SCIAMVS 11(2010), 53-210

Les *Prolégomènes à l'Almageste*
Une édition à partir des manuscrits les plus anciens : Introduction générale – Parties I-III

Fabio Acerbi
CNRS, UMR 8163, Villeneuve d'Ascq
fabacerbi@gmail.com

Nicolas Vinel
Fondation Thiers, Paris
nicolas.vinel@dbmail.com

Bernard Vitrac
CNRS, UMR 8210, Paris
bernard.vitrac@gmail.com

Table des matières

Introduction générale

Nous présentons l'édition critique, avec introduction, traduction et notes, des différents sections qui composent les *Prolégomènes* anonymes à l'*Almageste*, texte mathématique grec particulièrement tardif qui, dans son intégralité, est encore inédit. Ce travail est le fruit d'un Séminaire de lecture organisé à Paris depuis Octobre 2008. Nous publierons séparément et successivement les sections qui composent cet ouvrage en nous appuyant sur les manuscrits les plus anciens. Une édition critique définitive verra le jour à l'issue des séances de ce Séminaire auquel ont notamment participé, outre les présents signataires, Alain Bernard, Micheline Decorps-Foulquier, Alain Herreman, Guy Le Meur. Qu'ils en soient vivement remerciés. Nous remercions aussi la rédaction de *SCIAMVS*, et tout particulièrement Ken Saito pour la préparation des diagrammes.

1. Présentation des *Prolégomènes*

Les *Prolégomènes à l'Almageste* sont une compilation faite pendant l'Antiquité tardive, dont le but est d'expliquer certaines notions et techniques de calcul employées dans le premier livre de l'*Almageste*. Le texte, dont la taille est à peu près celle des livres I-III des *Éléments,* peut être considéré comme le terme ultime des mathématiques grecques anciennes. Nous y trouvons : une présentation de l'œuvre de Ptolémée dans la lignée des schémas isagogiques développés dans le milieu du néoplatonisme tardif ; une version du traité sur les figures isopérimétriques sans doute dérivée de celui de Zénodore ; un texte court sur la mesure de la terre ; une introduction à l'usage de la notation sexagésimale ; la description de méthodes pour effectuer les multiplications, divisions et extractions de racine carrée ; la présentation de techniques d'interpolation ; un exposé concernant les rapports composés de rapports.

Le texte, sans doute des notes prises à partir d'un enseignement oral (rédactions ἀπὸ φωνῆς; voir Richard 1950), a été composé dans le milieu néoplatonicien alexandrin du début du VI^e^ siècle et placé pour servir d'introduction à la recension de l'*Almageste* qui circulait dans le cercle des élèves d'Ammonius. Il est donc contenu dans certaines familles de manuscrits de l'*Almageste*, mais aussi dans des manuscrits isolés (et tardifs) où l'œuvre de Ptolémée n'apparaît pas. Probablement à cause de son contenu, l'œuvre n'a guère attiré l'attention des philologues et des historiens des mathématiques — sauf pour des raisons contingentes (voir la section 5) —, et elle est inédite dans son intégralité. Sa destinée, marquée par le choix initial du compilateur anonyme de ne pas réviser son texte en vue de le publier, a été de rester jusqu'à présent à l'état de remarques préliminaires.

2. Le titre des *Prolégomènes*

Le titre qui précède les *Prolégomènes* dans les manuscrits est variable, comme le montre la table ci-dessous :

προλεγόμενα τῆς πτολεμαίου μεγάλης συντάξεως	*Vat. gr*. 1594
σχόλια καὶ προλεγόμενα εἰς τὴν μεγάλην σύνταξιν	*Vat. gr*. 184
προλεγόμενα τῆς μεγάλης συντάξεως	*Par. gr*. 2390
προλεγόμενα εἰς τὴν μεγάλην σύνταξιν	*Marc. gr*. 311
διοφάντου προλεγόμενα τῆς συντάξεως	*Marc. gr*. 303
θέωνος ἀλεξανδρείου προλεγόμενα εἰς τὴν μεγάλην σύνταξιν πτολεμαίου	*Marc. gr*. 314
θέωνος καὶ ἑτέρων σοφῶν καὶ μαθηματικῶν ἀνδρῶν προλεγόμενα εἰς τὴν μεγάλην σύνταξιν πτολεμαίου	rec. byzantine

Quelques détails : au-dessus du nom de Théon, la main de Bessarion ajoute dans le *Marc. gr*. 314 celui de Diophante (Mioni 1985, 27). C'est peut-être le même Bessarion qui a écrit le titre du *Marc. gr*. 303. Nous trouvons le premier titre dans le *Par. gr*. 453, le troisième dans le *Vat. gr*. 1058, le *Laur. Plut*. 28.1 et l'*Ambros*. A 168 sup., le cinquième dans l'*Ambros*. C 263 inf., le sixième dans le *Scorial*. Φ I 5. Une main tardive a ajouté le titre de la recension byzantine à celui du *Vat. gr.* 1594. Pour la liste complète des manuscrits voir la section 6.

Une conclusion assurée se dégage de ce tableau (Rome, *iA*, xiii-xvii ; Mogenet 1956) : la compilation, dès l'origine, était anonyme. Les attributions à Théon, Diophante ou à quelque autre savant sont le résultat d'initiatives de la part des copistes et réviseurs byzantins tardifs, voire humanistes (comme l'auteur du *pinax* du *Vat. gr.* 184 qui l'attribue à Pappus), lesquels y voyaient l'écho d'écrits mathématiques bien connus (c'est le cas de Diophante, jamais mentionné dans le texte) ou, plus simplement, qui inséraient dans le titre le nom d'un commentateur célèbre et cité dans l'ouvrage, comme Théon. Cela veut dire que le titre dans la recension byzantine semble avoir déjà saisi le caractère compilatoire des *Prolégomènes* et donne des indications de contenu plutôt que des hypothèses incertaines sur son auteur. En outre, vu que chacune des sections possède un titre, celui qui précède le texte entier se rapporte en réalité à la seule section introductive, laquelle contient, véritablement et au sens propre, des considérations isagogiques.

Les variations de titre des *Prolégomènes* ne sont pas un phénomène isolé : beaucoup d'ouvragess (mathématiques) anciens sont transmis dans les manuscrits avec des intitulés variables. Il suffit de considérer l'exemple d'un écrit provenant du même milieu, le court commentaire de Marinus de Néapolis aux *Données* d'Euclide. Il est sans titre dans le *Vat. gr.* 190 (IX^e^ s.). La première main du *Vat. gr.* 204 (IX^e^ s.) donne « Commentaire (ὑπόμνημα) aux *Données* d'Euclide sur la base de l'enseignement oral (ἀπὸ φωνῆς) du philosophe Marinus », mais un correcteur du XV^e^ siècle a opportunément remplacé

« commentaire » par « réflexions préliminaires » (προθεωρία) et le même terme se trouve par exemple dans les *Par. gr.* 2350 et 2467 (copiés plus ou moins directement sur le *Vat. gr.* 204 au XVI^{e} s.). Dans le *Vat. gr.* 1038 (XIII^{e} s.), le terme est remplacé par un banal « Prolégomènes » (προλεγόμενα).

3. Le contenu des *Prolégomènes*

S'agissant de la division du traité par matières, les intitulés des sections et l'*explicit* que nous allons transcrire sont obtenus par collation des manuscrits. A la fin de chaque section sont signalés des textes parallèles dans d'autres ouvrages de l'Antiquité tardive. Le nombre entre crochets qui suit indique la longueur approximative de chaque section (à un quart de page près), le texte entier représentant 55 pages.

(1) « Prolégomènes à la *Grande Composition* » (προλεγόμενα τῆς μεγάλης συντάξεως). Présentation de l'*Almageste* selon le schéma isagogique caractéristique des écoles néoplatoniciennes tardives. [2]

(2) « Que le cercle est plus spacieux que les figures isopérimètres » (ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχήματων πολυχωρητότερος ὁ κύκλος). Traité sur les figures isopérimétriques. Pour (2)-(3) cf. Théon, *in Alm. I.3*, *iA*, 355.3-379.15, Pappus, *Coll.* V.3-33 et V.38-40. [6 1/2]

(3) « Que la sphère, en outre, est plus grande que les solides isopérimétriques » (ὅτι καὶ τῶν ἰσοπεριμέτρων στερεῶν μείζων ἡ σφαῖρα). La sphère est plus grande que les solides de même surface. [2]

(4) « Mesure de la terre » (ἀναμέτρησις γῆς). Calcul du volume de la terre, en donnant pour acquis l'équivalence 1° de méridien terrestre = 500 stades. Cf. Cléomède, *Caelestia* I.7.121-130 Todd, Théon de Smyrne, *Expositio*, 124.10-127.23, Théon, *in Alm. I.4*, *iA*, 381.1-400.15, Simplicius, *in Cael. II.14*, 549.1-550.4. [1]

(5) « Méthodes très utiles pour les multiplications des degrés dans la table astronomique, qui préservent, plus que les autres méthodes, toute l'exactitude » (μέθοδοι εὔχρηστοι πρὸς τοὺς ἀπὸ μορίων πολλαπλασιασμοὺς κατὰ τὸν τῆς ἀστρονομίας κανόνα πλέον τῶν ἄλλων μεθόδων σώζουσαι τὴν ἀκριβείαν πᾶσαν). Construction du système sexagésimal et traitement des différents ordres de sexagésimaux ; justification par souci de précision de plus en plus poussée (position des planètes, parallaxe, et enfin amour du vrai); Ptolémée arrive jusqu'au sixième ordre dans la *Composition*, jusqu'au deuxième dans les *Tables faciles.* Pour (5)-(6) cf. Théon, *in Alm. I.10*, *iA*, 449.19-458.14, *Petit Commentaire aux Tables Faciles* (Tihon 1978, 200.7-15), *Grand Commentaire aux Tables Faciles* I.6 (Mogenet, Tihon 1985, 109.10-111.24), et les définitions et règles diophantiennes de manipulation des espèces numériques, *DOO* I, 2.14-12.18. [1 3/4]

(6) « Sur la multiplication » (περὶ πολλαπλασιασμοῦ). Règles de multiplication et de division en nombres sexagésimaux de différents ordres. Définition générale de la multiplication ; élucidation géométrique ; définition de multiplication des sexagésimaux de différents ordres sur la base de l'addition de leurs « dénominations » ; élucidation géométrique. Définition générale de la division ; « division » = « application d'un domaine » dans le jargon des géomètres ; division comme multiplication κατὰ βάθος « vue d'en bas » ; division entre nombres de même ordre, puis cas où celui du diviseur précède immédiatement celui du dividende ; « paradoxe » du fait qu'une division peut donner un quotient avec un ordre plus grand que ceux du dividende et du diviseur ; division des ordres des sexagésimaux sur la base de la soustraction de leurs « dénominations » ; division par 60′ comme division par 1 mais déplacement d'une place de l'ordre. [6 1/2]

(7) « Sur la division par analyse » (περὶ τοῦ κατὰ ἀνάλυσιν μερισμοῦ). Problèmes si l'on veut diviser un ordre par un de ceux qui le suivent ; division courte par réduction au même ordre de sexagésimaux (méthode κατὰ ἀνάλυσιν) : deux procédés « différents », le second, avec réduction des facteurs communs, est attribué à Syrianus. [3 1/2]

(8) « Autre méthode de division » (ἄλλος τρόπος μερισμοῦ). Procédé de division courte, en réalité division entre sommes d'ordres différents de sexagésimaux par réduction au même ordre et application des méthodes précédentes. [1 1/2]

(9) « Comment faut-il multiplier » (πῶς δεῖ πολλαπλασιάζειν). Méthode de multiplication entre nombres qui ont une représentation sexagésimale complexe ; disposition tabulaire des termes. Cf. Théon, *in Alm. I.10* et *I.14*, *iA*, 458.15-460.4 et 579.11-581.10. [1 1/2]

(10) « Comment faut-il diviser » (πῶς δεῖ μερίζειν). Première méthode de division longue : description de la disposition tabulaire et exemple de procédé appliqué à la division de 50 48 26 30 par 8 16 28 54. Cf. Théon, *in Alm. I.10*, *iA*, 461.1-462.17. [4 1/2]

(11) « Autre disposition et procédé de division selon le géomètre Pappus » (ἄλλη τάξις καὶ χειρουργία μερισμοῦ κατὰ τὸν γεωμέτρην Πάππον). Division comme cas particulier de proportion. Méthode de division longue tirée de Pappus, *in Alm. III :* description de la disposition tabulaire et procédé exemplifié par la division de 360 par 365 14 48 ; vérification de la valeur 0 59 8 17 13 12 31 donnée dans la *Composition* pour le mouvement moyen journalier du soleil. Cf. Théon, *in Alm. III.1* et *IV.3*, *iA*, 841.12-844.22, 1029.16-1032.7; *in Alm. IX*, 377-378 de l'éd. de Bâle. [6 + 2 tables]

(12) « Sur la racine carrée » (περὶ τετραγωνικῆς πλευρᾶς). Racine carrée comme sous-espèce de division. Méthode d'extraction des racines carrées tiré des *Metrica* de Héron, avec explication géométrique de Théon. Cf. Héron, *Metrica* I.8, *HOO* III, 18.22-20.5. [2 1/2]

(13) « Comment faut-il prendre une racine carrée avec plus d'exactitude, selon Théon » (ἀκριβέστερον κατὰ Θέωνα πῶς δεῖ λαβεῖν τετραγωνικὴν πλευράν). Vérification par multiplication que Ptolémée a dit vrai en donnant la valeur de la racine carrée de 4500. Méthode d'extraction des racines carrées d'après Théon, basée sur des applications itérées de *El.* II.4. Exemplification de la méthode par le calcul de la racine carrée de 4500. Cf. Théon, *in Alm. I.10*, *iA*, 469.16-473.8. (3 3/4)

(a) (sans titre) Utilité des techniques de calcul précédentes pour la détermination des cordes dans un cercle. Cf. Théon, *in Alm. I.10*, *iA*, 475.16 ff. [2]

(b) (sans titre) Règle de trois et application dans l'emploi des tables. [1/2]

(14) « Sur l'interpolation à un degré » (περὶ τοῦ διὰ μιᾶς μοίρας ἐξ ἀναλόγου) Méthode d'interpolation pour une table avec précision de 1°. Pour (14)-(16) cf. Théon, *in Alm. I.10*, *iA*, 507.21-510.13. [1 1/4]

(15) « Sur l'ordre de l'interpolation » (περὶ τάξεως τοῦ ἐξ ἀναλόγου). Méthode d'interpolation : procédé et disposition des termes. [1]

(16) « Sur l'interpolation à trois degrés » (περὶ τοῦ διὰ τριῶν μοιρῶν ἐξ ἀναλόγου). Méthode d'interpolation pour une table avec précision de 3°. [1/2]

(17) « Comment soustrairions-nous un rapport d'un rapport donné » (πῶς δοθέντος λόγου λόγον ἀφέλοιμεν ἄν). Rapport composé de rapports et soustraction d'un rapport à un rapport. Définition de rapport ; longue explication sur le terme « homogène », définition de rapport composé de rapports ; exemple numérique ; extension à plusieurs rapports et théorème de Pappus à ce sujet, « preuve » inductive pour deux ou plusieurs rapports. Soustraction d'un rapport à un rapport ; description du procédé sur la base de deux paramètres : *i*) les deux rapports considérés ont en commun numérateur/dénominateur/aucun des deux ; *ii*) le procédé est fait « au numérateur »/« au dénominateur ». Cf. Théon, *in Alm. I.13*, *iA*, 532.1-535.9, le texte sur la soustraction d'un rapport à un rapport par Domninus de Larissa édité dans Ruelle 1883, Eutocius, *in Con.*, *AGE* II, 218.6-220.25, et *in Sph. cyl. II.4*, *AOO* III, 120.5-126.20, *Scholia n. 2-5 in librum VI*, *EE* V,2, 1.5-7.16. [6 1/2]

Explicit « Sur les multiplications et les divisions » (ἐπὶ πολλαπλασιασμῶν καὶ μερισμῶν).

4. Les sources déclarées des *Prolégomènes*

L'anonyme cite un certain nombre d'autorités. En voici la liste, avec indication de la section et du contexte où ces mentions se trouvent :

a) Eudoxe de Cnide. (17) aucune épithète : il a compris, avec Archimède, que des grandeurs d'espèces différentes peuvent être en rapports rationnels ; l'exemple eudoxien est celui d'un cône et d'un cylindre.

b) Euclide. (11) aucune épithète : (mention explicite « de l'enseignement élémentaire des <livres> arithmétiques d'Euclide » ἀπὸ τῆς στοιχειώσεως τῶν Εὐκλείδου ἀριθμητικῶν) ; (17) épithète : « celui des *Éléments* » (τὸν Στοιχειωτήν) : définition de rapport (citation du texte de *El.* V.def.3) et définition de rapport composé de rapports (citation du texte de *El.* VI.def.5).

c) « Ces hommes divins » (οἱ θεῖοι ἄνδρες ἐκεῖνοι). (17) il s'agit d'Eudoxe et Archimède : ils ont compris que des grandeurs d'espèces différentes peuvent être en rapports rationnels.

d) Archimède. (2) aucune épithète : Archimède a démontré « que tout cercle est égal au triangle rectangle dont le rayon est égal à l'un des <côtés> autour de l'angle droit tandis que l'autre <l'est> à la circonférence du cercle » (mention explicite du *Mensura circuli*) ; (3) aucune épithète : citation de plusieurs résultats de *Sph. cyl.* I (sans mention explicite de l'ouvrage); (4) aucune épithète : Archimède a démontré « que le périmètre du cercle, relativement au diamètre, a un rapport approché de 22 à 7 » ; (17) aucune épithète : Archimède a compris, avec Eudoxe, que des grandeurs d'espèces différentes peuvent être en rapports rationnels ; plusieurs exemples archimédiens : cylindre et sphère, cylindre et cône avec un segment donné de sphère, cylindre et cube (mention explicite du *De sphaera et cylindro*).

e) Héron. (12) aucune épithète : méthode d'extraction des racines carrées (mention explicite des *Metrica*).

f) Ptolémée. (1) aucune épithète : définition de l'astronomie d'après la *Tétrabiblos* (mention explicite de l'ouvrage) ; intention de Ptolémée de sauver les phénomènes en utilisant des démonstrations géométriques irréfutables ; (4) aucune épithète : citation de *Alm.* I.4 à propos de la forme de la Terre (sans mention explicite de l'ouvrage) ; thèse de Ptolémée qu'un degré est sous-tendu par 500 stades ; (5) aucune épithète : Ptolémée pousse jusqu'au 6^{e} ordre de sexagésimaux dans la *Composition*, jusqu'au 2^{e} dans les *Tables faciles* (mention explicite de ces ouvrages) ; (11) aucune épithète : valeur 0 59 8 17 13 12 31 donnée dans la *Composition* pour le mouvement moyen journalier du soleil (sans mention explicite de l'ouvrage) ; (13) épithète : « le divin Ptolémée » (τοῦ θείου Πτολεμαίου), « le grand Ptolémée » (τοῦ μεγάλου Πτολεμαίου), mais sans épithète aussi : vérification par multiplication que Ptolémée a dit vrai en donnant la valeur de la racine carrée de 4500 ; (a) aucune épithète : citation du « théorème démontré par Ptolémée dans le premier livre (λόγος) à propos des droites dans un cercle » ; (17) aucune épithète : il emploie la soustraction des rapports « dans le dernier théorème du premier livre (λόγος) de la *Composition* ».

g) Pappus. (11) épithète : « le géomètre Pappus » (ὁ γεωμέτρης Πάππος) : méthode de division longue tirée de *in Alm. III*, avec mention du « troisième livre (λόγος) de la *Composition* » que Pappus est en train de « commenter » (ὑπομνηματίζων) ; (17) épithète : « le géomètre Pappus » (ὁ γεωμέτρης Πάππος) : théorème sur un rapport composé de plusieurs rapports.

h) Théon. (2) aucune épithète : lemme optique (mention explicite du « commentaire au petit astronome » de Théon) ; (12) épithète : « le philosophe Théon » (τοῦ φιλοσόφου Θέωνος) : explication géométrique de Théon de la méthode héronienne d'extraction des racines carrées ; (13) aucune épithète : méthode d'extraction des racines carrées d'après Théon, *in Alm. I.10*, avec mention explicite de ses remarques au « premier théorème du premier livre (λόγος) de la *Composition* ».

i) Syrianus. (7) épithète : « Syrianus le grand philosophe » (Συριανοῦ τοῦ μεγάλου φιλοσόφου) : méthode de division courte par réduction au même ordre de sexagésimaux, avec réduction des facteurs communs, attribuée à Syrianus.

