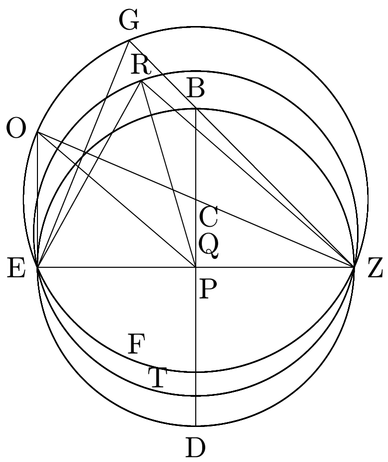

Fig. 38d

[38d(A35c; V40c)] Si autem radius visibilis sit maior semidiametro, tunc diameter, ad quem radius facit ex una parte minimum angulum ex alia maximum, videtur minimus. Ille autem cum quo facit utrinque rectos angulos videtur maximus. Illi autem super quos facit angulos equales videntur equales. Sint enim BD et EZ diametri se secantes perpendiculaliter et OP radius maior semidiametro faciat cum EZ diametro angulum maxium et minimum, super DB autem angulos rectos [Fig. 38d]. Intellige OP erectam in altum et tamen lineetur in plano sicut in figura iacet. Dico quod EZ videtur minimus et BD maximus. Fiat enim circa EOZ trigonum circu-

[145] *correximus ex* minor [146] *correximus ex* diametro [147] *correximus ex* maior [148] *correximus ex* minor

lus EOZF, quia PO radius visibilis, cum sit maior semidiametro, extendetur extra circulum EBZD, et erit predicti circuli centrum intra trigonum ad C. Aliter enim OP non erit maior semidiametro. Cum ergo OPE angulus sit minimus angulorum quos OP radius facit cum diametris ut est probatum supra, dicet adversarius quod OP cum aliquo[149] alio diametro facit maiorem angulum et ipse tamen videtur minor. Sumamus EZ loco eius. Et sit RP radius maior semidianetro, et faciens EPR angulum maiorem EPO. Probatur quod R[150] angulus maior est O. Si RP duceretur usque ad circumferentiam EOGZ, ad quam ducta est OP, esset maior OP per VII^{am} tertii, quia quanto est propinquior diametro linea ducta a[151] puncto signato in circulo preter centrum. Ergo si ducatur RP ad equalitatem OP, oportebit quod terminetur infra EOGZ circumferentiam. Sit in R. Est ergo RP equalis OP. Fiat ergo circa trigonum ERZ circulus ERZT ad centrum Q. Iterum fiat trigonus EGZ ad circumferentiam EOGZ includens trigonum ERZ, et erit G minor R angulo per VII^{am} primi Euclidis. Sed G et O sunt equales per III^{tium}, quia sunt in eadem circuli portione. Ergo O est minor[152] R. Ergo EZ minor videtur sub O angulo quam sub R angulo. Et ita erigendo RP lineam in[153] directo super BD angulus crescit[154] quia, quanto RP magis accedit ad BD tanto angulus quam facit RP cum EP crescit. Cum perventum erit ad BD diametrum, ipse videtur maximus. Illi autem apparebunt equales ad quos radius facit angulos equales.

[39(A36; V41)] [C]urruum rote aliquotiens circulares apparent, aliquotiens parespasmeni.[155]

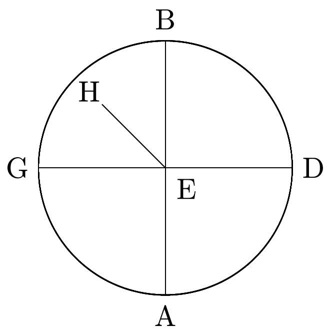

Fig. 39

Esto rota ABGD et protrahantur diametri BA, GD secantes se perpendiculariter ad E punctum [Fig. 39], iaceatque oculus [non[156]] in epipedo | circuli. Si igitur [67v]
HE recta ab H oculo super E centrum protracta non fuerit perpendicularis epipedo nec ei que e centro id est semidiametro[157], nam intelligi debet HE erecta in altum