5. L'auteur des *Prolégomènes* et son souci pédagogique

La meilleure façon de présenter les données concernant la question de l'auteur des *Prolégomènes* est de suivre le débat savant dont il a été l'objet pendant plus d'un siècle.

Le premier interprète à aborder la question est Hultsch (1876-8), qui propose l'édition des trois premières sections du traité à partir du seul *Vat. gr.* 184. Il est trompé par le *pinax* de Leone Allacci au f°V de ce manuscrit, *pinax* qui attribue l'ouvrage à Pappus (Πάππου ἀλεξανδρέως τῆς εἰς τὸ πρώτον τῆς πτολεμαίου μαθηματικῆς συντάξεως βιβλίων ἐξηγήσεως ἀπόδειξις). Hultsch n'a pas collationné personnellement le manuscrit ; pour cette raison, son texte, en particulier dans la section sur les isopérimètres, est criblé d'erreurs de lecture.

Tannery (1894a et b) fonde ses considérations sur l'examen du *Par. gr.* 2390 et il est apparemment le premier à lire le texte en entier. Il souligne la mention de Syrianus et l'épithète « divin » accolée à certains des auteurs cités. Ces deux observations lui permettent de réfuter l'attribution de Hultsch et de correctement situer l'ouvrage dans le milieu néoplatonicien tardif. Tannery propose également l'édition des deux sections qui introduisent les notations sexagésimales et de la courte citation de la méthode héronienne pour l'extraction d'une racine carrée. Toutefois l'intérêt de Tannery pour les *Prolégomènes* est accidentel. L'édition du premier extrait est motivé par l'affinité qu'il y a entre ce texte et les remarques introductives des *Arithmétiques* de Diophante : et en effet, il le publie dans le second volume de son édition de Diophante chez Teubner, dans une section intitulée *Diophantus pseudepigraphus*. Ce qui est singulier, c'est que, bien que disposant du *Par. gr.* 2390, il a choisi de collationner le texte sur le tardif *Par. gr.* 453. Il vaut la peine de donner la parole à Tannery lui-même :

> Ceterum optimus codex Parisinus 2390, quo uti poteram, recentiore manu depravatus est et Vaticanos manuscriptos denuo invisere ob eam causam non vacabat. Attamen fragmentum desiderari poterat illud

> quod C. Henry iam vulgavit sub titulo […]. Quum preasertim huius editoris stupendae lectiones acutissimum Hultschium, ne me ipsum dicam, haud semel frustra torserint, operae pretium fore duxi si eundem codicem fideliter describeram, nempe Parisinum 453 in quo Ioannes a Sancta-Maura, circa annum 1600, fragmentum illud ex Vaticano quodam manuscripto satis curiose depromptum bis inseruit (*DOO* II, v).

Quant à l'édition du second extrait, elle est motivée par l'intérêt de reconstruire les *Metrica* de Héron à un moment où on ne les avait pas encore retrouvés dans le *Const. pal. vet. 1*.

Le point le plus intéressant dans la discussion de Tannery est qu'il propose, à titre d'hypothèse dans 1894a, de manière plus affirmative dans 1894b, Héliodore, fils d'Hermias, comme auteur des *Prolégomènes,* en s'appuyant sur la base de leur contiguïté avec les observations de ce dernier, qui suivent les *Prolégomènes* dans le *Par. gr.* 2390. En effet, dans certains manuscrits de l'*Almageste* ce traité est précédé par un autre écrit du même Ptolémée, l'*Inscriptio Canobi*, et par le recueil de six observations astronomiques faites par Héliodore entre 498 et 509 (*POO* II, xxxv-xxxvii, Jones 2005, Neugebauer 1975, 1038-1041). A ces six observations on en a adjoint une (datée de 475), faite à Athènes, précédée et suivie de la qualification « observation du Divin » (τοῦ θείου τήρησις). Heiberg (*POO* II, xxxvii) émit l'hypothèse que ce « Divin » était Proclus ; Neugebauer (1975, 1039) rappelle qu'à l'époque tardive θεῖος signifie aussi simplement « oncle » (c'est précisément l'origine du mot italien « zio »), une telle signification étant déjà attestée dans l'*Iphigénie en Tauride* d'Euripide. A partir de différentes sources, nous savons que le frère d'Hermias s'appelait Grégoire (voir aussi la section suivante).

Rome (*iA*, xiii-xvii) reprend la question à la suite de ses propres travaux d'édition des commentaires de Pappus et Théon à l'*Almageste.* Il résume brièvement le contenu des *Prolégomènes* puis réfute les attributions faites par Hultsch et Tannery. En ce qui concerne le premier, il avance des arguments pour appuyer la réfutation déjà conduite par Tannery. Rome est en effet le premier à avoir consulté tous les manuscrits importants des *Prolégomènes* (il en mentionne 19), et il verse au dossier les informations contenues dans le catalogue, alors récent, de Mercati et Franchi de' Cavalieri, lesquels identifient l'auteur du *pinax* grec du *Vat. gr.* 184 et déchiffrent le titre des *Prolégomènes*, désormais à peu près illisible, dans ce même manuscrit (1923, 210-212). La conclusion qui s'impose est que l'ouvrage est une compilation anonyme. Rome avança la conjecture selon laquelle l'attribution à Théon, que nous trouvons par une main tardive dans le *Vat. gr.* 1594, serait d'origine arabe et qu'elle serait passée de là à ses copies postérieures au XIII^{e} siècle. Le *Fihrist* lui attribue en effet : « le livre de l'Introduction à l'Almageste, dans une vieille traduction » (cf. Dodge 1970, 641). Rome passe ensuite à la critique de l'argument de Tannery, jugé seulement circonstanciel et donc faible : « dater un fragment, ce n'est pas dater l'ensemble ». Rome note enfin que la méthode alternative de division de Pappus est probablement tirée de son commentaire au Livre III de l'*Almageste.*

La première discussion fondée sur l'examen de l'ensemble de la tradition manuscrite est offerte par l'ouvrage de Mogenet exclusivement consacrée (enfin !) aux *Prolégomènes* (1956). La question de l'attribution occupe une place non négligeable dans cette monographie présentée comme travail préparatoire à un projet d'édition. Mogenet réfute Tannery en notant que la contiguïté avec les observations d'Héliodore dans le *Par. gr.* 2390 était fortuite. Il souligne que les *Prolégomènes* et les observations se suivent, mais pas immédiatement comme le prétend Tannery (entre les deux s'intercale l'*Inscriptio Canobi*). En outre, dans d'autres manuscrits tel le *Marc. gr.* 313, nous trouvons, après les *Prolégomènes,* une page blanche que suivent encore l'*Inscriptio Canobi* et les observations d'Héliodore, puis un texte de Dorothée de Sidon. Mogenet conclut en soulignant le caractère « disparate des fragments qui se succèdent entre l'*Introduction* et l'*Almageste »* (1956, 12). Pour être précis, Mogenet ne parvient pas à exclure la possibilité qu'Héliodore soit l'auteur, mais seulement à montrer que l'argument particulier de Tannery s'appuie sur une interprétation forcée des indications du *Par. gr.* 2390.

Mogenet attribue les *Prolégomènes* à Eutocius et son argument est fondé sur les témoignages concernant les rapports composés de rapports qu'offre le même Eutocius dans son commentaire aux *Coniques* d'Apollonius. Eutocius y mentionne trois traitements proposés par lui : celui qu'il s'apprête à fournir, celui de son commentaire à Archimède, *Sph. Cyl. II.4*, « édité » par lui-même, et celui qui se trouve dans des « annotations » au premier livre de l'*Almageste* (ἐζητήσαμεν αὐτὸ καὶ γέγραπται ἐν τοῖς ἐκδεδομένοις ἡμῖν εἰς τὸ τέταρτον θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου καὶ ἐν τοῖς σχολίοις τοῦ πρώτου βιβλίου τῆς Πτολεμαίου συντάξεως : *in Con*., 218.6-13). Les traitements antérieurs (Pappus, Théon, Arcadius — nous lisons le second dans *in Alm. I.13*, *iA*, 532.1-535.9) suivaient en effet une démarche « inductive » (ἐπαγωγῇ) » (*in Sph. cyl. II.4*, *AOO* III, 120.5-11). Mogenet analyse les deux versions indubitablement eutociennes ainsi que celle des *Prolégomènes* et en conclut qu'elles sont strictement parallèles, quoique la dernière soit aussi inductive.

Mogenet poursuit en discutant la nature des *Prolégomènes* avec, en général, une appréciation négative quant à la qualité du texte. Selon lui il s'agit sans aucun doute d'une œuvre inachevée, étant données les erreurs de calcul qu'elle contient et le relâchement de son style. Qu'Eutocius lui-même était conscient du caractère provisoire de son écrit, c'est ce dont témoigne, aux dires de Mogenet, le contraste, dans le passage de l'*in Conica* cité ci-dessus, entre la référence au commentaire archimédien « *édité* par nous » et les simples «annotations» (σχόλια) rédigées pour l'*Almageste* (mais nous verrons que chaque commentaire de Pappus à l'*Almageste,* par exemple, est appelé σχόλιον). Le traité est resté anonyme parce qu'il a été diffusé de manière informelle, avec l'accord de l'auteur (par commerce d'amitié) ou en lui étant dérobé. Le titre est celui de la première section (isagogique) de ce pot-pourri.

Knorr (1989) est le dernier à s'être occupé de la question. Lui aussi n'est guère intéressé par les *Prolégomènes* mais entend proposer des arguments pour soutenir la thèse, séduisante et très politiquement correcte, que nous devons à Hypatie une impressionnante série d'éditions et de remaniements, remontant à l'Antiquité tardive, d'écrits antérieurs. Dans le cas présent, Hypatie aurait été l'éditeur de la version du traité sur les figures isopérimétriques de Zénodore contenue dans les *Prolégomènes* et d'une édition du *Dimensio circuli* d'Archimède que Knorr reconstruit et qui aurait circulé avant que ne soit produit le texte que nous lisons.

Pour cette raison Knorr ne peut admettre une datation trop tardive des *Prolégomènes* et donc la proposition d'Eutocius comme auteur ne recueille pas son assentiment. En s'appuyant sur des arguments linguistiques, il réfute la thèse de Mogenet, montrant de plus que son analyse des trois textes sur les rapports composés de rapports est biaisée et fausse et qu'ils sont non homogènes, tant du point de vue du contenu que de celui de la langue (1989, 155-177). Il interprète l'affirmation de *in Con.*, 218.6-13 d'une manière différente, soutenant que la formule de renvoi d'Eutocius implique que les « annotations » à l'*Almageste* ne sont pas les siennes (argument à son tour très faible et biaisé). Il propose enfin Arcadius comme auteur (au demeurant quelle autre possibilité avait-il ?) et le situe comme un disciple immédiat de Proclus ou de Syrianus. Enfin Knorr propose, essentiellement pour corroborer son hypothétique attribution à Hypatie, une discussion détaillée de la section sur les isopérimètres (*ibid*., 689-751), une traduction de la section sur la division longue (*ibid*., 787-791) et une édition avec traduction de celle sur les rapports composés de rapports (*ibid*., 185-201), l'une et l'autre basées sur le *Par. gr.* 2390 et le *Marc. gr.* 313. Une bonne partie des arguments élaborés par Knorr seront discutés en temps utile, dans le commentaire du texte.

Dans cet *excursus* historiographique on aura remarqué la prépondérance d'arguments circonstanciels, ou *ad hominem,* avancés par différents spécialistes ; ce n'est pas pour rien que Knorr accuse Mogenet de partialité comme Mogenet accusait Tannery, même si, en fin de compte, Knorr fait l'éloge de Mogenet comme Mogenet l'avait fait pour Tannery.

Il est bon de récapituler les points assurés de toute la discussion.

1) L'œuvre est sans attribution et sa composition est définitivement rattachée au milieu néoplatonicien tardif de la fin du V^e^ ou du début du VI^e^ siècle : en font foi les préliminaires isagogiques, la mention de Syrianus, l'épithète « divin » accolé aux grands personnages mentionnés.
2) Le style en est plutôt faible et on y trouve des incohérences et des erreurs : il s'agit de notes de cours (avec l'utilisation de la première et de la deuxième personnes), mais non révisées en vue de la publication : en témoigne le caractère composite de

l'ouvrage, divisé en quatre blocs d'extension très variable, homogènes mais totalement déconnectés les uns des autres du point de vue du contenu (préliminaires isagogiques, isopérimètres, mesure de la terre, manuel des procédures de calcul).

3) Leur insertion parmi les matériaux préliminaires à l'*Almageste* est, dès les débuts de la tradition, une donnée de fait indépendante des accidents ponctuels dans tel ou tel manuscrit.

La question de l'auteur est somme toute secondaire si on n'a pas d'autres objectifs à promouvoir. Reste le fait que l'idée d'Héliodore et de son cercle n'est pas correctement réfutée par les arguments de Rome, Mogenet et Knorr. Les analyses linguistiques et stylistiques générales peuvent au mieux donner des informations sur l'origine des pièces de la collection, mais pas sur la compilation elle-même, à moins qu'on ne s'attache spécifiquement aux interpolations, comme nous le verrons dans le cas du traitement des figures isopérimétriques. Il se pourrait même que le rédacteur effectif des *Prolégomènes* ne soit pas le maître qui a assuré les leçons dont ce sont les notes (possibilité suggérée par la section sur la mesure de la terre). Il est par conséquent nécessaire de supposer la superposition d'au moins deux registres stylistiques qui sont intervenus en dernière instance pour modifier le matériau compilé.

Il vaut la peine de souligner les préoccupations didactiques du compilateur :

a) Il est faux de croire (comme le fait Mogenet) que les *Prolégomènes* étaient destinés à des débutants non préparés. L'étude de l'*Almageste* était réservée à ceux qui étaient bien avancés dans leur programme d'étude. Il suffit de se rappeler la tripartition de Théon entre les ψιλαὶ ἔφοδοι du *Petit commentaire* (Tihon 1978, 199.8-9), adressé à ceux qui « non seulement ne sont pas capables de suivre de manière suffisante les multiplications ou les divisions des nombres, mais encore, se trouvent complètement ignorants des démonstrations géométriques (γραμμικῶν δείξεων) » (*ibid.*, 199.5-7, trad. Tihon), les λογικαὶ ἔφοδοι du *Grand commentaire* (*ibid.*, 199.2 et Mogenet, Tihon 1985, 93.4), visant à enseigner « les raisons des calculs (τοὺς λόγους τοὺς κατὰ τῶν ψηφοφοριῶν) » (*ibid.*, 93.14-15), et les γραμμικαὶ ἔφοδοι réservées à son *Commentaire à l'Almageste* (*ibid.*, 94.5-6). En outre, il faudrait relativiser la « simplicité » de certaines procédures de calcul : elles n'avaient pas été intégrées dans l'enseignement élémentaire comme c'est le cas aujourd'hui.

b) L'anonyme fournit des explications tout à fait raisonnables sur la nécessité de stopper aussi bien les calculs que la présentation des données en fonction d'un ordre de grandeur variable selon la finalité de l'ouvrage : la précision requise est plus grande dans l'*Almageste,* moindre dans les *Tables faciles ;* elle est aussi fonction des phénomènes qu'on veut étudier (position des planètes, parallaxe).

c) A plusieurs reprises, il décrit le travail de l'interprète dans les termes suivants : il faut faire confiance au texte de Ptolémée et se borner à le clarifier. De telles réflexions — ô combien banales —, sur sa propre activité ont probablement comme finalité de justifier aux yeux des étudiants une certaine passivité d'approche, caractéristique de ce genre littéraire.
d) Il propose de fréquents parallélismes et analogies entre méthodes géométriques et arithmétiques (ainsi une division est l'application d'une aire) ; il offre des justifications des secondes en se fondant sur les premières (par exemple dans le cas des méthodes d'extraction des racines carrées).
e) Il a de bonnes idées, très efficaces du point de vue didactique, comme la définition de la multiplication (division) des ordres des sexagésimaux sur la base de l'addition (soustraction) de leurs « dénominations ».
f) Il décrit avec une extrême précision les procédures de calcul, en particulier les dispositions tabulaires associées aux divisions longues.

6. Le texte des *Prolégomènes*

Le texte complet demeure encore inédit, même si Mogenet publia en 1956 une étude préliminaire à une édition critique où il affirme qu'elle était prête *in manuscripto*. Des parties du texte ont été publiées sur la base d'un seul manuscrit (le numéro renvoie à l'item de la section 1.3) :

(1) Hultsch 1876-8 III, xvii-xix (*Vat. gr*. 184),
(2)-(3) *ibid*., 1138-1165 (*Vat. gr*. 184),
(4) *ibid*., xx-xxi (*Vat. gr*. 184),
(5)-(6) Henry 1879 (pp. viii-10 en 8vo !!) et *DOO* II, 3.18-15.17 (*Par. gr*. 453 A-B),
(12) Tannery 1894a, mais seulement le fragment tiré des *Metrica* (*Par. gr*. 2390),
(17) Knorr 1989, 195-201 (*Marc. gr*. 313 et *Par. gr*. 2390, avec reproduction du premier).

Les manuscrits qui contiennent les *Prolégomènes à l'Almageste* sont les suivants (25 mss. avec 27 transcriptions ; nous intégrons à la liste des informations supplémentaires, quoique encore incomplètes pour certaines copies tardives) :

ms.	**siècle**	**état du texte**	**ff.**	**auteur**
Vat. gr. 1594	IX	*des*. fin sect. (6)	1r-8v	anonyme
Vat. gr. 2326	XIII	*inc*. fin Théorème 1 sect. (2)	26-43	/
Vat. gr. 184	XIII	complet	10r-23v	anonyme
Vat. gr. 198	XIV	complet	127r-136v	Théon *et al*.
Vat. gr. 318	XIV	*inc*. début sect. (5) *des*. fin sect. (11)	49r-65r	/
Vat. gr. 1058	XVI	complet	472r-497r	anonyme
Palat. gr. 95	XIII	*inc*. début sect. (5)	24v-33v	/
Reginensis gr. 90	XV	complet	1r-8v	Théon *et al*.
Marc. gr. 313	IX-X	*inc*. début Lemme 2 sect. (2)	1r-30r	/
Marc. gr. 311	XIII-XIV	complet	2r-24r	anonyme
Marc. gr. 303	XIV	manque sect. (11)	31r-38v	Diophante
Marc. gr. 314	XV	complet	235r-255r	Théon
Marc. gr. 310	XV	complet	1r-13r	Théon *et al*.
Laur. Plut. 28.1	XIV	complet	2r-14v	anonyme
Laur. Plut. 89 sup. 48	XIV	complet	7r-19r	Théon *et al*.
Par. gr. 2390	XIII	complet	1r-13v	anonyme
Par. gr. 2396	XIV-XV	*des*. milieu Théorème 1 sect. (2)	3r-v	sans titre
Par. gr. 453 A	fin XVI	*des*. fin sect. (6)	67r-77v	anonyme
Par. gr. 453 B	fin XVI	*des*. fin sect. (6)	78r-87v	anonyme
Ambros. A 168 sup.	XV	manque sect. (2-3)	97r-110v, 111v-112r	anonyme
Ambros. C 263 inf.	XVI	manque sect. (11)	153r-184r	Diophante
Bodl. Canon. gr. 32	filigr. 1543-4	complet	27r-48v	sans titre
Borb. III C 13	1558	complet	1r-23v	Théon *et al*.
Cambr. Univ. Libr. 1463 Gg II 33	XV-XVI			anonyme
Scorial. Φ I 5 A	1543	complet	47r-75v	Théon
Scorial. Φ I 5 B	1543	complet	136r-145	anonyme
Norimb. Cent. V app. 8	XIV-XV	*inc*. début sect. (12)	102r-105r	/

Les *Prolégomènes* ont été originellement positionnés comme un écrit introductif à l'*Almageste ;* leur tradition est en effet étroitement liée à la famille textuelle du traité de Ptolémée ayant comme chefs de file indépendants le *Vat. gr*. 1594 et le *Marc. gr*. 313.