[149] *post* aliquo *scr.* l *et del.* [150] *correximus ex* T [151] *inter lineas hab.* [152] *correxit ex* maior [153] in ∼ crescit: *scr.* angulus crescit in directo super BD *et signo posito trans.* [154] *post* crescit *scr.* vers *et del.* [155] *supra* parespasmeni *hab.* id est non circulares [156] *supplevimus.* [157] *correximus ex* diametro

non faciens angulos rectos epipedo neque cum aliquo diametrorum, diametri omnes apparebunt, unus quidem maximus, alius autem minimus per premissam. Cum ergo diametri videantur inequales et circulus videtur non circularis, sive curruum rote videntur parespasmeni. Videntur autem curruum rote circulares quando HE recta perpendiculariter ducitur epipedo circuli, quia per XXXVI$^{\mathrm{am}}$ [*lege* XXXVII$^{\mathrm{am}}$] omnes diametri apparebunt equales. Ergo rote curruum videntur equales et ita habemus propositum.

[40(A37; V42)] [E]st locus in quo oculo manente, eo vero quod videtur transposito, equale semper quod videtur apparet.

[40(A37a; V42a)] Esto oculus A [Fig. 40], conspecta quantitas BG, a quo accidant radii AB, AG et describatur circa trigonum ABG circulus ABG. Dico quoniam est locus ubi manente quidem oculo, conspecta vero magnitudine transposita, equale semper quod videtur apparet. Transponatur enim et sit DG quantitas transposita, et AD sit equalis AB. Inde sic: ADG triangulus est equalis AGB triangulo, quia DG est equalis BG, et AD est equalis AB, et AG est commune. Ergo I augulus est equalis O angulo. Ergo BG videtur equalis DG, et hoc est propositum.

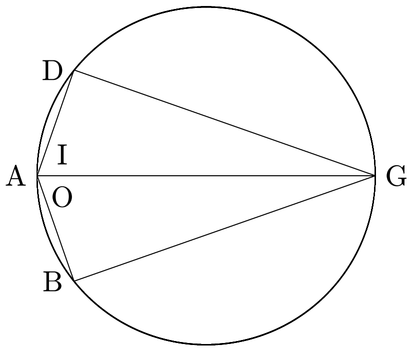

Fig. 40

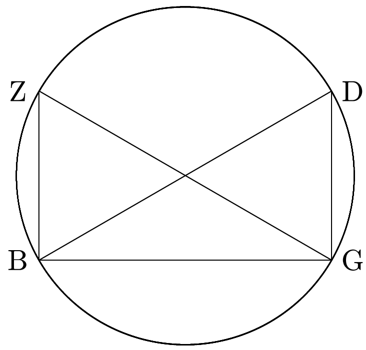

Fig. 41

[41(A38; V43)] [E]st locus ubi oculo transposito, eo manente quod videtur, illud quod videtur semper videtur equale.

Esto quod videtur, oculus autem Z [Fig. 41], a quo accidant radii ZB et ZG, et describatur[158] circa ZBG trigonum sectio circuli BZG. Et transeat oculus qui est Z super D et accidant radii BD et DG[159] ad eandem quantitatem scilicet BG. Cum ergo Z et D anguli sint in eadem circuli super eandem basim scilicet BG, Z et D anguli sunt equales per III Euclidis. Sed sub equalibus visa angulis equalia apparent. Equale ergo BG apparebit oculo transposito super D.

[158] *post* describatur *scr.* Z *et del.* [159] *post* DG *scr.* cum ergo *et del.*

[42(A39; V44)] [S]i quantitas aliqua perpendicularis fuerit subiacenti epipedo, et ponatur oculus super aliquod punctum epipedi, transponatur autem quod videtur super circuli periferiam centrum habentis oculum, semper equalis res conspecta videbitur secundum paralellam positionem ei que e principio transiens.