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les *Prolégomènes* sont accompagnés d'autres matériaux préliminaires, en particulier les observations attribuées à Héliodore. Celles-ci fournissent d'importantes informations quant à l'histoire du texte. En fait, l'*incipit* de ce bref texte dit que les observations sont « transcrites à partir de la copie du philosophe » ; elles sont à la première personne et commencent par « [Moi,] Héliodore, j'ai vu … ». Dans l'une d'elles il est spécifié qu'elle a été faite avec « le frère bien-aimé », c'est-à-dire Ammonius.

Il va de soi que la « copie du philosophe » était un exemplaire de l'*Almageste*, et cela permet d'avancer quelques conjectures sur la préhistoire de sa tradition manuscrite. Héliodore a probablement été impliqué activement aux travaux de révision de ce traité et Heiberg (*POO* II, xxxv) estime que ses observations (et donc aussi les *Prolégomènes*, si l'on suit l'hypothèse de Tannery) étaient contenues dans l'archétype commun aux *Vat. gr.* 1594 et *Marc. gr.* 313. Dans cette perspective, il n'est pas invraisemblable que l'archétype ait été très étroitement lié à « la copie du philosophe ». On doit en effet se rappeler qu'entre Héliodore et la copie du *Vat. gr.* 1594 pas plus de 350 ans ne se sont écoulés : le manuscrit est unanimement daté de la première moitié du IX^{e} siècle et porte un *ex libris* de Léon le Philosophe (l'*ex libris* de Léon a cependant été attribué à une main plus tardive dans Wilson 1973). En outre, il faut considérer que préparer une copie de l'*Almageste* devait être extrêmement coûteux (pour les coûts de copie au temps d'Aréthas voir Follieri 1973-4). Heiberg situe donc d'emblée l'archétype au VI^{e} siècle et, selon lui, il coïncide avec l'exemplaire d'Héliodore ou, ce qui est moins probable, avec une copie immédiatement postérieure (*POO* II, xxxiv-xxxvii, et le stemma, liii).

Les *Prolégomènes* furent repris, par contamination, dans des manuscrits appartenant à d'autres branches de la tradition de l'*Almageste,* comme le *Vat. gr.* 184 (qui les emprunte au *Vat. gr.* 1594 en même temps qu'il en recueille toutes les scholies dans un *corpus* qui suit, aux folios 25r-80v, les *Prolégomènes* et les autres matériaux préliminaires) et le *Marc. gr.* 303. Les relations entre les manuscrits qui contiennent les *Prolégomènes* ne sont donc pas nécessairement les mêmes que celles qui existent entre ces mêmes manuscrits dans le cas de l'*Almageste.*

Dans le tableau ci-cessous sont indiqués les contextes des *Prolégomènes* dans les manuscrits, en fonction des paramètres suivants :

a. Prolégomènes + autres matériaux préliminaires
b. Prolégomènes + *Almageste*

[**N.B.** : le *Vat. gr.* 318, qui contient seulement des extraits de l'*Almageste,* constitue un cas à part ; en outre, on peut considérer comme certain que le *Vat. gr.* 1594 contenait aussi le reste des matériaux préliminaires]

$a \wedge b$	a	b	$\neg a \wedge \neg b$
Vat. gr. 184, 1594, *Marc. gr.* 313, *Laur. Plut.* 28.1, *Par. gr.* 2390	*Vat. gr.* 2326, *Ambros.* A 168 sup.	*Vat. gr.* 198, *Reg. gr.* 90, *Marc. gr.* 303, 310, 311, *Laur. Plut.* 89 sup. 48, *Borb.* III C 13	*Vat. gr.* 318, 1058, *Palat. gr.* 95, *Marc. gr.* 314, *Par. gr.* 2396, 453, *Ambros.* C 263 inf., *Scorial.* Φ I 5, *Norimb. Cent.* V app. 8, *Bodl. Canon. gr.* 32, *Cambr.* Gg II 33

Il y a une logique évidente dans cette répartition : nous trouvons une transcription de la totalité du matériau dans les deux *codices* les plus anciens, dans les copies les plus anciennes ou les plus fidèles du *Vat. gr.* 1594, ou dans un manuscrit comme le *Vat. gr.* 184, qui a été collationné avec celui-ci. Le matériau préliminaire additionnel, d'un intérêt astronomique somme toute limité, s'est trouvé éliminé des *codices* de la recension byzantine et dans les copies intéressées uniquement par l'*Almageste* (*Marc. gr.* 311) ou visant à recueillir une bonne partie des traités astronomiques anciens (*Marc. gr.* 303). Dans les copies plus récentes, commandées par l'érudition et de contenu mêlé (un cas extrême est l'*Ambros*. C 263 inf., copie du *Marc. gr.* 303 et ayant appartenu à Gian Vincenzo Pinelli comme l'autre manuscrit ambrosinien), le texte a été transcrit indépendamment de celui de Ptolémée. La survie du matériau préliminaire dans l'*Ambros*. A 168 sup., première partie d'un codex de Bessarion qui passa dans les mains de Niccolò Leonico Tomeo et qui est arrivé à l'Ambrosienne démembré en 5 morceaux (Labowsky 1961), est probablement le fruit du zèle du copiste, qui a aussi déplacé la section isagogique initiale après le reste du matériau préliminaire et l'index de l'*Almageste*.

Du *Marc. gr.* 313, mutilé par la perte des deux premiers *folii*, dérive uniquement la traduction gréco-latine exécutée par le même traducteur que celui de l'*Almageste.* De cette dernière, on a retrouvé jusqu'à présent seulement la partie initiale, limitée aux considérations introductives et au traité complet sur les figures isopérimétriques (le second est édité dans Busard 1980 ; pour la première, voir *infra* l'Annexe de notre édition). L'analyse des variantes montre que le texte grec original était très proche de celui du *codex* de la *Marciana*.

Du *Vat. gr.* 1594 dérive la plus grande partie des copies. Celles faites avant la perte des deux cahiers qui suivent immédiatement le premier nous permettent de reconstruire le texte des portions manquantes. Telle est la copie dans le *Vat. gr.* 184, qui a ensuite été utilisée par une main du XV^{e} siècle pour corriger son modèle. Un autre de ses apographes est le *Par. gr.* 2390, lourdement mais localement corrigé par Joseph Bryennios ; les mêmes corrections se retrouvent, intégrées au texte, dans les copies de cet exemplaire, le *Laur. Plut.* 28.1, transcrit pour l'ami de Bryennios, Démétrios Cydonès (ca. 1325-1399), et dans les copies de ce dernier, le *Vat. gr.* 1058 et l'*Ambros*. A 168 sup., qui héritent du codex de la Laurentienne une faute très typique qui défigure l'intitulé de la sect. (16) et une lacune importante à la fin de la sect. (11).

Une recension byzantine nous a été transmise entière dans 5 *codices : Laur. Plut.* 89 sup. 48, *Vat. gr.* 198, *Regin. gr.* 90, *Marc. gr.* 310, *Borb.* III C 13, et partiellement dans le *Norimb. Cent.* V app. 8. Le texte en a été extensivement corrigé, en particulier du point de vue lexical et stylistique. Cette recension a peut-être son origine dans le même contexte qui, au début du XIV^{e} siècle, a produit l'encyclopédie rassemblée dans le même *Vat. gr.* 198 et les recensions des commentaires à l'*Almageste* de Théon et Pappus qu'il contient. Le texte de base de la recension byzantine est proche de celui du *Vat. gr.* 1594.

Une bonne partie de la tradition est déterminée par des données externes ou immédiatement repérables. Ainsi la recension byzantine est identifiable par des diagrammes nettement différents et reproduits à l'identique, dans ces cinq manuscrits, d'une copie à l'autre. Le *Vat. gr.* 2326 est l'un des deux autres manuscrits connus qui contienne entièrement la grande scholie qui entoure le texte des *Prolégomènes* dans les premiers folios du *Vat. gr.* 1594. Les deux copies partielles contenues dans le *Par. gr.* 453 ont été effectuées, après que le *codex* du Vatican eut perdu deux cahiers, par Jean de Sainte-Maure, en essayant de reproduire exactement la mise en page, le découpage des lignes et l'ornementation. De toute évidence, le commanditaire ne fut pas satisfait de la première transcription (ff. 67-76), qu'il cribla de traits rouges pour signaler les erreurs de copies (ff. 78-85). Elle fut donc suivie d'une seconde que Sainte-Maure fit précéder d'une annotation impatiente : « Il texto di questo 2do quinterno è stato recopiato fidelmente dall'originale a chi volesse vedere la prova, lo potrà conferire con detto originale le pagine del qual texto corrispondono con quelle dell'originale, tanti versi che pagine […] ». Dans aucune des deux, la grande scholie ne fut recopiée de manière satisfaisante (Mogenet 1962). Le manuscrit *Scorial.* Φ I 5 a été écrit en 1543 par Nicolò Murmuris pour Diego Hurtado de Mendoza, qui fit transcrire de nombreux *codices* de la *Marciana* entre 1538 et 1547, dates de son séjour à Venise comme ambassadeur d'Espagne (Graux 1880). Comme le montre l'identité de contenu, il fut copié (deux fois !) du *Marc. gr.* 314, lequel, à son tour, fut certainement copié du *Vat. gr.* 1594 (autre copie sûre du manuscrit vénitien est le *Bodl. Canon. gr.* 32, comme le montrent des fautes communes très typiques). L'*Ambros.* C 263 inf. copie «à l'aveugle» tous les diagrammes du *Marc. gr.* 303, y compris ceux qui font double emploi et un qui est évidemment fautif, et les place dans deux pages blanches au milieu du texte ; les deux manuscrits ont aussi en commun une lacune très importante qui fait disparaître toute la sect. (11). La première main du *Marc. gr.* 311 copie tous les diagrammes et les tableaux typiques du *Vat. gr.* 184.

7. Nos choix d'édition et de traduction

Deux ordres de problèmes rendent l'édition de ce texte intéressante : s'il s'agit d'une compilation tardive de textes antérieurs et s'il est — c'est quasiment certain — constitué de notes de cours non révisées en vue d'une publication, sa rédaction est donc passablement négligée *ab origine*. En conséquence de quoi, le texte a été l'objet d'attentions éditoriales à plusieurs reprises au cours de sa transmission.

Les caractères spécifiques du style du compilateur anonyme, identifiables tout particulièrement dans le traité sur les isopérimètres, sont les suivants :

1) Emploi systématique de chevilles de transition qui ont un caractère métamathématique marqué. Leur langage direct et non figé se caractérise par la présence d'adjectifs verbaux en –τέον et l'emploi du verbe προλαμβάνειν.
2) Explications postposées à niveaux multiples au point que l'auteur semble parfois aux prises avec une véritable frénésie « autointerpolative » ; prenons par exemple la phrase suivante, tirée du Lemme 1 et qui, dans le texte, sert à expliquer une explication : « car il est aussi nécessaire que K soit entre E et B, comme cela est assuré une fois EΓ jointe, laquelle est d'une part plus petite que ΓB BE, d'autre part égale à EA » (καὶ γὰρ τὸ K μεταξὺ τῶν EB ἀνάγκη εἶναι ὡς ἔστι σαφὲς ἐπιζευχθείσης τῆς EΓ, ἥτις ἐλάττων μέν ἐστι τῶν ΓB BE ἴση δὲ τῇ EA). Il s'agit d'une remarque assez typique du registre métamathématique de notre anonyme. A noter : *a*) les deux explications postposées enclavées, à leur tour explicatives d'une explication postposée ; *b*) l'appel à l'évidence, en *variatio* terminologique σαφές/δῆλον par rapport à celui dans la phrase précédente ; *c*) l'explicitation de la modalité avec ἀνάγκη ; *d*) l'emploi du génitif absolu ; *e*) l'introduction d'une construction auxiliaire « potentielle » en cours de démonstration ; *f*) la présence de la relative en ἥτις.
3) emploi d'un langage courant (qui plus est, une langue grecque du VI^e^ siècle) et des première et deuxième personnes.
4) *variationes* dans les passages les plus soignés.

A quoi il faut ajouter que, pour tardif qu'il soit, l'écrit a été immédiatement annoté comme en témoignent les scholies de première main dans les deux manuscrits principaux. Cela dit, l'auteur et l'annotateur appartenaient à des milieux très proches, sinon identiques.

Dans un tel contexte, il est donc extrêmement difficile de maintenir la distinction entre texte principal et *marginalia*, quand le premier n'est rien d'autre que la rédaction continue d'un écrit préexistant, peut-être d'origine reculée, annoté à des fins didactiques. On ne peut, à bon droit, se proposer de rechercher les scholies insérées dans le texte : identifier des interpolations dans un texte qui, programmatiquement, interpole et auto-interpole, n'a aucun sens. Enfin l'éditeur devra se demander en quoi il est juste de corriger la langue d'un texte qui est seulement une esquisse, comment échapper au piège des erreurs d'auteur, lesquelles, par principe, ne seront pas corrigées et qui, ici, sont particulièrement fréquentes. Dans certains cas il faudra renverser le critère fondamental de la signification des seules fautes partagées : pour un texte comme celui-ci où la transmission par copie mécanique n'est pas l'aspect prépondérant, il n'est pas de bonne méthode de considérer le consensus dans une leçon correcte entre certains manuscrits comme n'étant pas significative en vue de l'édition. Au contraire, cela devra conduire à suspecter l'intervention d'un réviseur. Il suffit de penser à l'existence de la recension byzantine.

L'édition critique que nous proposons repose sur les manuscrits suivants : *Marc. gr.* 313 (*siglum* M), *Vat. gr.* 1594 (V), *Vat. gr.* 2326 (Z), *Vat. gr.* 184 (S), *Par. gr.* 2390 (P), *Marc. gr.* 303 (N). Comme cela a été signalé ci-dessus, le problème principal réside dans les mutilations subies par les deux manuscrits les plus anciens : le *Marc. gr.* 313 a perdu deux pages au début et, en outre, manque tout le folio 6 ; le *Vat. gr.* 1594 a perdu les deuxième et troisième cahiers et il s'interrompt brusquement à une ligne de la fin de la section (6). Les deux *codices* ont donc en commun seulement un quart du texte entier.

Par conséquent il faut également prendre en compte pour l'édition leurs copies assurées et reporter leurs leçons, y compris pour les portions contenues dans leurs modèles, afin de montrer quelles sont les variantes et les erreurs de copies caractéristiques. Les manuscrits sont donc choisis selon le critère suivant : les deux premiers de ceux qui sont énumérés ci-dessus sont les plus anciens, le troisième, le quatrième et le cinquième sont les plus anciennes copies directes du *Vat. gr.* 1594 avant sa mutilation et elles le remplacent après la fin de son texte ; le *Marc. gr.* 303 est le *codex* le plus ancien qui attribue le traité à Diophante ; ses variantes ont un certain intérêt.

Pour les préliminaires isagogiques et la section sur les isopérimètres, nous avons tenu compte également d'une traduction latine médiévale anonyme (*siglum* Lat), certainement produite, sur la base d'un texte très proche de celui du *Marc. gr.* 313, par l'école sicilienne de traduction qui a fleuri dans le troisième quart du XII^e^ siècle (Haskins, Lockwood 1910, Heiberg 1910 et 1911, Haskins 1912) et à laquelle nous devons aussi les traductions gréco-latines des *Données* et des *Éléments* d'Euclide, de l'*Elementatio physica* de Proclus et, bien entendu, de l'*Almageste.* La traduction latine du traité sur les isopérimètres a bénéficié d'une édition critique (Busard 1980), tandis que les préliminaires isagogiques sont encore inédits : nous en donnerons une transcription d'après le ms. Florence, *Bibl. Naz. Conv. Soppr.* A V, 2654, f. 120v, ayant appartenu à Antonio Corbinelli. Les autres manuscrits de la traduction gréco-latine de l'*Almageste* (*Vat. lat*. 2056, ayant appartenu à Coluccio Salutati, *Pal. lat*. 1371, *Guelf. Gud. lat*. 147, les derniers deux n'étant pas complets) ne contiennent pas ces préliminaires.

Cette édition-ci n'est donc pas basée sur une collation complète de tous les manuscrits. La comparaison, nécessaire et souhaitée en son temps par Rome (*iA*, xvi-xvii), avec la collection des scholies du *Vat. gr.* 184 n'a pas été faite. Nous ne reportons pas, sinon occasionnellement, les variantes provenant de la recension byzantine. Tout cela trouvera sa place dans l'édition critique définitive. En revanche, les variantes du correcteur

« mathématicien » du *Par. gr.* 2390 ont un intérêt considérable, spécialement dans la section sur les isopérimètres, et nous les rapportons systématiquement dans l'apparat. La même chose vaut pour les rares corrections d'une main récente dans le *Vat. gr.* 1594, réalisées après collation avec le *Vat. gr.* 184.

Le choix de présenter un texte grec avec une ponctuation réduite au minimum est délibéré. L'idée est de privilégier le jeu des particules et des connecteurs, et de réagir, en quelque sorte, à la ponctuation parfois redondante « à l'allemande » qui, pour des raisons historiques, est dominante dans les éditions de textes mathématiques. Ce choix s'impose d'autant plus qu'il ne saurait être contredit par la liberté qu'on s'autorise avec un texte grec classique ou même hellénistique : un écrit très tardif comme les *Prolégomènes* était ponctué dès sa première rédaction. Le lecteur qui a des difficultés peut se reporter à la traduction.

La traduction veut reproduire certains caractères particuliers du texte grec. Cela arrive notamment dans le cas des parties strictement mathématiques, comme le traité des figures isopérimétriques. Nous avons traduit de façon rigide toutes les expressions figées caractéristiques du style mathématique grec, tels les connecteurs logiques et les particules. Les tirets mettent en évidence les explications postposées. Dans la traduction des désignations d'angle (telles ἡ ὑπὸ ΓΖΔ ou ἡ πρὸς τῷ Η) nous suppléons parfois, par souci de clarté, le terme entre crochets droits. Si l'expression est définie, et donc l'article requis en français, celui-ci se trouve à l'intérieur des crochets, car l'article que l'on trouve en grec fait partie du syntagme de désignation, et ne renvoie pas à un substantif γωνία sous-entendu. En revanche, l'article indéfini dans des expressions comme « un <angle> » est toujours placé à l'extérieur des crochets. De même, on écrira « une <droite> » ou « des <droites> ». Dans le cas des désignations canoniques τὸ ἀπὸ (τῆς) ΑΒ, τὸ ὑπὸ (τῶν) ΑΒ, ΒΓ pour un carré ou un rectangle, l'article se trouve dans les crochets si le syntagme n'a pas d'article après la préposition. Un problème spécifique se présente avec le terme μοῖρα « degré » : il est normalement écrit à l'aide d'une abréviation et parfois, par exemple dans le *Vat. gr.* 1594, sans les désinences typiques des *compendia*. On doit supposer qu'un tel usage était la règle dans les manuscrits de l'Antiquité tardive : les variantes entre singulier et pluriel dans ce cas ne sont donc pas significatives (cf. les remarques de Heiberg en *POO* II, cxxxviii, et de Rome en *in Alm.*, xxiv-xxv).