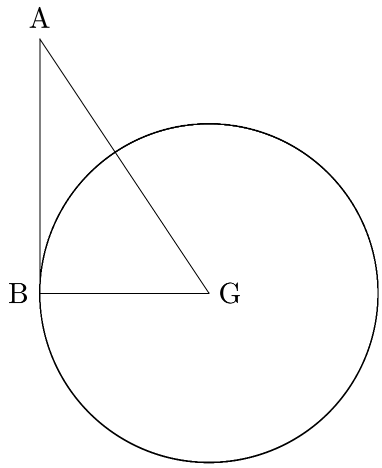

Fig. 42

Propositum est quod si alia quantitas perpendiculariter ponatur vel exigitur epipedo iacenti in plano, et oculus sit in puncto epipedi, et illa quantitas visa moveatur circa oculum equidistanter, quod intellexit auctor dicens secundum paralellam positionem ei que e principio transiens. Cum inquam hoc sit, dico quod quantitas semper videbitur equalis. Et hoc sic ostenditur. Sit AB quantitas perpendiculariter erecta super circulum iacentem [Fig. 42]. Oculus autem sit G in[160] centro circuli, radii sint AG[161] et BG. Moveatur ergo AB per circumferentiam circuli. Cum ergo AB semper videatur sub G angulo vel equali G quia omnes radii exeuntes a G ad AB erunt equales AG et BG radiis. Et B angulus ABG trianguli semper erit rectus. Et ita cum AB mota per circumferentiam videatur sub angulo equali G, semper AB videbitur equalis sibi. Intelligatur autem AB erecta in altum perpendicularis epipedo.

[43(A40; V45)] [S]i quod videtur subiacenti epipedo non fuerit perpendiculare, transponatur vero super circuli periferiam equale existens ei que e centro, aliquotiens quidem equale ei, aliquotiens vero inequale videbitur secundum | paralellam positionem ei que e principio transvadens. [68r]

---

[160] *inter lineas hab.* [161] *correximus ex* AB

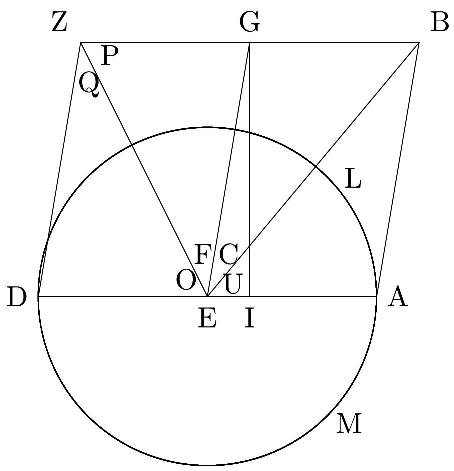

Fig. 43

Esto circulus AD et sumatur in periferia eius D punctum et inde surgat DZ recta et equalis ei que est e centro scilicet DE [Fig. 43]. Et sit non perpendicularis circulo, sed inclinetur versus E oculum qui est in centro. Dico quoniam DZ si transponatur in periferia circuli, aliquotiens quidem equalis apparebit, aliquotiens vero maior, aliquotiens vero minor. Trahatur autem per E quod est centrum recte DZ paralella GE, et sit equalis recte DZ recta EG. Trahatur autem a puncto superiacens epipedum cathetus GI sive perpendicularis epipedo circuli. Et concidat ad I punctum epipedi, et coniugata EI educatur et coniungatur periferie ad punctum A, et trahatur per punctum EG recte AB paralella sive equidistans, sitque recta AB recte DZ equalis. Dico quoniam AB omnium super circuli periferiam transpositarum rectarum minima apparebit, et DZ aliquando apparebit equalis sibi, aliquando non, mota per circuli periferiam. Et hoc est propositum teorematis.