I. Les préliminaires isagogiques

Introduction

La partie « prolégomènes » proprement dite est constituée par une suite d'items. L'astronomie, en tant que science, relève également de la catégorie générale de τέχνη entendue comme « savoir spécialisé ». Comme l'explique une scholie liminaire à la Τέχνη (γραμματική) attribuée à Denys de Thrace, transmise dans le ms. *Vat. gr.* 14 (XIIIe siècle), l'étude d'une discipline doit être précédée de l'examen de quelques préliminaires : « Il faut savoir, à propos de toute τέχνη, que l'on doit examiner huit items. Et ce sont les suivants : la cause (αἴτιον), le commencement (ou le principe, ἀρχή), la notion (ἔννοια), la matière (ὕλη), les parties (μέρη), les activités (ἔργα), les instruments (ὄργανα), la fin (τέλος) » (*GG* I.3, 113.11-14). Notre auteur donne une cause au commencement de l'astronomie : le paradoxe apparent d'un cosmos ordonné dont les mouvements seraient irréguliers. Les élucidations initiales concernant la définition d'astronomie peuvent être supposées remplir en partie les autres points de ce premier schéma isagogique.

Suit un deuxième schéma isagogique, mis au point selon des modalités très codifiées, quoique variant d'un auteur à l'autre, dans le cursus philosophique des écoles néoplatoniciennes pour le commentaire des écrits d'Aristote et de Platon (Simplicius 1990, 21-47). L'enseignement débutait par un examen des définitions de la philosophie, puis de ses divisions en parties. Ensuite un écrit introductif aux ouvrages d'Aristote, l'*Isagôgê* de Porphyre, était lu et commenté, lui-même précédé d'une introduction qui, dans ses versions les plus complètes, examinait successivement : le but du livre (ὁ σκοπός), son utilité (τὸ χρήσιμον), son authenticité (τὸ γνήσιον), sa place dans l'ordre de lecture (ἡ τάξις τῆς ἀναγνώσεως), la raison d'être de son titre (ἡ αἰτία τῆς ἐπιγραφῆς), à quelle partie de la philosophie appartient le traité, sa division en chapitres (ἡ εἰς τὰ κεφάλαια διαίρεσις), la forme de l'enseignement (ὁ τρόπος τῆς διδασκαλίας). Un schéma similaire était en principe suivi pour chacun des écrits logiques d'Aristote. Nos prolégomènes, après la définition commentée de l'astronomie, évoquent successivement le but, l'utilité, l'ordre et l'authenticité, la division en livres et la raison d'être du titre de l'*Almageste.* C'est la raison principale pour rattacher notre traité — ou du moins ces prolégomènes — à l'école néoplatonicienne. Ces considérations suggèrent aussi que le « titre » du traité transmis sous plusieurs formes par la tradition est en réalité le sous-titre partiel de la première section. Son contenu détaillé est le suivant :

i) Définition de « astronomie » d'après Ptolémée lui-même (*Tetrabiblos*). Pseudo-origine des études astronomiques selon la *vulgata* néoplatonicienne.

ii) But (σκοπός) de l'ouvrage : prouver avec des démonstrations géométriques irréfutables l'hypothèse des Anciens selon laquelle des mouvements uniformes peuvent produire des mouvements apparents qui ne sont pas uniformes.

iii) Utilité (χρήσιμον) : même si nous sommes si éloignés du ciel, nous ne pouvons rien ignorer des mouvements qui y ont lieu.

iv) Place (τάξις) : cela va de soi.

v) Authenticité (γνήσιον) : cela va de soi.

vi) Division (διαίρεσις) : la matière astronomique est classée, avec exemples, en raison de la dichotomie principale « ciel/terre » et de la trichotomie subordonnée « général/particulier/détail ». Une table des matières, livre par livre, est donnée en conformité avec ce classement.

vii) Titre (ἐπιγραφή) : « parce que les procédés brutes et sans démonstration des tables faciles entrent en composition avec des démonstrations argumentées et géométriques ».

Sigla

M *Marc. gr*. 313

V *Vat. gr*. 1594

Z *Vat. gr*. 2326

S *Vat. gr*. 184

P *Par. gr*. 2390

N *Marc. gr*. 303

Lat interpretatio latina ex editione H.L.L. Busard

Texte

Προλεγόμενα τῆς Πτολεμαίου μεγάλης Συντάξεως[1]

Τὴν ἀστρονομίαν ἐν τοῖς πρὸς Σύρον γενεθλιαλογικοῖς[2] τέτρασι βιβλίοις ὁ Πτολεμαῖος οὕτως ὡρίσατο· ἀστρονομία ἐστὶν ἐπιστήμη καταληπτικὴ τῶν ἑκάστοτε γινομένων σχηματισμῶν ἡλίου τε καὶ σελήνης καὶ τῶν λοιπῶν ἀστέρων πρός τε ἀλλήλους καὶ τὴν γήν. τὸ οὖν ἐπιστήμη χωρίζει αὐτὴν ἀπὸ τῶν βαναύσων τεχνῶν τὸ δὲ καταληπτικὴ ἤτοι θεωρητικὴ ἀντιδιαστέλλει αὐτὴν τῶν πρακτικῶν τεχνῶν τὰ δὲ λοιπὰ τοῦ ὁρισμοῦ ἀπὸ πασῶν τῶν θεωρητικῶν ἐπιστημῶν. μόνη γὰρ αὕτη θεωρεῖ καὶ ἀκριβολογεῖται τούς τε πρὸς ἀλλήλους τῶν ἀστέρων σχηματισμούς, ὡς ὅταν γένωνται διάμετροι καὶ τρίγωνοι καὶ τὰ λοιπὰ τῶν σχημάτων ποιούμενοι[3] πρὸς ἑαυτούς, καὶ τοὺς[4] πρὸς τὴν γὴν δέ[5], ὡς ὅταν ἑῷοί[6] τε καὶ ἑσπέριοι ἀνατέλλοντές τε καὶ δύνοντες τύχωσιν[7], καὶ ἔτι μὴν ἐκ τῆς πρὸς αὐτὴν ἀποστάσεως σχήματά τινα ἀποτελῶσιν.

ἰστέον δὲ ὅτι οἱ παλαιοὶ ὁρῶντες τὸν μὲν οὐρανὸν σφαιροειδῆ καὶ τεταγμένον τὰς δὲ τούτου κινήσεις κατ᾽ αἴσθησιν ἀνωμάλους καὶ ἀτάκτους φαινομένας ἐθαύμαζον καὶ ἀναγκαίως εἰς τὴν περὶ τούτου ζήτησιν ἐτρέποντο. ἄτοπον γὰρ ἔλεγον εἰ τὰ μὲν ἐν γενέσει καὶ φθορᾷ περὶ τὴν γῆν ὁμαλὰς καὶ τεταγμένας ἔχει κινήσεις ὁ δὲ οὐρανὸς αἴδιος ὢν καὶ καθ᾽ ἑαυτὸν τεταγμένος ἀνωμάλους ἔχει ταύτας. ἀναγκαίου οὖν ὄντος καὶ ὁμολογουμένου τοῦ ἐν τοῖς κρείττοσι μᾶλλον τὸ τεταγμένον θεωρεῖσθαι τῆς κινήσεως τεταγμένας αὐτοῦ καὶ ὁμαλὰς τὰς κινήσεις ἀπεφαίνοντο[8] ἡμῖν δέ, τουτέστι[9] τῇ κατ᾽ αἴσθησιν προσβολῇ ἡμῶν, φαινομένας καὶ[10] οὐκ ἀληθῶς[11] οὔσας ἀνωμάλους. ἐντεῦθεν οὖν προέθεντο εἰς ζήτησιν εὑρεῖν τινα ὑπόθεσιν καθ᾽ ἣν ὁμαλῶς κινουμένου σφαιρικοῦ σχήματος ἀνωμάλως φανείη κινούμενον.

ἥντινα ὑπόθεσιν καὶ σκοπὸς νῦν[12] τῷ Πτολεμαίῳ διεξελθεῖν ζητοῦντι πῶς ἂν σύμφωνος κατὰ[13] πάντα τοῖς φαινομένοις εὑρεθείη[14] χρωμένῳ ταῖς γεωμετρικαῖς[15] τε καὶ ἀναντιρρήτοις[16] ἀποδείξεσιν.

[1] titulum προλεγόμενα τῆς πτολεμαίου μεγάλης συντάξεως V : σχόλια καὶ προλεγόμενα εἰς τὴν μεγάλην σύνταξιν S : προλεγόμενα τῆς μεγάλης συντάξεως P : διοφάντου προλεγόμενα τῆς συντάξεως N.
[2] γενεθλιαλογικοῖς] γενεθλιακοῖς S.
[3] ποιούμενοι] ποιουμένη N sed corr. m. 1.
[4] καὶ τοὺς] καὶ P : *et eas que* Lat.
[5] δὲ] bis P (secundum in comp.) : fort. scribendum γε.
[6] ἑῷοί] ἑῶιοί V.
[7] τύχωσιν] τύχωσι SN.
[8] σεις ἀπεφαί] supra litt. evan. suppl. m. rec. V.
[9] δὲ τουτέστι] supra litt. evan. suppl. m. rec. V : δὲ τοῦτο ἐστὶ S : ψευδομένοις con. Hultsch.
[10] καὶ codd.] καίπερ con. Hultsch.
[11] οὐκ ἀληθῶς] ἀκολούθως PN.
[12] νῦν] om. P : *intentio nunc* Lat.
[13] σύμφωνος κατὰ] supra litt. evan. suppl. m. rec. V.
[14] εὑρεθείη] ρεθ supra litt. evan. suppl. m. rec. V.

αὐτόθεν δὲ καὶ τοῦ[17] χρησίμου τὸ σεμνὸν[18] καὶ πάσης μεῖζον[19] αἱρέσεως ὡμολόγηται· ἔστι δὲ τὸ ἐν γῇ τυγχάνοντας καὶ τοσοῦτον ἀφεστῶτας μηδὲν τῶν[20] κατ' οὐρανὸν γινομένων[21] κινήσεων ἀγνοεῖν.

ἡ δὲ[22] τάξις καὶ τὸ γνήσιον ἀπροσδεὲς λόγου τοῖς ἑτοίμως τῆς πραγματείας ἀντιλαμβανομένοις.

ἡ δὲ εἰς τὰ μόρια διαίρεσις ἐκ διαιρέσεως οὕτως[23] λαμβάνεται· τῶν ἐν ἀστρονομίᾳ τὰ μὲν περὶ τὸν οὐρανὸν τὰ δὲ[24] περὶ τὴν γῆν· καὶ τῶν περὶ τὸν οὐρανὸν τὰ μὲν καθόλου τὰ δὲ μερικὰ τὰ δὲ μερικώτερα ὁμοίως δὲ καὶ τῶν[25] περὶ τὴν γῆν. καὶ καθόλου μέν ἐστι περὶ τὸν οὐρανὸν ὡς[26] ἡ περὶ τοῦ σχήματος αὐτοῦ ζήτησις εἴτε σφαιροειδὴς εἴτε κυλινδροειδὴς ἤ τι τοιοῦτόν ἐστι κατὰ μέρος δὲ ὡς[27] ἡ περὶ τοῦ ζῳδιακοῦ ἢ τοῦδέ τινος κύκλου μερικώτερον δὲ ὡς ὅταν σκοπῶμεν περί τινος ζῳδίου ἢ περί τινος τῶν ἀστέρων. περὶ δὲ τὴν γῆν ἐστι καθόλου πάλιν ἡ περὶ τοῦ σχήματος αὐτῆς ζήτησις εἰ ἄρα σφαιροειδὴς ἢ οὒ καὶ περὶ τῆς θέσεως πότερον κέντρου λόγον ἔχει πρὸς τὸν οὐρανὸν ἢ ἐκτός ἐστι τοῦ μέσου κατὰ μέρος δὲ ὡς ὅταν τὸ οἰκούμενον μέρος αὐτῆς ζητοῦμεν[28] μερικώτερον δὲ τὸ περὶ τοῦδε τοῦ κλίματος ἐπισκέπτεσθαι ἢ τῆσδε τῆς οἰκήσεως.

ἐν μὲν οὖν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ περὶ τῶν καθόλου περί τε τὸν οὐρανὸν καὶ τὴν γῆν διαλαμβάνει[29] ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ περὶ τῶν κατὰ μέρος ἐν ἀμφοτέροις καὶ περὶ τῶν μερικωτέρων περὶ τὴν γῆν ἐν δὲ τοῖς λοιποῖς ἕνδεκα περὶ τῶν μερικωτέρων περὶ τὸν οὐρανόν· ἐν μὲν τῷ τρίτῳ περὶ ἡλίου ἐν δὲ τῷ τετάρτῳ καὶ πέμπτῳ περὶ σελήνης ἐν δὲ τῷ ἕκτῳ περὶ ἀμφοτέρων ἐν δὲ τῷ ἑβδόμῳ καὶ ὀγδόῳ περὶ τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων· οὐχ ὡς[30] προηγουμένης ἀλλ' ὡς συμβαλλομένης τῆς περὶ αὐτῶν θεωρίας εἰς τὰς τῶν πλανωμένων ἐποχάς· ἐν δὲ τῷ ἐννάτῳ καὶ δεκάτῳ καὶ ἑνδεκάτῳ περὶ τῆς κατὰ μῆκός τε καὶ πλάτος ἐποχῆς τῶν ε πλανωμένων ἐν δὲ τῷ δωδεκάτῳ[31] περὶ στηριγμῶν καὶ φάσεων αὐτῶν ἐν δὲ τῷ τρισκαιδεκάτῳ περὶ τῆς κλίσεως τῆς πρὸς τὸν ζῳδιακὸν τῶν κύκλων ἐν οἷς φέρονται οἱ πλάνητες.

15 γ et ω supra litt. evan. suppl. m. rec. V.
16 ἀναντιρρήτοις] αν suprascr. m. 1 V : add. m. 2 P.
17 τοῦ] το supra litt. evan. suppl. m. rec. V.
18 σεμνὸν] σε supra litt. evan. suppl. m. rec. V.
19 σης μεῖζ] supra litt. evan. suppl. m. rec. V.
20 στῶτας μηδὲν τῶν] supra litt. evan. suppl. m. rec. V.
21 γινομένων] γιγνομένων N.
22 δὲ codd.] μὲν οὖν con. Hultsch.
23 οὕτως] οὕτω N.
24 πραγματείας – τὰ δὲ] supra litt. evan. suppl. m. rec. V.
25 τῶν codd.] τὰ con. Hultsch.
26 ὡς] ὁς N : *ut* Lat.
27 ὡς] ὁς N : *ut* Lat.
28 ζητοῦμεν] -ῶμεν ex -οῦμεν m. 2 P.
29 διαλαμβάνει] διαλαμβάνη N.
30 μὲν τῷ τρίτῳ – οὐχ ὡς] supra litt. evan. suppl. m. rec. V.
31 δωδεκάτῳ] δω suprascr. m. 1 N.

ἐπιγέγραπται δὲ σύνταξις διὰ τὸ συντετάχθαι ταῖς λογικαῖς καὶ γραμμικαῖς[32] ἀποδείξεσι τὰς τῶν προχείρων κανόνων ψιλὰς καὶ ἀναποδείκτους ἐφόδους[33].

[32] γραμμικαῖς] πρακτικαῖς N : *linearibus* Lat.
[33] τῶν ἐν ἀστρονομίαι — τὰ μὲν περὶ τὸν οὐρανὸν θεωρεῖται καὶ τούτων // τὰ μέν ἐστι καθόλου ὡς ἡ περὶ τῶν σχημάτων ζήτησις / τὰ δὲ μερικὰ ὡς ἡ περί τινος τῶν κύκλων τῶν μεγίστων οἷον τυχὸν τοῦ ζωιδίου / τὰ δὲ μερικότερα ὡς ἡ περί τινος ζωιδίου ἢ τῶν πλανωμένων ἀστέρων — τὰ δὲ περὶ τὴν γῆν καὶ τούτων πάλιν // τὰ μὲν καθόλου ὡς ἡ περὶ τοῦ σχήματος καὶ τῆς θέσεως αὐτῆς / τὰ δὲ μερικὰ ὡς ἡ περὶ τοῦ οἰκουμένου καὶ ἀοικήτου / τὰ δὲ μερικότερα ὡς ἡ περί τινος τῶν κλιμάτων in marg. inf. scholium m. 1 V : recepit cum var. lect. rec. byz.

Traduction

Prolégomènes à la *Grande*[1] *composition* de Ptolémée

[*Définition de l'astronomie*]

L'astronomie a reçu de Ptolémée, dans les quatre livres concernant les horoscopes[2] adressés à Syrus, la définition suivante : « L'astronomie est un savoir visant la compréhension des configurations que le soleil, la lune et les autres astres forment en toute occasion, entre eux et avec la terre »[3]. Le mot « savoir » la sépare des techniques artisanales ; « visant la compréhension » ou bien « théorique » l'oppose aux arts pratiques[4] ; le reste de la définition, de toutes les sciences théoriques, car elle seule étudie et expose avec exactitude à la fois les configurations[5] des astres entre eux (par exemple quand ils forment des oppositions et des trigones, faisant aussi les autres figures[6] entre elles[7]), et les configurations des astres avec la terre (par exemple quand il arrive qu'ils se lèvent et se couchent, aux aurores comme aux crépuscules[8]), et encore quand ils réalisent certaines figures selon la distance qui les sépare d'elle.

[*Cause-origine de l'astronomie*]

Il faut savoir que[9] les Anciens s'étonnaient de voir que le ciel était sphérique et ordonné, tandis que ses mouvements étaient perçus par les sens comme irréguliers et désordonnés[10], et ils se tournaient nécessairement vers cette recherche. Il est en effet absurde, disaient-ils, que ce qui, dans la région terrestre, est soumis à la génération et à la corruption ait des mouvements réguliers et ordonnés[11], alors que le ciel, qui est éternel et ordonné en lui-même, a ces mouvements irréguliers. Puisqu'il est donc nécessaire et admis que le mouvement ordonné s'observe plutôt dans ce qui est meilleur, ils affirmaient que ses mouvements sont ordonnés et réguliers, mais que pour nous (c'est-à-dire pour notre impression[12] sensorielle), ils apparaissent irréguliers sans l'être véritablement. À partir de là, ils se proposaient comme recherche de trouver quelque hypothèse selon laquelle une figure sphérique en mouvement régulier semblerait avoir un mouvement irrégulier.

[*Le but de Ptolémée*]

Examiner cette hypothèse est aussi le but actuel de Ptolémée, qui cherche, en utilisant des démonstrations géométriques irréfutables, comment on peut se trouver entièrement en accord[13] avec les apparences[14].

[*L'utilité de cette étude*]

On admet, en outre, comme allant de soi la vénérabilité de son utilité et qu'elle l'emporte sur tout choix : c'est de ne rien ignorer des mouvements qui se produisent dans le ciel, alors que nous nous trouvons sur terre et que nous en sommes si éloignés.

[*L'ordre et l'authenticité*]

Quant à l'ordre et l'authenticité, ils se passent de commentaires pour qui est enclin à mener une telle étude.

[*La division en parties*]

Sa division en parties se fait par la subdivision[15] suivante : une part de l'astronomie concerne le ciel, une autre la terre ; ce qui concerne le ciel est soit universel, soit particulier, soit plus particulier[16]; il en va de même pour ce qui concerne la terre. S'agissant du ciel, universelle est par exemple l'étude de sa forme, soit sphérique, soit cylindrique ou quelque chose semblable ; particulière est par exemple l'étude du zodiaque ou de tel ou tel cercle ; plus particulier encore est par exemple le fait que nous observions un signe ou un astre quelconque. Pour ce qui concerne la terre[17], à son tour, universelle est l'étude de sa forme — si elle est sphérique ou pas — et de sa position — joue-t-elle le rôle de centre par rapport au ciel ou bien est-elle hors du milieu — ; particulier est par exemple le fait que nous étudions sa partie habitée[18] ; plus particulier encore, examiner une telle bande de latitude ou une telle région[19].