Disponantur omnes linee preter DA[162] in altum cum festucis sicut sunt disposite in figura. Et circulus lineetur in plano. Quoniam ergo recta GE recte AB paralella est et equalis, et recta EA recte GB equalis et paralella est, paralellogramum ergo equilaterum est AEGB. Et simili ratione paralellogramum equilaterum est EDGZ. Probatum est quod angulus quem facit GE cum EA est minimus angulorum quos faciet cum DA, et angulus quem GE facit cum DE est maximus[163] angulorum quos faciet cum DA. Ergo E angulus contentus GE et EA qui est angulus GBEA paralellogrami est minor E angulo contento GE et DE qui est angulus ZGDE paralellogrami. Ergo E angulus GZDE paralellogrami est maior E angulo GBEA paralellogrami. Ergo medietates E anguli ZGDE paralellogrami sunt maiores medietatibus E anguli GBEA paralellogrami. Sed F et O sunt medietates E anguli ZGDE paralellogrami ut postea probatur. Et C et U sunt meditates E anguli GBEA paralellogrami, quod postea probatur. Ergo O angulus est maior U angulo. Sed sub O angulo videtur DZ,

[162] *post* DA *scr.* dis *et del.* [163] *correximus ex* minimus

et sub U videtur BA. Ergo maior videtur DZ quam BA. Ergo si DZ poneretur ubi est BA,[164] videretur DZ minor in A quam in D. Immo quod maius est DZ videbitur minima in A ab E oculo sic posito quam videri possit in alio puncto periferie, cum U sit medietas E anguli GBEA paralellogrami. Equale autem videbitur DZ in punctis equaliter distantibus ab A puncto alterinsecus positis sicut sunt L et M puncta. Et hoc est propositum teorematis.

Quod autem F et O sint medietates E anguli ZGDE, et C et U sint medietates E anguli GBEA, sic probatur. Intellige ZDE et ZGE triangulos, inde sic: ZD et DE latera ZDE sunt equalia ZG et GE lateribus ZGE, quia GZDE paralellogramum est[165] equilaterum. Et G angulus est equalis D angulo per III Euclidis: In paralellogramo anguli oppositi sunt equales. Ergo basis DZE est equalis basi ZGE, et reliqui anguli reliquis angulis. Ergo Q est equalis F. Sed ZD et DE latera ZDE sunt equalia. Ergo anguli ad basem sunt equales. Ergo Q est equale O. Sed Q est equale F ut probatum est. Ergo[166] O est equale F. Et ex O et F sufficienter constat E angulus ZGDE. Ergo sunt medietates E. Simili modo probatur quod C et U sunt medietates E anguli GBEA. Et hoc est propositum.

[44(A41; V46)] [S]i quod videtur perpendiculare fuerit subiacenti epipedo, transponatur vero oculus super circuli periferiam centrum habentem punctum secundum quod coniungitur magnitudo epipedo, equale semper quod videbitur apparet.

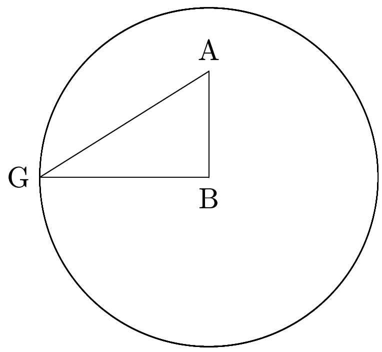

Fig. 44

Esto conspecta magnitudo AB, et intelligatur AB erecta in altum, et sit perpendicularis subiacenti epipedo, et B est angulus rectus et G oculus, et iuxta quantitatem GB describatur circulus [Fig. 44]. Dico quoniam si transponatur G super circuli periferiam, equalis semper AB apparebit. Hoc autem patet: omnes enim a puncto G ad AB[167] radii accedentes ad equales angulos accident, quia omnes radii