[*La division en livres*]

Dans le premier livre, <Ptolémée> traite de ce qu'il y a d'universel concernant le ciel et la terre ; dans le deuxième, de ce qu'il y a de particulier en chacun d'eux, et de ce qu'il y a de plus particulier concernant la terre ; dans les onze restants, de ce qu'il y a de plus particulier concernant le ciel : dans le troisième, <il traite> du soleil ; dans les quatrième et cinquième, de la lune[20]; dans le sixième, de chacun d'eux ; dans les septième et huitième, des astres fixes — non que leur étude soit fondamentale, mais parce qu'elle est liée aux positions des planètes[21] — ; dans le neuvième, dixième et onzième, des positions des cinq planètes en longitude et latitude[22]; dans le douzième, de leur stations et leurs phases[23] ; dans le treizième, de l'inclinaison par rapport au zodiaque des cercles sur lesquels les planètes se meuvent.

[*Le titre*]

Le titre est « composition » parce que les procédés brutes et sans démonstration des tables faciles entrent en composition avec des démonstrations argumentées et géométriques[24].

Commentaire

[1] Le qualificatif μεγάλη, attesté dans les meilleurs mss. des *Prolégomènes*, semble avoir été ajouté tardivement au titre du traité de Ptolémée. On le retrouve chez Eutocius (*AOO* III, 232.16-17), qui néanmoins cite aussi le titre sans adjectif (*ibid.*, 260.2). La seule occurrence chez les commentateurs d'Aristote est chez Asclépius, *in Met.*, 359.32, et Michel d'Éphèse, *in EN*, 582.9. La *Suda* (Π 3033, IV, 254.7-8 Adler) appelle l'*Almageste* μέγας ἀστρονόμος ἤτοι σύνταξις mais, dans la notice consacrée à Pappus, elle mentionne son commentaire à la μεγάλη σύνταξις (Π 265, IV, 26.6 Adler). Avant ces auteurs passablement tardifs, ni Pappus ni Théon ni, avant eux, un fragment de commentaire anonyme à l'*Almageste* écrit vers 213 (Jones 1990, 30 et ss.), ni, après eux, Proclus, que ce soit dans son *Hypotyposis* ou ailleurs, n'ajoutent cet adjectif. Chez ces auteurs, le titre le plus fréquent est σύνταξις tout court. Heiberg soutient, en se fondant sur les citations internes à l'*Almageste*, les souscriptions des mss. et la citation dans Pappus, *Coll.* VIII.18, 1058.13-14, que le titre original devait être μαθηματικά, auquel σύνταξις a été ajouté, par Ptolémée lui-même, pour identifier le genre de produit littéraire dont l'*Almageste* est une espèce : il en résulte μαθηματική σύνταξις, qui en effet signifie simplement « Ouvrage mathématique » (*POO* II, cxl-cxli – l'argument invoqué selon lequel Pappus, dans *Coll.* VI.73, 558.21, ne met pas d'article pour se référer à la σύνταξις, perd sa validité face aux dizaines de citations avec article dans son commentaire aux livres V et VI). De cette dénomination on serait passé par métonymie et antonomase à σύνταξις (« qui deinde in sermone neglegentiore scholae Alexandrine detruncatus in Σύνταξις abiit » écrit plus brutalement Heiberg). L'argumentation de Heiberg est à nuancer : σύνταξις ne dénote pas un « ouvrage » en tant qu'écrit générique, mais sous-entend des soucis de complétude et d'articulation bien mis en évidence dans la *summa* ptolémaïque. C'est le bon titre (donc sans l'adjectif μεγάλη) pour notre anonyme aussi, qui néanmoins enrichit le mot de significations ultérieures, comme le montrera la phrase finale de cette section liminaire des *Prolégomènes*. Les titres des deux livres conservés du commentaire de Pappus à l'*Almageste* sont εἰς τὸ ε´ / ς´ τῶν Κλαυδίου Πτολεμαίου μαθηματικῶν σχόλιον « scholie au 5ème / 6ème des *Mathématiques* de Claude Ptolémée », et le même Pappus y commence son exposé en se référant à τῷ τετάρτῳ (resp. ε´) βιβλίῳ τῶν μαθηματικῶν (*iA*, 1.1-3, 171.1-3 respectivement). On trouve donc encore chez Pappus des vestiges du titre original.

[2] Le terme γενέθλιον signifie « horoscope » déjà dans l'*Introduction aux phénomènes* de Géminus (III.5). L'adjectif γενεθλιαλογικός n'apparaît dans aucun des titres attestés de la *Tetrabiblos*, mais la γενεθλιαλογία (voire le γενεθλιαλογικὸν μέρος) était l'une des deux branches principales de la τέχνη ἀποτελεσματική ou « art de la réalisation » des pronostics astrologiques, celle qui concerne un homme particulier, comme le dit Ptolémée dans *Tetr.* II.1.2. C'est la généthlialogie que Sextus critique dans le cinquième livre de son *Contre les professeurs* (cf. *Adv. math.* V.2).

[3] C'est la définition de l'astronomie au tout début de la *Tetrabiblos* (I.1, 3.32-37 Hübner) : Τῶν τὸ δι' ἀστρονομίας προγνωστικὸν τέλος παρασκευαζόντων, ὦ Σύρε, δύο τῶν μεγίστων καὶ κυριωτάτων ὑπαρχόντων, ἑνὸς μὲν τοῦ πρώτου καὶ τάξει καὶ δυνάμει, καθ' ὃ τοὺς γινομένους ἑκάστοτε σχηματισμοὺς τῶν κινήσεων ἡλίου τε καὶ σελήνης καὶ ἀστέρων πρὸς ἀλλήλους τε καὶ τὴν γῆν καταλαμβανόμεθα. La qualification καταληπτική ne se trouve pas chez Ptolémée ; elle est peut-être dérivée, par un procédé stylistique assez commun, du verbe qu'il utilise (καταλαμβάνω). Un peu plus loin (intertitre à I.2, 5.63 Hübner), une connaissance (de type astrologique) par des moyens astronomiques (ἡ δι' ἀστρονομίας γνῶσις) est décrite comme « visant à la compréhension » (καταληπτή ; καταληπτική variante minoritaire dans les mss). Que cela soit équivalent à θεωρητική, comme le prétend notre anonyme, on peut en douter. Quoi qu'il en soit, l'anonyme est coupable d'intervertir genre et espèce, du moins si l'on suit la célèbre définition de l'ἐπιστήμη par le stoïcien Zénon de Cyzique, répétée par plusieurs sources (ici Sextus, *Adv. math.* VII.151) : ἐπιστήμην μὲν εἶναι τὴν ἀσφαλῆ καὶ βεβαίαν καὶ ἀμετάθετον ὑπὸ λόγου κατάληψιν « Un savoir est une compréhension sans erreur, ferme et qui ne peut pas être altérée par un argument ». La seule autre occurrence dans le *corpus* grec de la combination substantif + adjectif ἐπιστήμη καταληπτική se trouve dans Grégoire de Nysse, *In Eccl.*, in *Gregorii Nysseni opera* V, 293.15 Alexander.

Notre anonyme apporte deux autres modifications à la définition (mais il faut se rappeler qu'on ne saurait exiger l'exactitude des citations anciennes) : il ajoute λοιπῶν, peut-être par souci de précision (car le soleil et la lune sont aussi des astres) et « oublie » τῶν κινήσεων, peut-être pour mettre encore plus en valeur un contexte astrologique que Ptolémée rend d'ailleurs assez explicite avec l'emphase qu'il donne aux σχηματισμοί.

[4] Ces partitions sont bien différentes de celles que Ptolémée propose dans *Alm.* I.1. Notamment, ce dernier ne fait jamais allusion aux arts, qu'ils soient artisanaux ou pratiques, mais reste dans le domaine de la philosophie. Celle-ci est partagée en théorétique et pratique (= morale), et la première, à son tour (en mentionnant explicitement Aristote), est divisée en physique, mathématique et théologie. La deuxième est déclarée être la seule qui peut mériter la dénomination de κατάληψις ἐπιστημονική « compréhension scientifique » (*POO* I.1, 6.13), une combinaison de signifiés qui se retrouvent, comme nous l'avons vu dans la note précédente, chez notre anonyme.

[5] Cette amplification du *proprium* de l'astronomie peut être comparée (malgré une remarquable mécompréhension), au plan suivi dans l'exposé d'*Alm.* VIII.4, dont on peut dire, à la rigueur, qu'il est consacré aux seules étoiles fixes. Ptolémée y dresse une longue liste de configurations des étoiles fixes par rapport 1) aux planètes, au soleil, à la lune ou aux parties du zodiaque ; 2) à la terre ; 3) à la fois à la terre et aux astres mentionnés dans 1. Les trois items de la petite liste de notre anonyme correspondent, dans l'ordre, à :

• 1a) une étoile et certaines planètes se trouvent sur le même cercle passant par les pôles de l'écliptique ou sur des cercles différents, mais placés à des intervalles triangulaires,

carrés ou hexagonaux (τριγώνους δὲ ἢ τετραγώνους ἢ ἑξαγώνους διαστάσεις) (*POO* I.2, 185.18-186.4) ;
• 3b) levers et couchers héliaques : lever ou coucher d'un astre le matin ; lever ou coucher d'un astre le soir. Dans *Alm.* VIII.4, la division en quatre espèces de base est généralisée en une classification de neuf σχηματισμοί, par l'introduction d'une position supplémentaire, aussi bien pour le soleil que pour l'étoile (passage au méridien ou culmination). Chaque espèce est à son tour divisée en trois sous-espèces, selon que l'étoile se lève juste après, en même temps que, ou juste avant le soleil (*POO* I.2, 189.13-193.13— cela généralise la bipartition entre levers ou couchers vrais ou apparents). Les levers et couchers héliaques sont les exemples paradigmatiques de φάσεις d'un astre (voir *infra*) ; ils ne sont pas des configurations des astres avec la terre seulement, comme le prétend notre anonyme, car la position du soleil est évidemment décisive.
• Le dernier item (la structure corrélative … τε … καί… καὶ ἔτι μήν… montre qu'il s'agit d'un troisième item et non d'un cas de figure du deuxième) semble conçu pour remplir la case « configurations des astres entre eux et par rapport à la terre », restée vide une fois que l'anonyme a mal classé les levers et couchers héliaques. Il introduit donc un nouveau paramètre, l'ἀπόστασις des astres par rapport à la terre, qui pourra engendrer des différences détectables parmi des configurations seulement dans des modèles à épicycles, avec référence au mouvement direct ou rétrograde des planètes. Or, c'est ce qui arrive dans *Tetr.* I.8.2 et I.24.3, où Ptolémée affirme que l'épicycle est partagé en quadrants, dont chacun garde un des attributs traditionnels de la matière (humide, chaud, sec, froid), et que les planètes ont leur maximum d'énergie quand « elles sont au levant et en addition à leurs mouvements propres », leur minimum quand « elles sont au couchant et en soustraction » (traduction Bouché-Leclercq 1899, 111).

On voit donc que la liste de notre anonyme présente des phénomènes qui ont une signification astrologique immédiate, tels les aspects, même s'il s'astreint à parler de corps célèstes particuliers (ἀστέρες) et non de signes ou de constellations (ἄστρα), pour lesquels les « aspects » réciproques ont une importance primordiale. La distinction entre ἀστήρ et ἄστρον comme τὸ ἐκ πολλῶν ἀστέρων σύστημα est canonique dans la littérature exégétique du domaine astronomique (voir par exemple Macrobius, *in Somn. scip.* I.14.21, Achilles 14, 41.13-42.7 Maass, *Doxographi graeci*, 466.18-21, avec la discussion par Diels des lignes 19-20, définition qui est attribuée à Posidonius), même si elle n'est pas systématiquement appliquée par les auteurs anciens. Noter, dans cette même perspective, l'emploi apparemment neutre, par notre anonyme, du verbe ἀποτελεῖν « réaliser », qui est en réalité central dans le lexique astrologique, comme on l'a vu *supra*.
[6] Les autres figures sont les aspects quadrants et sextiles, même si les aspects polygonaux semblent avoir été introduits après Géminus (voir *Introduction aux phénomènes* II.13-15).
[7] Le remplacement du pronom réciproque par le réflexif, notamment si cela entraîne une *variatio*, est un phénomène fréquent déjà en grec classique ; voir Kühner, Gerth 1898-

1904, II.1, § 455.8, Schwyzer 1950-1953, II, 198-199, et, pour les papyri, Mayser 1926-1970, II.1, §16.2.

8 Le double corrélatif τε καὶ indique qu'il faut croiser les conditions envisagées, de façon à engendrer quatre possibilités.

9 L'expression ἰστέον δὲ ὅτι est une formule introductive typique d'une annotation en marge de texte, même si elle pourrait tout simplement marquer ici la transition vers une nouvelle partie du préambule doctrinal.

10 Les références canoniques pour ce couple d'adjectifs sont *i*) les mouvements se déroulant πλημμελῶς καὶ ἀτάκτως en *Ti.* 30A et *ii*) le récit, parallèle à celui raconté par notre anonyme, mettant en scène Platon qui aurait posé le problème de sauver les phénomènes ταῖς οὐρανίαις κινήσεσι τὸ ἐγκύκλιον καὶ ὁμαλὲς καὶ τεταγμένον ἀνενδοιάστως ἀποδιδούς « en imposant aux mouvements célestes l'obligation d'être circulaires, réguliers et ordonnés » (Sosigenes *apud* Simplicius, *in Cael.*, 488.21-24 et 492.31-493.4). Platon n'est pas évoqué dans la formulation de Géminus, plus sophistiquée et explicite quant aux modèles mathématiques employés, dans le célèbre extrait de l'exégèse des *Météorologiques* de Posidonius *apud* Simplicius d'après Alexandre (*in Ph.*, 291.23-292.29, en particulier 292.13-20). Géminus fait remonter ce programme de recherche aux Pythagoriciens dans *Introduction aux phénomènes* I.19-21. Sur une ligne analogue se situe une remarque de Ptolémée au début de sa théorie du mouvement des planètes dans *Alm.* IX.2, *POO* I.2, 208.5-9, où il explique que son but dans ce qui reste du traité, consacré aux planètes, est de τὰς φαινομένας αὐτῶν ἀνωμαλίας πάσας ἀποδεῖξαι δι' ὁμαλῶν καὶ ἐγκυκλίων κινήσεων ἀποτελουμένας, τούτων μὲν οἰκείων ὄντων τῇ φύσει τῶν θείων, ἀπαξίας δὲ καὶ ἀνομοιότητος ἀλλοτρίων « démontrer que toutes leurs anomalies apparentes peuvent être réalisées par des mouvements réguliers et circulaires, qui sont propres à la nature des choses divines, tandis que le désordre et la dissimilitude leur sont étrangers ».

11 La formulation suggère que l'on a ici une crypto-référence savante au *De generatione et corruptione* aristotélicien, dont le titre, qui coïncide d'ailleurs avec les premiers mots du traité, est bien attesté par la tradition et qui avait été commenté (avec ce même titre) par Ammonius (comme d'habitude, son commentaire a été transmis, avec des modifications, sous le nom de Jean Philopon ; cf. *in GC*, 1). Dans le *De generatione et corruptione* il est en effet question de cycles (περίοδοι), que l'on peut bien appeler « mouvements réguliers et ordonnés », dans le monde sublunaire : voir en particulier les chapitres II.10-11, où Aristote argumente que le processus de génération est nécessairement circulaire. Le mouvement céleste (circulaire et donc συνεχής) qui engendre les cycles sublunaires est celui du soleil selon l'écliptique (336a32).

12 Le terme προσβολή joue un rôle marginal mais néanmoins bien défini dans l'épistémologie hellénistique. Le troisième agent de la définition du « critère de vérité » transmise et critiquée par Sextus, *Adv. math.* VII.35-37, est ἡ προσβολὴ φαντασίας « l'application d'une impression (sensorielle) » : un homme juge au moyen de la

perception sensorielle ou de la pensée en applicant une impression. La προσβολή est donc l'acte qui fait travailler les outils qui permettent au sujet de formuler un jugement. L'expression κατ' αἴσθησιν προσβολή semble néanmoins employée ici comme synonyme de « perception sensorielle ».

[13] Σύμφωνος, dans le sens précisément employé par notre anonyme, est un terme technique appartenant au domaine épistémologique de l'époque hellénistique, notamment chez Épicure (voir la *Lettre à Pythoclès*, dans Diogène Laërce X.86 et 93-95).

[14] La phrase sert de cheville de transition entre les deux schémas isagogiques, celui qui concerne le domaine scientifique en question (avec l'identification *Almageste* = astronomie) et celui plus proprement centré sur l'ouvrage. On y trouve, pour la première fois, la caractérisation des méthodes de l'*Almageste* comme géométriques, que l'on retrouvera à la fin. Le double qualificatif est à interpréter comme un hendiadys « démonstrations géométriques et <donc> irréfutables », sans présupposer qu'il y aurait des preuves géométriques non irréfutables. A noter la traduction avec article indéfini, l'article en grec étant dicté par la position épithétique (antéposée) des deux adjectifs.

[15] L'expression διαίρεσις ἐκ διαιρέσεως pour désigner une subdivision à deux niveaux ne trouve pas de parallèles dans le *corpus* grec.

[16] Le principe inspirateur de cette double division tripartite semble être la bipartition, en *Alm.* I.2 (*POO* I.1, 8.19-20), des arguments du traité en généraux et particuliers ; les exemples sont tous tirés du même chapitre, avec une surenchère de précision dûe à la distinction d'un troisième niveau, qui a impliqué par exemple le déplacement des remarques de type structural sur les données de l'observation et leur transformation en niveau « plus particulier encore » du ciel (*ibid.*, 9.13-15), et la mention explicite de la possible forme cylindrique du ciel et de la terre. Le schématisme de la « division par subdivision » est parfait pour sa conversion en scholie selon une disposition tabulaire. C'est exactement ce que l'on trouve en marge de V par la première main, et c'est une des rares scholies anciennes qui ont été transcrites (avec variantes de mélecture) dans les mss. de la recension byzantine.

[17] Cette longue phrase est très structurée du point de vue rhétorique : à noter les membres rigoureusement parallèles en forme disjonctive, avec les *variationes* suivantes : 1) substantifs (un *nomen actionis* comme ζήτησις, qui est une fois sous-entendu) ou subordonnées introduites par ὡς ὅταν ou infinitif substantivé pour identifier les actions de l'astronome ; 2) présence ou absence de ὡς pour introduire les exemples ; 3) εἰ ἄρα ou πότερον pour introduire les deux interrogatives indirectes consécutives ; 4) permutation des mots entre καθόλου μέν ἐστι περὶ τὸν οὐρανὸν et περὶ δὲ τὴν γῆν ἐστι καθόλου ; 5) emploi des adjectifs ὅδε et τις pour marquer le caractère arbitraire du choix de presque tous les objets mentionnés dans les subdivisions du « particulier » et du « plus particulier encore » (l'οἰκουμένη est exclue car elle est unique) : la première occurrence a les deux adjectifs ensemble, les autres sont réparties de manière exclusive entre le ciel (seulement τις) et la terre (seulement ὅδε).

[18] L'οἰκουμένη est la partie habitée de la terre.

A l'origine le terme κλίμα semble désigner simplement l'« inclinaision » du pôle céleste par rapport au plan de l'horizon, c'est-à-dire la latitude du lieu de l'observateur (cf. *Alm.* II.1, *POO* I.1, 89.1-3 – la latitude terrestre était désignée aussi traditionellement par l'expression ἔξαρμα τοῦ πόλου « élévation du pôle » ; cf. Hipparque, *in Ar. Eud. Phaen.*, I.3.6.5, I.3.7.3, I.3.12.4, *Alm.* II.2, *POO* I.1, 89.21). A partir du premier Hellénisme, des divisions en bandes latitudinales de la surface terrestre sont devenues d'usage commun ; elles sont identifiées par la durée du jour solsticial, de quart d'heure en quart d'heure (par demi-heure ou par heure pour les régions près du pôle). Chaque bande est appelée κλίμα, terme qui peut aussi désigner des bandes très étroites où la durée du jour solsticial peut être considérée comme constante (la largeur normalement admise est de 400 stades), et même la latitude terrestre en tant que notion mathématique. La partie centrale de l'οἰκουμένη est traditionellement divisée en sept κλίματα (mais Ptolémée dans les *Phaseis* n'en admet que cinq ; voir *POO* II, 4.3-20), même si plusieurs répartitions sont attestées (les plus communes prennent comme repères Alexandrie et Babylone respectivement, la première avec un intervalle de 1/2 heure, la deuxième de 4/15 d'heure), et même si la raison du choix du nombre de sept n'est pas connue (pour plus de détails, voir Neugebauer 1975, 725-733). Un livre περὶ τῶν κλιμάτων est attribué à Démocrite (68 B 305 DK).

[19] Une οἴκησις est ainsi définie par la scholie liminaire au *De habitationibus* (= περὶ οἰκήσεων) de Théodose : καθ' ὅλου δὲ ὑποκεῖσθαί τις οἴκησις σημείῳ τινὶ ἐν κόσμῳ λέγεται, ὅταν ἀπό τινος σημείου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς γῆς ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα· ὃ ποιεῖ σημεῖον ἡ ἀγομένη εὐθεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς γῆς, τὴν κατ' ἐκεῖνο τὸ σημεῖον οἴκησιν λέγομεν ὑποκεῖσθαι τῷ ἐν τῷ κόσμῳ σημείῳ ἀφ' οὗ ἧκται ἡ εὐθεῖα, ὃ σημεῖόν ἐστιν ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος « On dit en général qu'une certaine région est posée en bas par un certain point dans l'univers, quand une certaine droite est jointe à partir d'un certain point dans l'univers jusqu'au centre de la terre ; le point que la droite menée marque sur la surface de la terre, nous disons qu'une région relative à ce point est posée en bas par le point dans l'univers à partir duquel la droite a été menée, lequel point est le pôle de l'horizon » (44.3-8 Fecht). La définition, assez maladroite, est adaptée à l'usage très abstrait que Théodose fait du terme dans son traité : c'est simplement la projection sur la terre du pôle de l'horizon. Il s'agit donc d'une façon de désigner la latitude terrestre, qui est aussi mesurée par la hauteur sur l'équateur du pole de l'horizon. L'usage général, notamment dans l'*Almageste*, est moins spécialisé : une οἴκησις diffère du κλίμα par le fait que, apparemment, la première est une région terrestre particulière vue sous le seul aspect de sa latitude, tandis que le deuxième désigne tous les lieux avec la même latitude (ou mieux encore, dans la même bande de latitude), et donc aussi la latitude elle-même. La première occurrence de οἴκησις dans l'*Almageste* apparaît justement dans l'expression ἐνκλίματα τῶν οἰκήσεων « latitude des régions », ἔνκλιμα étant le mot que Ptolémée emploie

spécifiquement pour la latitude en tant que notion abstraite (*Alm.* I.12, *POO* I.1, 68.8-9 ; voir aussi le κλῖμα τῆς ἐπιζητουμένης οἰκήσεως à *POO* I.1, 528.6).

[20] Le livre V ne concerne pas la lune seulement, mais aussi les dimensions du soleil et de la terre et leurs éloignements.

[21] Deux remarques semblables sur l'agencement logique des matières sont présentes dans *Alm.* I.2 (*POO* I.1, 9.1-3 et 9.5-7), mais elles concernent les préliminaires (livres I-II) et la théorie du mouvement solaire et lunaire (livres III-VI) par rapport aux développements des livres suivants.

[22] Les couplages τῆς κατὰ μῆκός τε καὶ πλάτος ἐποχῆς et στηριγμῶν καὶ φάσεων se retrouvent, dans des expressions presque identiques, dans *Alm.* IX.2 (*POO* I.2, 210.2 et 209.7-8), où sont présentées les hypothèses fondamentales de la théorie du mouvement des planètes développée dans les livres IX-XIII. Le mouvement en latitude est en effet étudié dans le livre XIII, mais ici le couplage des deux termes peut dériver du fait que la phrase est une citation et de la volonté de donner en peu de mots la description la plus générale possible du mouvement des planètes. πλάτος est la direction perpendiculaire à l'écliptique, tandis que μῆκος « longitude » est la direction qui suit l'écliptique ; il s'agit dans ce cas de coordonnées sur la sphère céleste ; Ptolémée définit latitude et longitude terrestres respectivement comme ἡ ἀπὸ μεσημβρίας πρὸς τὰς ἄρκτους πάροδος « le mouvement de l'équateur aux ourses » et ἡ ἀπὸ ἀνατολῶν πρὸς δυσμὰς πάροδος « le mouvement des levers aux couchers ». Voir *POO* I.1, 88.6-7 et 88.11.

[23] Une ἐποχή est un repère, temporel ou spatial, par rapport auquel sont données les coordonnées qui identifient la position d'un objet ou d'un évènement. Par métonymie, le terme peut prendre le sens plus général de « position ».

Les στηριγμοί sont les arrêts du mouvement apparent en longitude des planètes, et marquent les transitions entre mouvements directs et rétrogrades (cf. au moins Géminus, *Introduction aux phénomènes* I.20, XII.22).

Le mot φάσις désigne en général toute configuration d'un astre (planète ou étoile fixe) par rapport au soleil. Par exemple, les levers et couchers héliaques des étoiles fixes figurent parmi les phases, dont ils sont les exemples paradigmatiques. A ces phénomènes était consacré un ouvrage d'Autolycus, qui commence avec leur définition (*Autolycus*, 214.4-16 Mogenet = 68.3-69.7 Aujac ; voir aussi Géminus, *Introduction aux phénomènes* XIII, pour un exposé cursif de tous les phénomènes en question). Ptolémée aussi leur a consacré un ouvrage, les *Phaseis*, dont nous avons probablement seulement le deuxième livre. On y trouve la définition suivante, suivie par un principe de classification qui en est une conséquence immédiate : φάσιν μὲν δὴ καλοῦμεν ἀπλανοῦς ἀστέρος τὸν πρὸς ἥλιον καὶ τὸν ὁρίζοντα λαμβανόμενον αὐτοῦ σχηματισμὸν τὸν πρῶτον ἢ ἔσχατον τῶν φαινομένων, παρ' ὃ καὶ τοιαύτης ἔτυχε προσηγορίας. τῶν δὲ τοῦτον τὸν τρόπον ὑποτιθεμένων σχηματισμῶν τέσσαρες αἱ γενικώτεραι συνίστανται διαφοραί· τοσαῦται γὰρ θέσεις μεταλαμβάνονται τοῦ τε ἡλίου καὶ τοῦ ἀστέρος πρὸς ἀλλήλους τε καὶ τὰ δύο τοῦ ὁρίζοντος ἡμικύκλια τό τε πρὸς ἀνατολὰς καὶ τὸ πρὸς δυσμάς « nous appellons donc “phase” d’un astre fixe la configuration qu’il prend, la première ou la dernière fois qu’il est visible (d’ici vient une telle appellation), par rapport au soleil et à l’horizon. Il en résulte de cette manière quatre genres différents de configurations ainsi posées, car elles permutent entre elles d’une part les positions du soleil et de l’astre, d’autre part les deux demi-cercles de l’horizon, celui relatif aux levers et celui relatif aux couchers » (*POO* II, 5.4-12). Après avoir décrit en détail chaque genre (*ibid*., 5.3-11), Ptolémée introduit les espèces des levers et couchers vrais ou apparents, selon que l’astre se lève (ou se couche) en même temps que, ou juste avant (juste après), le lever (coucher) du soleil. Comme nous l’avons vu, en *Alm.* VIII.4 Ptolémée généralise en assimilant la notion de φάσις à un cas de figure de celle de σχηματισμός ; dans le chapitre VIII.5 il montre comment trouver, par des méthodes purement géométriques, les temps des levers, culminations et couchers vrais d’un astre ; le chapitre VIII.6 est consacré au procédé, bien plus complexe, à appliquer dans les cas apparents. Ptolémée emploie parfois le terme dans le sens particulier de « première visibilité » d’un astre après une période d’invisibilité.

[24] Pour la question du titre de l’*Almageste* voir la note *supra*. Comme le montre le balancement des contrapositions, γραμμική a aussi le sens général de « rigoureux », « démonstratif », les preuves géométriques étant le paradigme démonstratif par excellence. Est donc λογική une argumentation raisonnée, qui peut employer ou non les preuves γραμμικαί caractéristiques de la géométrie ; en tout cas il s’agit d’ἀπόδειξις et non d’ἔφοδος, terme qui présuppose ici la présentation d’un procédé brut (ψιλή) et dépourvu de toute démonstration (ἀναπόδεικτος). Cette courte description des méthodes différentes de l’*Almageste* et des *Tables faciles* n’est pas sans rappeler les préfaces du *Petit* (Tihon 1978, 199.2-10) et du *Grand commentaire aux Tables faciles* (Mogenet, Tihon 1985, 93.4-94.11) de Théon. Il y a quand même des différences : dans les *Prolégomènes* la comparaison est entre « méthode » et « démonstration », tandis que Théon semble proposer une tripartition (cf. la fin de la section 5 de notre introduction générale). A strictement parler Théon ne qualifie pas spécifiquement les méthodes des écrits de Ptolémée, mais il le fait de manière implicite dans la préface de son *Commentaire à l’Almageste* quand il compare l’affirmation de Ptolémée selon laquelle « il va tout démontrer géométriquement » à la démarche des commentateurs précédents, qui « parachèvent la plupart <de leurs discussions> par des procédés brutes (διὰ ψιλῶν ἐφόδων), comme dans les *Tables faciles* » (*iA*, 318.9-12). A noter, dans la citation théonienne de Ptolémée, les subtiles falsifications implicites dans 1) le fait que, dans l’*Almageste* (*POO* I.1, 31.5-6), la phrase qualifie seulement l’approche très géométrique du calcul des valeurs des cordes du chapitre I.10 ; 2) le remplacement de μελλήσοντες <u>ἕκαστα</u> γραμμικῶς ἀποδεικνύειν par μέλλοντες <u>ἅπαντα</u> γραμμικῶς ἀποδεικνύειν ; 3) l’assertion que cette phrase se trouve ἐν ἀρχῇ τῆς πραγματείας, tandis qu’elle clôture incidemment le chapitre I.9. Il serait plus pertinent de citer les considérations sur la démarche globale du traité dans le chapitre liminaire *Alm.* I.2 (*POO*

I.1, 9.16), démarche structurée à partir des données de l'observation διὰ τῶν ἐν ταῖς γραμμικαῖς ἐφόδοις ἀποδείξεων « grâce aux démonstrations propres à la méthode géométrique ». On retrouve une opposition apparemment semblable dans la description, par Ptolémée lui-même, qui accompagne les *Tables faciles* (*POO* II, 165.13-170.15). Là, en réalité, ce qui est qualifié par l'adverbe γραμμικῶς sont des véritables procédés de calcul graphique (ψηφοφορίαι γραμμικῶς), tandis que ceux purement algorithmiques (parfois donnés comme alternatifs) sont qualifiés par l'adverbe ἀριθμητικῶς.

Annexe. Les préliminaires isagogiques dans la traduction gréco-latine du manuscrit Florence, *Bibl. Naz. Conv. Soppr.* A V, 2654, f. 120v

Nous remercions vivement Jean Celeyrette et Edmond Mazet pour l'assistance qu'ils nous ont apportée dans la lecture du manuscrit.

Astronomiam in eis qui ad syrum genethialogicis quatuor libris Ptolomeus ita diffiniuit: astronomia est scientia conceptiua astrorum quaque uice factarum figuracionum et solis et lune et reliquarum stellarum et ad se inuicem et ad terram. Quod ergo dicitur scientia, diuidit ipsam a mechanicis artibus, quod autem dicitur conceptiua uel contemplatiua distinguit eam a practicis artibus, reliqua uero diffinitionis ab omnibus theoricis scientiis. Ipsa enim sola contemplatur et diligenter inuestigat et stellarum ad se inuicem figuraciones, ut quando fuerint diametri uel trigoni et reliquas figurarum facientes ad se ipsas, et eas que ad terram, ut quando et eoe et esperie et orientes et occidentes contingunt, cum amplius quid ex ea quam ad ipsam distantia figuras quasdam perficiunt**.**

Sciendum quare antiqui iudicabant celum quidem (*ms*. quidam) spericum et ordinatum, motus autem eius secundum sensum anomalos et inordinatos apparentes mirabant atque necessario inde hoc inquisicionem uertebantur. Inconueniens enim dicebant si ea quidem que in generacione et corruptione circa terram equales et ordinatos habent motus, celum uero sempiternum existens et secundum se ipsum ordinatum anomalos habet eosdem. Necessario igitur existente et confesso in melioribus magis ordinatum considerari mocionis, ordinatas ipsius et equales mociones asserebant, nobis autem, hoc est ei que secundum sensum affectioni nostre, apparentes et non uere existentes anomalas. Hinc ergo proposuerunt inuenire aliquam ypothesim secundum quam equaliter mota sperica figura, inequaliter mota appareat.

Eadem ypothesi et intentio nunc Ptolomei pertransire querenti quomodo utique consona fiat secundum omnia apparentibus utenti et geometricis et irrefragabilibus demonstracionibus.

Inde uero et utilitatis honestas et omni maior opinione confessa est. Est autem et in terra existentes tantum que distantes nichil eorum qui secundum celum fiunt motuum ignorare.

Ordo uero et proprium non indigens sermone eis qui prompte negocium apprehendunt.

In particulas uero diuisio ex diuisione ita sumitur. Eorum que in astronomia hec quidem circa celum, illa uero circa terram; et eorum que circa celum hec quidem uniuersalia illa uero particularia, illa autem particulariora; similiter autem et eorum que circa terram. Et uniuersale quidem est circa celum ut de figura ipsius inquisicio siue speroydes siue chilindroydes et hoc tale, est secundum partem uero ut ea que de zodiaco et hoc aliquo circulo, particularius autem ut quando intendimus de imagine alicuius animalium uel de aliqua stellarum. Circa terram uero est rursus uniuersalis de figura ipsius inquisicio si sperica uel non, et de positione utrum centri rationem habet ad celum uel est extra medium, secundum partem uero ut quando habitatam ipsius partem inquirimus, particularius autem ut de hoc climate considerare uel de habitatione aliqua.

In primo igitur libro de his que uniuersaliter circa celum et terram disputat. In secundo uero de eis que particulariter in ambobus et de his que particularius circa terram. In reliquiis autem XI de eis que particularius circa celum. In tertio quidem de sole, in quarto et quinto de luna. In sexto autem de ambobus. In VII uero et VIII° de applanis stellis non tamquam precedente sed tamquam consequente ea que de ipsis contemplacione in epochas planomenorum. In IX° autem et X° et XI° de ea que secundum longitudinem et latitudinem epochi quinque planomenorum. In XII° uero de stacionibus et illuminationibus ipsorum. In XIII° autem de inclinacione ad zodiacum circulorum in quibus feruntur planete.

Inscriptum est autem sintaxis propter coordinatas esse rationalibus et linearibus demonstracionibus paratorum canonum nudas et indemonstrabiles ephodos.

II. Le traité des figures isopérimétriques

Introduction

La section sur les isopérimètres des *Prolégomènes* est une très longue glose à *Alm.* I.3, *POO* I.1, 13.16-19 : « de la même façon, puisque parmi les figures différentes qui ont un périmètre égal, la plus polygonale est plus grande, le cercle est plus grand que les <figures> planes, la sphère que les solides […] » (ὡσαύτως δ' ὅτι, τῶν ἴσην περίμετρον ἐχόντων σχημάτων διαφόρων ἐπειδὴ μείζονά ἐστιν τὰ πολυγωνιώτερα, τῶν μὲν ἐπιπέδων ὁ κύκλος γίνεται μείζων, τῶν δὲ στερεῶν ἡ σφαῖρα […]). Cette section des *Prolégomènes* a jusqu'à présent été éditée par Hultsch, d'après le seul *Vat. gr.* 184 et assez mal comme on va le voir, dans son édition de la *Collectio* (Hultsch 1876-8, 1138-1165). Il existe aussi une traduction gréco-latine, éditée par Busard (1980).

La littérature mathématique et paramathématique grecque ancienne rapporte un certain nombre d'énoncés relatifs au caractère extrémal de certaines figures, notamment le cercle et la sphère, quand on les compare en grandeur à des espèces de figures, soit isopérimétriques (de périmètre égal), soit isépiphanes (de surface égale) selon les cas. Quatre écrits géométriques conservés établissent de tels résultats :

(I) Archimède, *Sph. cyl.* II.9, *AOO* I, 222.5-228.6,
(IIa) Pappus, *Coll.* V.3-33, 306.29-352.5 (figures planes isopérimétriques),
(IIb) Pappus, *Coll.* V.38-40, 358.30-362.16 (sphère et figures solides isépiphanes),
(IIc) Pappus, *Coll.* V.72-104, 410.22-468.17 (comparaison des cinq polyèdres réguliers isépiphanes),
(III) Théon d'Alexandrie, *in Alm. I.3*, *iA*, 355.3-379.15,
(IV) Anonyme, *Prolégomènes,* objet de la présente édition.

Les trois derniers, plutôt tardifs, transmettent des traitements passablement complets. La proposition archimédienne I, la parenté des exposés II-III-IV, qui suggère une source commune, proche ou lointaine, et tout un ensemble de citations et d'allusions diverses montrent que le thème des figures isopérimétriques n'est pas une production originale de l'Antiquité tardive et que son exploration remonte (au moins) au début de l'époque hellénistique. Voici une liste de ces témoignages par ordre chronologique. Le lecteur trouvera ces textes *infra* dans l'Annexe 1.