[164] *post* BA *scr.* secundum situm *et del.* [165] *post* est *scr.* re *et del.* [166] *post* Ergo *scr.* G *et del.*
[167] *post* AB *scr.* ang *et del.*

exeuntes a G oculo erunt equales GA et GB radiis, quocumque modo moveatur oculus in circumferentia et AB basis semper erit eadem. Ergo quemcumque triangulum fecerint radii exeuntes a G, erit equalis GAB. Ergo omnes anguli illorum erunt equales angulis AGB. Ergo omnes anguli, quos faciunt radii equales GA et GB radiis, erunt equales G angulo, et sub illis angulis videbitur AB. Ergo videbitur sub equalibus angulis. Ergo AB videbitur equalis. | [68v]

[45[168](A42-43; V47)] [R]e conspecta manente, oculo vero transposito secundum rectam lineam obliquam ad conspectam quantitatem existentem, aliquotiens quidem equalis, aliquotiens vero inequalis res conspecta videbitur.

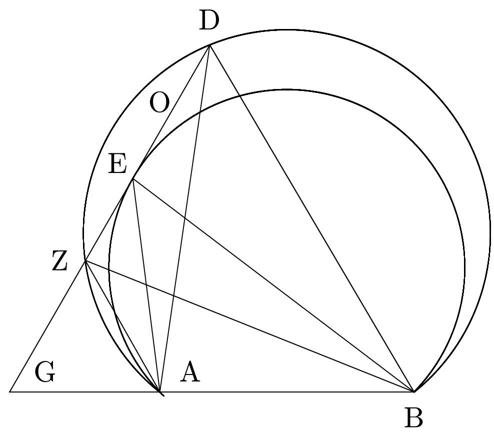

Fig. 45a

[45a(A42a; V47a)] Esto quod videtur AB [Fig. 45a], oculus autem sit E, recta vero obliqua GD. Et adiungatur ei que est BA in directo recta AG et concurrat cum recta DG ad G. Et transponatur in GD recta oculus. Dico quoniam aliquotiens equalis, aliquando vero inequalis apparet. Sumatur enim inter rectam BG et rectam GA medio loco proportionale EG et sit oculus E et transmoveatur et sit in eadem linea recta ad D. Dico quoniam in E maximum videbitur AB et ita in D minus. Fiat enim circulus circa AB scilicet AEB et ita GD erit ei contingens: ex ypothesi enim sicut se habet GA ad GE, ita se habet GE ad GB; ergo per XVI^{am} VI^{ti} Euclidis quod fit ex ductu GA in GB est equale quadrato GE; ergo per ultimam tertii Euclidis GE est contingens portioni circuli AEB. Lineetur autem DB et DA et fiat circulus circa DAB trigonum scilicet AZDB. Probatur quod huic non potest esse contingens linea GD, cum sit alii portioni contingens. Quia si hoc esset, ergo per penultimam tertii Euculidis quod fit ex ductu BG in GA esset equum quadrato GO, si contingeret eam in O circuli[169]. Sed ex ypothesi id quod fit ex ductu BG in GA est equum quadrato

[168] *mag. hab.* 44 [169] *correximus ex* circulus

GE. Ergo quadratum GE esset equale quadrato GO, et ita linea linee quod factum est. Et sic: GD secabit portionem circuli GDB, secet eam in Z, et fiat trigonus AZB. Et sic: AZB angulus est equalis ADB angulo, quia sunt in eadem circuli portione. Et sic: AB magnitudo videtur equalis in punctis Z et D. Sed E angulus est maior AZB angulo, quia intra trigonum AZB posset fieri alius trigonus ad circumferentiam AEB, et angulus faciens in circumferentia esset maior angulo AZB per XXI$^{\mathrm{am}}$ libri primi Euclidis, et equalis angulo AEB per tertium librum Euclidis, quia essent in eadem circuli portione scilicet AEB. Et ita AB videtur maximum in E puncto. Maior vero ad propinquiorem E puncto quam ad remotiorem.

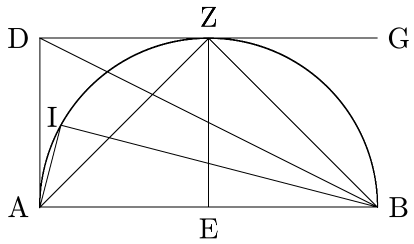

Fig. 45b

[45b(A43; V47d)] Idem etiam continget si paralella fuerit recta linea ei que videtur magnitudini. Esto enim magnitudo que videtur, et dividatur in duo equalia ad E, et protrahatur ab E perpendicularis magnitudini AB, et sit EZ in qua iaceat oculus Z [Fig. 45b]. Et coniungantur ZA et ZB, et describatur circa AZB trigonum portio circuli. Et trahatur per Z DZG paralella AB magnitudini. Et transponatur oculus super D, et accidant radii AD, DB. Dico quoniam a punctis D et[170] Z inequale apparebit AB. Coniungantur AI et IB. Quoniam ergo equalis angulus qui sub AZB angulo AIB, quia sunt in eadem portione circuli, sed AIB angulus angulo ADB est maior per XXI$^{\mathrm{am}}$ primi Euclidis, ergo et angulus AZB est maior eodem. Sed AB videtur sub AZB in Z, et sub angulo ADB in D. Inequalis ergo apparet AB in punctis D et Z.

Et si sit equalis DZ, ZG, tunc AB apparebit equalis in punctis D et G.

[46[171](A44; V48)] [S]unt loci in quibus oculo transposito equales magnitudines et communiter occupantes locos quosdam aliquotiens quidem equales, aliquotiens vero inequales apparent.

Esto oculus quidem E [Fig. 46a], magnitudines vero AB et BG equales, a puncto autem B protrahatur BZ perpendicularis ad Z. Manifestum autem quod in quocumque puncto BZ ponatur oculus, AB et BG apparebunt equalia. Transponatur autem oculus et sit E. Dico quoniam ab E apparebunt inequalia. Intellige AEB triangulum cuius EB et AB latera sunt equalia, quia exeunt a centro ad circumferentiam

[170] *inter lineas hab.* [171] *mg. hab.* 45

etc. Ergo anguli ad basem sunt equales per IIII^{am} primi. Ergo E et A AEB trianguli ad basem sunt equales. Sed iterum E et G anguli ad basem BEG trianguli sunt equales per eandem IIII^{am} primi, quia BE et BG latera sunt equalia, quia exeunt a centro etc. Sed B angulus EBG trianguli est maior B angulo AEB trianguli. Ergo[172] E angulus AEB trianguli est maior E angulo EBG trianguli[173] et hoc argumentum fit per [XXXII^{am}[174]] primi: cuiuslibet trianguli tres anguli valent duos rectos. Sed sub E angulo AEB videtur AB, et sub E angulo EBG trianguli videtur BG. Ergo AB videtur maior BG. Ergo AB et BG videntur inequales.

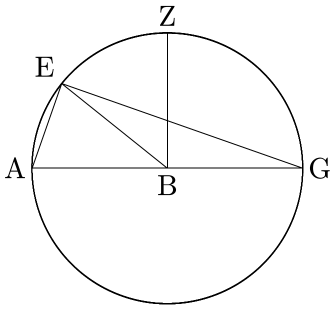

Fig. 46a

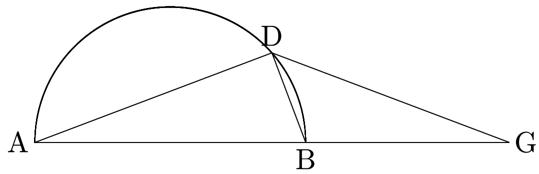

Fig. 46b

Aliter: sint AB et BG equalia et circa AB fiat semicirculus ADB [Fig. 46b]. Patet quod ADB angulus est rectus per tertium Euclidis. Ergo BDG est acutus, et ita minor videtur BG quam AB.

[47(A45; V49)] [E]st aliquis locus communis a quo magnitudines inequales apparent equales.