1. Inventaire des citations et allusions diverses

T1) Polybe, *Hist.* IX.8.26a
T2) Quintilien, *Inst. or.* I.10.39-41, I, 63.15-27 Rademacher

T3) Alcinoos, *Did.* 12.3, 167.46-168.2 Hermann (allusion à *Timée* 33B)
T4) Ptolémée, *Alm.* I.3, *POO* I.1, 13.16-19
T5) Galien, *Usu part.* IV.7, I, 204.13-20 Helmreich
T6) Galien, *Usu part.* VII.7, I, 386.22-387.3 Helmreich
T7) Galien, *Usu part.* VIII.11, I, 484.23-485.16 Helmreich
T8) Alexandre, *in Top.,* 575.7-14 (sur Aristote, *Top.* Θ 12, 162b7-11 ; allusion à *APo.* A 13, 79a14-16)
T9) Cassius Iatrosophista, *Quaest. med. et probl. phys.* 1 (in *Physici et medici Graeci minores* I, 144 Ideler)
T10) Diogène Laërce, VIII.87-88
T11) Thémistius, *in APo.*, 6.24-26 (sur Aristote, *APo.* A 2, 71b32-72a8; allusion à *APo.* A 13, 79a14-16)
T12) Thémistius, *in Ph.*, 61.7 (sur Aristote, *Ph.* B 2, 199a26)
T13) Synésios, *Calv. enc.* VIII, 205.11 Terzaghi = 63 Lamoureux (allusion à *Timée* 33B)
T14) Proclus, *in Ti.*, II, 70.32-71.4 (allusion à *Timée* 33B)
T15) Proclus, *in Ti.*, II, 76.6-29
T16) Proclus, *iE,* 38.21-39.6 (premier prologue ; classification des sciences mathématiques dite de Géminus)
T17) Proclus, *iE,* 236.2-5 (sur *El.* I.4)
T18) Proclus, *iE,* 236.18-237.18 (sur *El.* I.4)
T19) Proclus, *iE,* 396.12-398.19 (sur *El.* I.35)
T20) Proclus, *iE,* 403.4-404.20 (sur *El.* I.37)
T21) Pseudo-Héron d'Alexandrie, *Definitiones*, def. 82, *HOO* IV, 54.16-22 (allusion à *Timée* 33B)
T22) Scholie n° 36 à *El.* II.5, *EE* V, 174.3-9
T23) Damianus, *Opt.* 3, 5.21-6.2
T24) Anonyme, *Prol. in Plat. phil.*, 5.40-43 Westerink
T25) Philopon, *in de An.*, 55.31-56.19 (sur Aristote, *de An.* A 1, 403a29-30)
T26) Philopon, *in de An.*, 84.29-85.16 (sur Aristote, *de An.* A 2, 405a8-13 ; allusion à *Cael.* B 4, 287a27-30)
T27) Philopon, *in de An.*, 139.5-9 (sur Aristote, *de An.* A 3, 407b9 ; allusion à *Timée,* 33B)
T28) Philopon, *in APo.*, 148.25-27 (sur Aristote, *APo.* A 12, 77b 7)
T29) Philopon, *in APo.*, 182.13-18 (sur Aristote, *APo.* A 13, 79a14-16)
T30) Philopon, *in Ph.*, 132.3-5 (sur Aristote, *Ph.* B 6, 189a22-23)
T31) Philopon, *in Ph.*, 311.6-8 (sur Aristote, *Ph.* B 2, 199a26)
T32) Philopon, *Aet. mund.,* 535.6-18 Rabe (allusion à *Timée* 55E-56B)
T33) Simplicius, *in Cael.*, 412.11-23 (sur Aristote, *Cael.* B 4, 287a27-30)
T34) Simplicius, *in Cael.*, 414.4-11 (sur Aristote, *Cael.* B 4, 287a27-30)
T35) Simplicius, *in Cael.*, 459.2-4 (sur Aristote, *Cael.* B 4, 287a27-30)
T36) Simplicius, *in Ph.*, 291.13-20 (sur Aristote, *Ph.* B 2, 193b23)

T37) Simplicius, *in Ph.*, 379.8-12 (sur Aristote, *Ph.* B 2, 199a26)
T38) Scholie à *Soph. El.*, II, 73 Ebbesen (sur Aristote, *SE* 9, 170a27-30; allusion à *APo.* A 13, 79a14-16

2. Inventaire des résultats d'extrémalité

Ces témoignages, ainsi que les exposés géométriques déjà mentionnés, font état de différents résultats dont nous donnons également une liste. Les formulations choisies visent la brièveté et ne coïncident pas nécessairement avec celles des auteurs anciens qui varient d'ailleurs entre eux. Nous reviendrons un peu plus loin sur certaines de ces variantes lexicales.

1) Des figures planes isopérimétriques, le cercle est celle dont l'aire est la plus grande

Quintilien (T2) ; Ptolémée (T4) ; Galien (T5) ; Alexandre d'Aphrodise (T8) ; Pappus (IIa) ; Théon d'Alexandrie (III) ; Thémistius (T11) ; Synésius (T13) ; Proclus (T15) ; Pseudo-Héron (T21) ; Damianus (T23) ; *Prolégomènes à la philosophie de Platon* (T24) ; Jean Philopon (T25, 27, 28, 29) ; Simplicius (T33, 34) ; Scholie à *Soph. El.* (T38) ; *Prolégomènes à l'*Almageste (IV)

2) Des figures planes d'aire donnée, le cercle est celle dont le périmètre est le plus petit

Jean Philopon (T26) ; Simplicius (T33, 34, 35). Simplicius considère qu'Aristote utilise cette propriété en *Cael.* B 4, 287a27-30. Voir *infra.*

3) Des figures solides isépiphanes (mais les Anciens utilisent souvent « isopérimétriques » dans ce contexte), la sphère est celle dont le volume est le plus grand

Alcinoos (T3) ; Ptolémée (T4) ; Galien (T5) ; Pappus (IIa) ; Théon d'Alexandrie (III) ; Synésius (T13) ; Proclus (T14, 15) ; Pseudo-Héron (T21) ; Jean Philopon (T25, 27, 30) ; Simplicius (33, 36) ; *Prolégomènes à l'*Almageste (IV)

4) Des figures solides de volume donné, la sphère est celle dont la surface est la plus petite

Jean Philopon (T26) ; Simplicius (33).

Un certain nombre de formulations sont plutôt imprécises : elles mentionnent, non pas spécifiquement le cercle ou la sphère, mais le "circulaire" (τὸ κυκλοτερές, τὸ περιφερές), ce qui semble tantôt désigner simultanément les cas plan et solide, tantôt évoquer plus généralement la rotondité des corps. Cf. Galien (T6, 7), Thémistius (T12), Jean Philopon (T31), Simplicius (T37).

5) Parmi les polygones ayant le même nombre de côtés, celui qui est régulier est celui dont l'aire est la plus grande

Pappus (IIa) ; Théon d'Alexandrie (III) ; *Prolégomènes anonymes à l'*Almageste (IV)

6) Des segments de cercle isopérimétriques, le demi-cercle est celui dont l'aire est la plus grande

Pappus (IIa)

7) Des segments de sphère isépiphanes, l'hémisphère est celui dont le volume est le plus grand

Archimède (I)

8) L'aire du cercle est plus grande que celle de tout polygone régulier isopérimétrique

Pappus (IIb) ; Théon d'Alexandrie (III) ; *Prolégomènes anonymes à l'*Almageste (IV) ; Quintilien (T2)

Il s'agit d'un cas particulier de 1), ingrédient — avec 5) — de sa démonstration chez Pappus, Théon et l'anonyme. La conjonction de 5) et 8) ne suffit cependant pas à établir 1) en toute généralité, car il existe d'autres aires planes qui pourraient être isopérimétriques à un cercle, par exemple une ellipse (cas mentionné par Simplicius, *in Cael.,* 413.4). En outre, ni les triangles, ni les quadrangles ne sont, en principe, appelés « polygones » par les géomètres anciens, mais le cercle est aussi plus grand qu'un triangle ou un carré isopérimétrique. Ce sont d'ailleurs ces cas « particuliers » de 8) que mentionne Quintilien (T2).

9) Le volume de la sphère est plus grand que celui de tout polyèdre régulier isépiphane

Pappus (IIb) ; Théon d'Alexandrie (III) ; *Prolégomènes anonymes à l'*Almageste (IV)

10) Le volume de la sphère est plus grand que celui de tout cône ou cylindre isépiphane

Pappus (IIb)

11) Le volume de la sphère est plus grand que celui de tout solide tronconique archimédien (introduit in *Sph. cyl.* I.28) isépiphane

Théon d'Alexandrie (III) ; *Prolégomènes anonymes à l'*Almageste (IV)

Les propositions 9), 10), 11) sont des cas particuliers de 3) dont la conjonction ne suffit pas pour établir la propriété de la sphère en toute généralité car il y a bien d'autres solides. Pappus mentionne les 13 polyèdres semi-réguliers archimédiens, mais il les écarte de la comparaison avec la sphère. Simplicius (*in Cael.,* 413.8) envisage d'autres solides délimités par une seule surface qu'il décrit comme « lenticulaires » (φακοειδοῦς) ou « en forme d'œuf » (ᾠοειδοῦς), peut-être une autre façon de désigner les deux espèces de sphéroïdes (ellipsoïdes de révolution) distinguées par Archimède [allongés (παραμάκεα) et aplatis (ἐπιπλατέα)].

12) L'aire du carré est plus grande que celle de tout rectangle isopérimétrique

Proclus (T19) ; Scholie n° 36 à *El.* II.5 (T22). Il s'agit d'un cas très particulier de 5)

13) L'aire d'un parallélogramme rectangle est plus grande que celle de tout parallélogramme non rectangle isopérimétrique ayant la même base

Proclus (T19)

14) L'aire du triangle équilatéral est plus grande que celle de tout triangle non équilatéral isopérimétrique

Quintilien (T2). Encore un cas particulier de 5)

Les très élémentaires résultats 12)-14), démontrables à l'aide des seuls livres I-II des *Éléments* d'Euclide, suggèrent déjà que la régularité (être équilatéral et équiangle) est la bonne caractéristique pour qu'une figure puisse être extrémale. Ceci est établi pour une classe assez large de figures rectilignes planes dans 5) et certainement postulé par analogie dans le cas des solides à faces planes, ce qui justifie, comme chez Pappus, que l'on restreigne la comparaison avec la sphère aux seuls polyèdres réguliers !

La preuve de 5) — non sans faiblesse logique — est le "gros morceau" des exposés IIa, III, IV et requiert la démonstration préalable d'un certain nombre de lemmes. Parmi ceux-ci, l'un établit un résultat que l'on aurait pu ajouter à la précédente liste :

parmi les triangles isopérimétriques construits sur une même base, l'isocèle est le plus grand.

Pappus ajoute même que « plus le triangle est isocèle, plus il est grand », la différence des côtés inégaux étant une mesure de la "non-isocèlité". La configuration de la Proposition *El.* II.5 permet le même genre de considérations pour les rectangles vis-à-vis des carrés (Cf. T22).

D'autres comparaisons directes sont faciles à faire, par exemple entre triangle équilatéral, carré et hexagone régulier isopérimétriques. Leurs aires sont dans l'ordre croissant du nombre de côtés. Et par conséquent, puisque seules ces trois figures convexes régulières permettent de paver le plan autour d'un point, l'hexagone sera celle qui fournit le pavage optimal. Dans la très célèbre préface de ce qui nous a été transmis comme le livre V de sa *Collectio*, Pappus y voit un indice de la sagacité des abeilles lesquelles, précisément, ont choisi cette forme hexagonale pour réaliser leurs alvéoles. Ces cas particuliers peuvent être généralisés, ce que fait un théorème que l'on trouve dans nos trois exposés quelque peu complets, ainsi que dans plusieurs témoignages :

(*) La plus grande (ou « la plus spacieuse ») parmi des [figures qui sont « régulières » (τεταγμένων) — ou « équilatérales et équiangles » — ou « équilatérales et contenues dans des cercles » — et] ayant un périmètre égal (ou « isopérimétriques ») est celle qui est la plus polygonale.

Ptolémée (T4) ; Pappus (IIa) ; Théon d'Alexandrie (III) ; Synésius (T13) ; Proclus (T15) ; Jean Philipon (T25, 26, 29, 30) ; *Prolégomènes anonymes à l'*Almageste (IV).

Bien que ce résultat ne soit pas utilisé dans la preuve transmise de 1), il en suggère le résultat en quelque sorte par « passage à la limite », ce que Jean Philipon (T25) exprime à sa manière :

> parmi les figures isopérimétriques celle <qui est> plus polygonale est plus spacieuse (τὸ πολυγωνιώτερον πολυχωρητότερον), et, à cause de cela, celle <qui est> dépourvue d'angles est la plus spacieuse de toutes (τὸ ἀγώνιον πάντων πολυχωρητότατον)

laquelle ne manquera pas de paraître quelque peu paradoxale à ceux qui ont pris l'habitude de considérer un cercle comme un polygone à une infinité de côtés (et donc d'angles) ! [cf. aussi T30 : « De fait, parmi les figures isopérimétriques, celles <qui sont> plus polygonales sont toujours plus spacieuses ; et puisque le cercle est l'achèvement des polygones (ὁ κύκλος τέλος ἐστὶ τῶν πολυγωνίων), à cause de cela, il est la plus spacieuse de toutes les figures »].

3. Quelques remarques sur les contextes de ces témoignages

• Plus des deux tiers ont été produits au sein des écoles néo-platoniciennes d'Athènes ou d'Alexandrie et seize sur trente-huit se trouvent dans le cadre de leurs commentaires sur Aristote.

• Douze lieux du corpus du Stagirite, passablement différents, sont concernés :

— *APo.* A 2, 71b 32-72a 8 (T11) ; A 12, 77b7 (T28) ; A 13, 79a14-16 (T29 ; cf. aussi T8, 11, 38)
— *Top.* Θ 12, 162b7-11 (T8)
— *Soph. El.* 9, 170a27-30 (T38)
— *de An.* A 1, 403a29-30 (T25) ; A 2, 405a 8-13 (T26) ; A 3, 407b9 (T27)
— *Ph.* A 6, 189a22-23 (T30) ; B 2, 193b 23 (T36) ; B 2, 199a26 (T12, 31, 37)
— *Cael.* B 4, 287a27-30 (T33, 34, 35 ; cf. aussi T26).

Le lien entre le passage commenté et la topique des isopérimètres est parfois si ténu (cf. T30) qu'on ne peut pas douter de la nature scolaire de la référence, utilisée dès qu'on voulait souligner l'exemplarité du cercle et/ou de la sphère, ou encore celle de la question des isopérimètres en tant que thème géométrique par opposition à d'autres possibles points de vue, celui du physicien, du dialecticien, du médecin … (Cf. T8, 11, 25, 28, 29, 36, 38).

• Souligner l'exemplarité du cercle et/ou de la sphère à cause de leur propriété extrémale, c'était, selon les cas, défendre la démarche "mathématisante" de Platon dans le

Timée ou justifier l'existence de certaines finalités naturelles – pour la forme du cosmos et des corps célestes (T3, 4, 13, 14, 21, 25, 27, 33, 34, 35), mais aussi certains types d'atomes (T26), d'éléments (T32 sur *Timée* 55E-56B) ou d'organes (T5, 6, 7) – ou artefactuelles : disposition des salles de banquets en demi-cercle (T10, T24 ?), des soldats en figures géométriques polygonales ou circulaires (T16) … • Outre les abeilles de Pappus, l'hirondelle d'Aristote est censée manifester la connaissance de cette finalité géométrique dans la forme qu'elle adopte pour construire son nid (T12, 31, 37). En commentant le célèbre passage de *Ph.* B 2, en particulier 199a26, où Aristote donne des exemples de cause finale naturelle (exemples d'origine démocritéenne d'après Plutarque, *De soll. an*. 20, 974A = fr. 68 B 154 DK), parmi lesquels il range « l'hirondelle qui fait son nid », Thémistius, Philopon et Simplicius amplifient la remarque du Stagirite, sans mentionner l'isopérimétrie, mais en utilisant l'expression caractéristique « la figure la plus spacieuse » (σχῆμα πολυχωρότατον). A noter qu'Aristote lui-même, sans mentionner cette propriété, encourageait une interprétation géométrique du phénomène par le langage qu'il utilisait pour décrire la construction du nid de l'hirondelle (*HA* IX 7, 612b21-27, en particulier 26-27 : καὶ τῷ μεγέθει σύμμετρον ποιοῦσα πρὸς ἑαυτήν).

• Un lieu du corpus philosophique classique appelait automatiquement ce genre d'évocation : le passage *Ti.* 33B dans lequel le protagoniste, Timée de Locres, justifie que le Démiurge donne au cosmos la forme sphérique, « figure qui lui convient le mieux et a le plus d'affinité avec lui » (σχῆμα δὲ ἔδωκεν αὐτῷ τὸ πρέπον καὶ τὸ συγγενές). Or le cosmos platonicien est un vivant qui contient tous les vivants et donc la figure qui lui convient, affirme Platon, est celle qui comprend en elle-même toutes les figures, quelles qu'elles soient (πρέπον ἂν εἴη σχῆμα τὸ περιειληφὸς ἐν αὐτῷ πάντα ὁπόσα σχήματα). Il ajoutera d'autres arguments justifiant la forme sphérique du monde en terme de mouvement, d'absence de besoins, de similitude dans toutes ses parties …, mais il n'expliquera pas pourquoi la sphère « comprend en elle-même toutes les figures ». Il ne fait aucune allusion à la propriété extrémale de la sphère, quoique la tradition lui attribue ensuite une connaissance de celle du cercle (T24) qu'il aurait pu apprendre d'Eudoxe de Cnide (T10). Le lien entre la cosmologie platonicienne du *Timée* et la maximalité de la sphère est certainement lisible dans le témoignage d'Alcinoos (T3) dans lequel on retrouve l'expression caractéristique : « la plus spacieuse » (πολυχωρότατον). Le *Didaskalikos* a été rédigé au premier ou au deuxième siècle de notre ère et la connexion dont nous parlons remonte donc (au moins) au Moyen-Platonisme qui considérait le *Timée* comme l'un des dialogues les plus importants du *corpus*. Elle est complètement explicite chez Synésius (T13) et Proclus (T14), lequel reste cependant prudent : « peut-être … » (τάχα). Jean Philopon (T25, 27) semble n'avoir plus aucun doute (cf. aussi T21).

• Ce genre d'interprétation rétrospective "anachronique" n'a pas seulement contaminé la cosmologie sphérique du *Timée.* Au chapitre 13 du premier livre des *Seconds Analytiques,* Aristote discute de la différence entre connaissance du fait (ὅτι) et du pourquoi (διότι), successivement à l'intérieur d'un même savoir, puis entre sciences qui, l'une à l'autre, sont comme hégémonique et subordonnée et, enfin, entre sciences différentes qui ne sont même pas dans un rapport de subordination, par exemple la médecine et la géométrie. Il introduit l'exemple des plaies circulaires qui guérissent plus lentement que les autres sans expliquer davantage ce que pouvait être la cause géométrique du phénomène. Celui-ci est, paraît-il, médicalement exact et était reconnu depuis longtemps, en particulier par certains auteurs du corpus hippocratique (cf. Jouanna 1992). Quant à ladite cause, à rechercher dans la nature du cercle, il est probable qu'aux yeux d'Aristote et des médecins de son temps, il s'agissait de l'isotropie — aucune direction privilégiée — de la figure et de l'équidistance du bord de la plaie au centre, propriétés qui — si elles font du cercle une figure paradigmatique d'égalité —, ne favorisent pas le démarrage de la cicatrisation. C'est, en substance, l'explication que donnent les *Problemata* (faussement) attribués à Alexandre d'Aphrodise (I.99, Ideler I, 3, 4), mais pas Alexandre lui-même (T8), ni Philopon (T29). Pour eux, la cause réside dans la maximalité du cercle parmi les figures de même périmètre. Il en va problablement de même pour Thémistius (T11) et l'auteur de la scholie aux *Réfutations sophistiques* (T38) : sans mentionner explicitement le thème des isopérimètres, ils en utilisent eux aussi le terme caractéristique πολυχωρότατον.

Or la même explication — sans le vocabulaire technique — est attribuée à Hérophile et son école par le iatrosophiste Cassius (II^e^-III^e^ s.). Celui-ci rapporte aussi la réfutation plutôt convaincante qu'avait fournie le médecin Asclépiade de Bithynie (I^e^ s. avant notre ère) : l'aire de la blessure circulaire ne peut être la cause puisque le praticien, pour accelérer la guérison, incisera et agrandira encore la plaie. Le témoignage de Cassius a un intérêt évident : si cette explication isopérimétrique est bien le fait d'Hérophile — ce n'est sûrement pas sa meilleure contribution —, il faut en conclure que cette propriété du cercle était connue, au-delà du milieu des mathématiciens, dès la première moitié du III^e^ siècle avant notre ère, probablement avant Archimède. Les résultats établis par ce dernier ont joué un rôle essentiel dans le cas solide et la démonstration des propriétés extrémales de la sphère et de l'hémisphère (Cf. I), mais il n'est pas interdit de penser que le cas des figures planes avait été étudié avant le Syracusain.

• Les commentateurs tardifs n'avaient d'ailleurs aucun doute à ce sujet, puisqu'ils croyaient qu'Aristote lui-même avait fait usage de cette propriété dans le chapitre 4 du deuxième Livre de son *de Caelo* (cf. en particulier T33 : « … parce qu'il a été démontré, sûrement avant Aristote, car il s'en est servi comme d'un fait démontré … ») dans le troisième des quatre arguments qu'avance le Stagirite pour justifier la sphéricité du cosmos. En effet, après avoir établi que le mouvement (diurne) du Ciel est mesure de tous les mouvements et donc le plus rapide (287a23-26), Aristote affirme (287a27-30) :

> Mais parmi les lignes qui vont d'un même point à lui-même, la ligne du cercle est la plus petite. Or le mouvement le plus rapide est celui selon la ligne la plus courte ; de sorte que si le ciel est mû en cercle et du mouvement le plus rapide, il est nécessaire qu'il soit de forme sphérique.