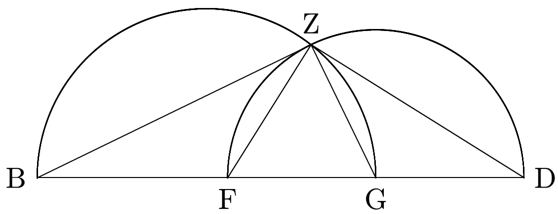

Fig. 47 [*sic*]

Magnitudines inequales sint BF et GD [Fig. 47], et BF sit maior. Coniungantur BF et GD per FG, et circa BG totalem[175] describatur BZG portio circuli semicirculo maior, et circa FD describatur similis portio, hoc est capientem Z angulum FZD trigoni equalem Z angulo BZG trigoni, quia similes portiones esse est habere angulos equales. Ergo Z angulus BZG et Z angulus FZD trigonorum sunt equales. Sed Z angulus FZG trigoni est communis. Ergo eo dempto residui anguli sunt equales.

[172] *post* Ergo *scr.* A *et del.* [173] *correximus ex* triangulo [174] *hab. lacuna, sed supplevimus* [175] *mg. hab.*

Ergo Z angulus BZF et Z angulus ZGD trigonorum sunt equales, sub[176] quibus videntur BF et GD. Ergo BF et GD inequales a Z puncto conspecte videntur equales, quod est propositum. | [69r]

[48(A46; V50)] [S]unt loci in quibus oculo transposito equales magnitudines et perpendiculares subiacenti epipedo existentes aliquotiens quidem equales, aliquotiens vero inequales apparent.

Sint equales magnitudines AB GD ad rectos existentes subiacenti epipedo [Fig. 48a]. Dico quoniam est locus ubi oculo posito AB et GD equales apparent. Coniungatur enim ab B super [D[177]] recta BD, et dividatur in duo equalia ad punctum E, et protrahatur a puncto E perpendicularis EZ recte DB. Dico quoniam si super EZ oculus ponatur AB GD equalia apparent. Lineetur enim ab B super D recta BD, et dividatur in duo equa ad E punctum, et ab E protrahatur perpendicularis EZ recte BD. Dico quoniam si super EZ oculus ponatur AB et GD equalia apparent. Iaceat enim super EZ oculus, et sit Z, et accidant radii AZ, ZB, ZE, ZD, ZG. Equalis autem recta ZB recte ZD. Sed et AB ei que est GD posita est equalis. Due ergo equales sunt AB BZ duabus GD DZ et angulo angulus est equalis. Ergo AZ est equalis ZG et BZA angulus est equalis DZG angulo. Ergo AB et GD magnitudines apparent equales.

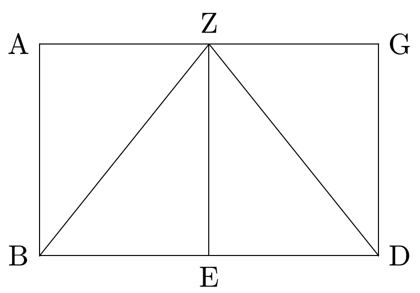

Fig. 48a

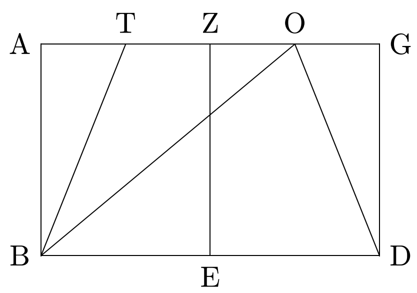

Fig. 48b

Dico etiam quoniam et apparebunt inequales. Transmoveatur enim oculus, et sit O, et lineantur OG et OA, et accidant radii OB et[178] OD [Fig. 48b]. Maior ergo OA quam OG, auferatur ab OA ei que est OG equalis, et sit AT, et coniungatur TB. Cum[179] ergo ATB angulus sit equalis GOD angulo, sed ATB est maior AOB angulo, quia est extrinsecus, ergo et GOD maior est AOB angulo. Magis ergo apparet GD quam AB.

[49[180](A47; V51)] [S]unt loci quidem in quibus oculo posito inequales magnitudines in idem composite equales utrique inequalium apparebunt.

---

[176] sub ∼ GD *mg. hab.* [177] *supplevimus* [178] *inter lineas hab.* [179] *iter.* [180] *mag. hab.* 48

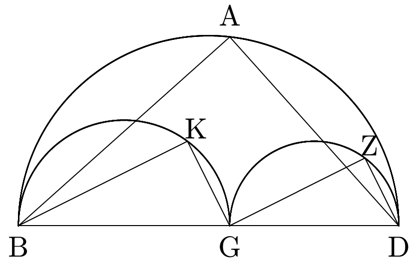

Fig. 49

Esto enim BG maior quam GD, et circa BG et GD semicirculi lineentur, et circa totam BD lineetur semicirculus BAD [Fig. 49]. Ergo equalis est angulus qui in BAD semicirculo ei qui in BKG. Rectus enim uterque per tertium Euclidis. Equalis ergo videbitur BG ei que est BD, similiter BD ei que est GD super semicirculos BAD et GZD et BKG oculis iacentibus. Sunt ergo quidem loci in quibus inequales due magnitudines in idem composite utrique inequalium equales apparent.

[50(A48-49; V52)] [I]nvenire locos a quibus equalis magnitudo medietas appareat[181] vel quarta pars vel universaliter in proportione in qua et angulus dividitur.

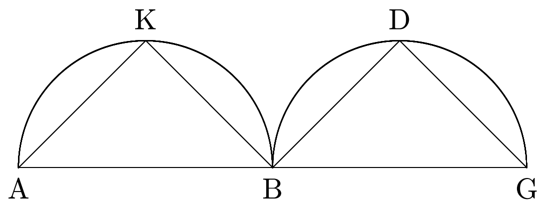

Fig. 50a [*sic*]

[50a(A48; V52a)] Esto AB et GD equalia, et circa AB describatur semicirculus, et in eo sit rectus angulus K, et circa BG describatur portio circuli recipiens eius qui est ad K anguli medietatem [Fig. 50a]. Quia scis super B angulum constituere angulum equalem KAB, et super constitutum iterum constituere angulum equalem medietati anguli K, et super G angulum equalem angulo KBA. Et ita B[182] erit subduplus ad K. Et ita apparet AB dupla ad DG[183] occulis super K et B[184] iacentibus.

[181] *corr. ex* appareant [182] *correximus ex* D [183] *correximus ex* BG [184] *correximus ex* D

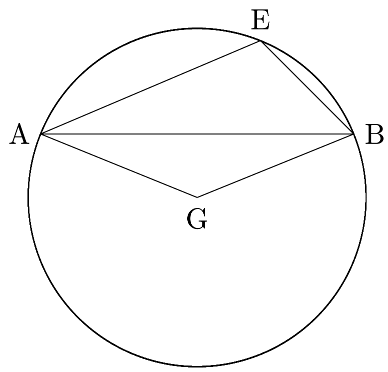

Fig. 50b

[50b(A49; V52b)] Item esto que videtur magnitudo AB. Dico quod AB habet locos in quibus oculo posito eadem aliquotiens dimidia, aliquotiens totum[*sic*], aliquotiens quarta apparet et universaliter in data proportione. Describatur circa AB circulus AEB et non sit AB diameter. Sumatur centrum circuli et sit G in quo iaceat oculus, et coniungantur recte AG, GB [Fig. 50b]. Sub eo ergo qui est AGB videtur AB. Iaceat autem oculus super circuli periferiam et sit E, et accidant radii EA, EB. Quoniam ergo AGB angulus est duplus[!] ad AEB per tertium Euclidis, ergo AB ab G puncto dupla videtur eius que est ab E. Similiter vero quarta si sit angulus quadruplus. | [69v]

(Received: December 7, 2001)