Le texte transmis semble donc mobiliser une propriété extrémale du cercle en tant que ligne fermée (τῶν ἀφ’ αὐτοῦ ἐφ’ αὐτὸ ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου γραμμή), mais une précision fait défaut : il faut ajouter que les lignes en question contiennent une aire donnée, sinon il n’y a pas de ligne minimale. D’où la glose de Simplicius (T33) : « c’est-à-dire parmi les extensions qui contiennent et délimitent une certaine figure » (τουτέστι τῶν σχῆμα περιεχουσῶν τι καὶ ὁριζουσῶν διαστάσεων ; en 411.16-18 il était plus explicite encore : ἐλαχίστη δὲ τῶν ἴσον χωρίον περιεχόντων σχημάτων ἐν μὲν τοῖς ἐπιπέδοις ἡ κυκλικὴ γραμμή, ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς ἡ σφαιρικὴ ἐπιφάνεια).

Pour maintenir qu’Aristote connaissait ces propriétés, il faudrait donc corriger son texte. On remarquera cependant qu’aucun écrit mathématique n’a transmis ce résultat, lequel est certainement une conséquence immédiate de celui sur les isopérimètres, mais ne se confond pas avec lui. Même les commentateurs tardifs ne connaissent rien de tel et sont obligés de justifier par eux-mêmes l’inférence en question sans pouvoir invoquer quelque autorité. L’explication de Simplicius dans T35 est inadéquate ; sa formulation dans T33 (412.20-21) n’est pas exacte non plus : il faut corriger le texte et l’un des deux ἐλάττονα doit être un μείζονα. En revanche l’inférence est formulée correctement par Philopon dans T26 (85.9-12) qui qualifie la déduction à l’aide d’une expression propre au jargon des manipulations de proportions : « donc de manière alterne aussi » (καὶ ἐναλλὰξ ἄρα).

La comparaison avec le texte de l’*Almageste* permet d’envisager une autre solution. Le troisième argument de Ptolémée, précédant immédiatement l’argument isopérimétrique, correspond en effet au début de notre passage aristotélicien (287a23-26) sur la célérité du mouvement du ciel, mais il enchaîne autrement : « or la figure la plus apte au mouvement, c’est, parmi les figures planes, le cercle, parmi les solides, la sphère » (καὶ τῶν σχημάτων εὐκινητότατον ὑπάρχει τῶν μὲν ἐπιπέδων τὸ κυκλικόν, τῶν δὲ στερεῶν τὸ σφαιρικόν) (*Alm.* I.3, *POO* I.1, 13.14-16).

Aristote raisonnait peut-être de la même manière, en termes d’aptitude maximale de la sphère au mouvement. Selon Aristote lui-même (*de An.* A 2, 405a11 : τῶν δὲ σχημάτων εὐκινητότατον τὸ σφαιροειδὲς λέγει), cette thèse était soutenue par Démocrite [Cf aussi le problème n° 8 du corpus aristotélicien des *Mécaniques* : « Pourquoi, parmi les corps, ceux qui sont ronds et circulaires sont-ils plus faciles à mouvoir ? » (Διὰ τί τὰ στρογγύλα καὶ περιφερῆ τῶν σχημάτων εὐκινητότερα;)]. Le texte, en 287a23-26 et 287a28-3, aurait été bien conservé, tandis que la partie médiane de l’argument ayant été altérée ou devenue difficilement lisible — on pourrait imaginer qu’on ne puisse plus lire que τῶν μὲν ἐπιπέδων τὸ κυκλικόν, τῶν δὲ στερεῶν τὸ σφαιρικόν —, un éditeur, s’inspirant des propriétés extrémales du cercle, voyant peut-être qu’elles étaient déjà mobilisées dans les arguments de sphéricité chez Ptolémée ou chez l’un de ses prédécesseurs (cf. T3 : σχῆμα δ’ αὐτῷ περιέθηκε τὸ σφαιροειδές, εὐμορφότατον σχημάτων καὶ πολυχωρότατον καὶ εὐκινητότατον), a reconstruit l’argument tel que nous lisons actuellement dans *Cael.* 287a27-28. Cette réparation, si elle est avérée, est ancienne : la lecture qu’entreprend Simplicius est en effet aussi ancienne qu’Alexandre d'Aphrodise (cf. Simplicius, *in Cael.,* 412.30-414.4) qui s'étonnait, si l'on en croit Simplicius, qu'Aristote ait pu parler de figures, y compris un cercle, contenant une aire donnée, alors que l'on avait pas résolu le problème de la quadrature du cercle (d'où T34). Peut-être s'agit-il d'une initiative des (ré)éditeurs d'Aristote au I[e] s. avant notre ère.

Leur démarche serait alors assez semblable à la lecture rétrospective, par les commentateurs, des passages du *Timée* et des *Seconds analytiques* que nous avons discutés précédemment. Si tel est le cas, nous n'avons plus de textes pour soutenir la thèse que la propriété isopérimétrique du cercle était connue d'Aristote, même si cela ne peut pas être exclu.

• Qu'ensuite elle l'ait été dans un cercle assez large, c'est ce qu'indiquent les deux premiers témoignages de notre florilège, appartenant respectivement à un historien et à un rhéteur. Le second prétend qu'il y aurait eu d'ailleurs un débat entre historiens et géomètres sur un thème qui, s'il n'est pas explicitement celui des isopérimètres, n'est pas sans connexion : celui du lien entre périmètre et aire d'un domaine plan.

Dans certaines situations il est expédient d'évaluer la taille d'un territoire, d'un camp ou d'une île à partir de son périmètre, parce qu'on ne peut y pénétrer ou parce qu'il est plus facile d'en faire la circumnavigation que d'évaluer ses dimensions linéaires et sa figure. On obtient ainsi une indication mais, comme l'ont fait remarquer les géomètres, elle peut s'avérer trompeuse : on ne peut déterminer l'aire à partir du périmètre, ni le périmètre à partir de l'aire. Tout dépend de la forme. D'où l'indignation, feinte ou réelle, de Polybe qui s'étonne de voir pratiquer de telles inférences, non seulement par le commun des mortels, mais aussi par des politiques, des militaires et, peut-être aussi, par ses rivaux ou prédécesseurs historiens ou géographes (cf. Thucydide, *Hist.* VI.1).

Il ne cite pas explicitement la propriété isopérimétrique du cercle, mais on peut, si l'on est optimiste, percevoir une allusion à celle-ci dans la formulation de son "paradoxe" de la taille des cités : il compare deux cités ou camps, l'une ayant une circonférence (τὴν περιγραφὴν) de quarante stades, l'autre un périmètre (τὴν περίμετρον) de cent stades, mais dont la première est double en superficie de la seconde. Le vocabulaire choisi indique peut-être que la première est circulaire, la seconde rectiligne. Quoi qu'il en soit, dans le même contexte, l'orateur Quintilien établit ladite connexion avec la propriété isopérimétrique. Les mêmes thèmes sont développés à plusieurs reprises par Proclus dans son commentaire au premier livre des *Éléments* d'Euclide (T16-20). Lui aussi cite les historiens et les stratèges militaires dans un passage (T16) rattaché à la classifications des sciences mathématiques dites de Géminus (I[e] s. avant notre ère) à qui il faut peut-être rapporter ces indications. Dans T20 il mentionne à son tour les géographes qui évaluent les tailles des cités par leurs périmètres.

Proclus établit un lien avec une autre célèbre topique relative à l'origine et à la finalité de la géométrie : son rôle dans le respect de la justice. D'où la mention répétée de l'assertion selon laquelle les aires peuvent être inégales quand les périmètres sont égaux, égales quand ils sont inégaux et des malversations que certains ont pratiqué dans le partage des terres en abusant ceux qui ignoraient ces vérités géométriques (T17-18-20).

C’est dans son explication de la “paradoxale” proposition *El.* I.35 (T19) qu’il mentionne la topique des isopérimètres dans un cas très particulier et annonce qu’il expliquera le résultat que nous avons ici numéroté 12) dans ses commentaires au Livre II. Peut-être ont-ils inspiré la scholie n° 36 (T22).

4. L’ « inventeur » des isopérimètres, Zénodore ?

Le seul auteur ancien connu de nous à s’être interrogé sur l’histoire du thème des figures isopérimètres et isépiphanes est Simplicius. Il mentionne (T33) deux protagonistes de cette histoire : Archimède et Zénodore, dans cet ordre, mais il infère aussi, à partir de ce qu’il lit dans *Cael.* 287a27-30, que les propriétés isopérimétriques du cercle et de la sphère étaient déjà connues et démontrées au temps d’Aristote. Ce témoignage suggère donc une chronologie — en particulier que Zénodore serait un géomètre contemporain ou postérieur à Archimède —, chronologie dont un élément, le rôle d’Archimède (au moins en ce qui concerne le cas solide), paraît bien assuré (cf. I).

Nous avons déjà fait état de notre scepticisme en ce qui concerne, sinon Aristote ou son époque, du moins l’interprétation de l’argument du *De Caelo.* Ajoutons qu’aucun de nos commentateurs tardifs — malgré le nombre de leurs mentions du thème des isopérimètres — n’a trouvé l’opportunité de citer les *Histoires géométriques* d’Eudème de Rhodes, ouvrage auquel Proclus et Simplicius en particulier ont recours. Certes, il s’agit là d’un argument *a silentio,* mais il nous paraît peu probable qu’Eudème n’ait pas traité des isopérimètres si Platon ou Aristote y avaient fait quelque allusion, peu probable également que nos commentateurs aient négligé son autorité si tel avait été le cas.

Cela dit, il n’est pas sûr non plus qu’il faille accréditer la plausible chronologie relative d’Archimède et Zénodore que l’on peut dégager du témoignage de Simplicius et confiner le développement de la thématique des figures isopérimètres et isépiphanes à l’intérieur de l’époque hellénistique. Il est parfaitement possible que Simplicius en sache plus que nous sur Zénodore et sur l’époque à laquelle il vivait (voir *infra*). Mais il peut aussi avoir forgé sa conviction à partir de la lecture des exposés de Pappus et Théon d’Alexandrie ou de sources apparentées, qui suggèrent deux choses :
— les cas “plan” et “solide” ont été l’objet d’investigations simultanées et par les mêmes auteurs ;
— les résultats d’extrémalité, en particulier ceux que nous avons numérotés 1), 3), 6), 7), 8), 9), 10), 11), présupposent des théorèmes d’équivalence concernant le cercle et la sphère qui sont attribués à Archimède et que l’on trouve effectivement (ou que l’on trouvait) dans certains de ses écrits (*Sph. cyl.*, *Circ.*).

En particulier Pappus, Théon et l’auteur anonyme des *Prolégomènes* citent tous, sous une forme ou sous une autre, le résultat concernant l’aire du cercle :

> Tout cercle est égal au triangle rectangle dont le rayon est égal à l’un des <côtés> autour de l’angle droit tandis que l’autre <l’est> à la circonférence du cercle

qui, pour nous, constitue la Proposition 1 de la *Mesure du cercle.* Nos trois auteurs mentionnent Archimède, les deux premiers proposent même une démonstration de ce résultat, sans doute, comme le dit Pappus, pour que leurs exposés soient autonomes ; l'auteur des *Prolégomènes* se contente d'un renvoi explicite à l'ouvrage.

Semblablement, dans le cas solide, tous trois utilisent également le fait que « la sphère est égale au cône dont la hauteur est égale au rayon de la sphère et la base à sa surface » (**), en soulignant qu'il s'agit d'une conséquence quasi immédiate de résultats prouvés par Archimède, de fait, pour nous, de la conjonction des Propositions *Sph. cyl.* I.33-34. Seul Pappus (*Coll.* V.38) — s'il ne s'agit pas d'une glose — cite nommément l'ouvrage archimédien. Théon et l'auteur des *Prolégomènes* proposent chacun leur dérivation ; Pappus proposera une preuve personnelle du résultat, à nouveaux frais, dans la suite du Livre V de la *Collectio* (V.63-68).

Les préfaces d'Archimède (*Sph. cyl.* I, *AOO* I, 2.19-4.2 ; *Spir., AOO* II, 4.6-7) conduisent à penser que les résultats sur la sphère, en particulier le fait que sa surface est égale à quatre fois celle d'un de ses grand cercles, sont ses propres découvertes. On observera que lesdites préfaces ne disent rien de l'énoncé (**), que celui-ci est le strict équivalent stéréométrique de *Circ.* 1 (Archimède lui-même le remarque et en fait un élément heuristique : cf. *Meth.* 2, *AOO* II, 446.9-15) et que, comme ce dernier, il s'obtient par « passage à la limite » de l'équivalence suivante : « un polyèdre circonscriptible à une sphère est égal à la pyramide dont la hauteur est égale au rayon de la sphère inscrite et la base à sa surface » en prenant des polyèdres de plus en plus proches de la sphère. L'idée de « passage à la limite » ne permettait probablement pas une démonstration rigoureuse des théorèmes sur la sphère, mais elle fournissait une indication heuristique et nous avons vu, en discutant le résultat (*) énoncé à la fin de la section 2, qu'elle n'était pas complètement étrangère à la thématique des isopérimètres.

Surtout, même en admettant que les résultats d'extrémalité de la sphère et de l'hémisphère soient dus (ou postérieurs) à Archimède, il n'est pas certain que ce soit le cas de ceux portant sur le cercle. Nous avons déjà remarqué en passant que cette propriété du cercle était peut-être connue d'Hérophile ; ajoutons que le résultat contenu pour nous dans *Circ.* 1 (c'est-à-dire la réduction de la quadrature du cercle à la rectification de sa circonférence), même s'il a été démontré à nouveau par le Syracusain, était probablement connu avant lui : le résultat est présupposé dans ce que Pappus (*Coll.* IV.45 et 50) nous rapporte au sujet de Dinostrate, frère de Ménechme et comme lui disciple d'Eudoxe, à propos de la quadratrice. Se pourrait-il que la pittoresque anecdote que Diogène rapporte au sujet de Platon et d'Eudoxe (T10) recèle une parcelle de vérité ?

Quoi qu'il en soit, Simplicius n'est pas le seul auteur à citer Zénodore en relation avec le thème des figures isopérimètres et isépiphanes. Lorsqu'il se propose de commenter l'assertion de Ptolémée (T4), Théon d'Alexandrie affirme en effet (*in Alm. I.3*, *iA*, 355.3-4) :

Alors nous ferons la démonstration de ces choses, de manière résumée, à partir de ce qui a été démontré par Zénodore dans son *Sur les figures isopérimétriques* (ποιησόμεθα δὴ τὴν τούτων ἀπόδειξιν ἐν ἐπιτομῇ ἐκ τῶν Ζηνοδώρῳ δεδειγμένων ἐν τῷ περὶ ἰσοπεριμέτρων σχημάτων).

Il est le seul des trois exposés passablement complets à mentionner Zénodore, mais comme les traitements de nos trois auteurs sont substantiellement (*i.e.* mathématiquement) très proches — surtout en ce qui concerne les figures planes —, la plupart des spécialistes admettent que le Περὶ ἰσοπεριμέτρων σχημάτων de Zénodore est l'une des sources — directe ou indirecte — de nos trois rédactions. Celles-ci montrent suffisamment de différences pour exclure une dépendance directe et nous ne possédons probablement pas l'ensemble du dossier. Il paraît en effet très vraisemblable que Pappus ait aussi commenté l'assertion ptoléméenne dans le premier livre de son commentaire à l'*Almageste* désormais perdu (voir *infra* note 26 de notre traduction) ; ce traitement a certainement influencé, d'une manière ou d'une autre, aussi bien l'exposé que nous trouvons dans le livre V de la *Collectio* que la version de Théon.

Un mathématicien Zénodore est mentionné dans deux autres textes :

• Dans une liste de 27 noms, passablement désordonnée, de « ceux qui ont composé des œuvres astronomiques » (οἱ περὶ τοῦ πόλου συντάξαντες) insérée dans le *Vat. gr.* 381 figure le nom de Zénodore (Maass 1881, 388, et Maass 1892, 123).

• Proclus (*iE*, 165.22-24) suggère que Zénodore a forgé le terme κοιλογώνια « concavangles » pour désigner des quadrilatères concaves que d'autres appellaient ἀκιδοειδῆ :

Il existe en effet des triangles à quatre côtés, appelés par certains “en pointe de flèche”, par Zénodore “concavangles” (ἔστι γὰρ τρίγωνα τετράπλευρα, καλούμενα παρ' ἄλλοις [αὐτοῖς cod.] ἀκιδοειδῆ, παρὰ δὲ τῷ Ζηνοδώρῳ κοιλογώνια).

Or le mot apparaît bel et bien dans la version des *Prolégomènes* et dans certains manuscrits de celle de Théon. Il paraît donc assuré que ce témoignage concerne bien l'auteur du Περὶ ἰσοπεριμέτρων σχημάτων et il y a d'autres raisons de croire qu'il avait un goût certain pour l'innovation terminologique. Mais les certitudes s'arrêtent là et, dans ces conditions, il est très difficile, voire impossible, de préciser l'époque à laquelle vivait ce Zénodore.

Une tentative récente a été faite, après la redécouverte d'une version arabe des *Miroirs ardents* de Dioclès, mais elle n'est ni assurée, ni très conclusive. L'introduction de Dioclès mentionne plusieurs géomètres avec lesquels il fut en relation ou qui abordèrent eux aussi les problèmes qu'il entreprend de résoudre (*GC*, 98-99) :

Il a dit que Pythion le géomètre, qui est du peuple de Thasos, a écrit une lettre à Conon dans laquelle il lui demande comment trouver la surface d'un miroir telle que, quand on la met en face du soleil, les rayons réfléchis sur celle-ci rencontrent la circonférence d'un cercle. *** l'astronome, lorsqu'il se

> dirigea vers l'Arcadie et y pénétra, nous demanda comment trouver la surface d'un miroir telle que, quand on la met en face du soleil, les rayons réfléchis sur celle-ci se rencontrent en un point et donc brûlent. Nous, nous souhaitons montrer la solution de ce qui a été demandé par Pythion et par ***, et nous utilisons à cette fin les lemmes qui ont été montrés par nos prédécesseurs. L'un de ces deux problèmes, c'est-à-dire celui dans lequel on demande la construction d'un miroir tel que les rayons se rencontrent en un seul point, a été résolu par Dosithée.

Conon et Dosithée sont les contemporains et correspondants d'Archimède. Pythion, inconnu par ailleurs, appartient certainement à la même époque. Quant à l'astronome ***, il est évidemment contemporain de Dioclès. Le nom arabe ***, avec des variations dans ses deux occurrences, est interprêté comme la translittération du nom grec « Hippodamos » par Rashed mais de « Zénodore » par Toomer (1972), après correction. L'incertitude est de taille et il ne nous appartient pas de trancher.

Quand bien même on accepterait l'identification d'un certain astronome Zénodore (comme dans la liste du *Vat. gr.* 381), il n'est pas certain qu'il s'agisse de l'auteur du Περὶ ἰσοπεριμέτρων σχημάτων, et le fait qu'il soit contemporain de Dioclès ne nous aide guère car nous n'en connaissons pas les dates non plus, sinon qu'il était postérieur à ou contemporain d'Archimède. Ainsi Toomer et Knorr (1986, 275-276) acceptent ladite identification, mais le premier place Zénodore vers 180 avant notre ère, le second vers 220 ; ni l'un ni l'autre n'ont d'argument probant. Toomer déploie des trésors d'ingéniosité onomastique pour justifier, par la prétendue rareté du nom « Zénodore », l'identification de différents personnages ainsi nommés : l'auteur du Περὶ ἰσοπεριμέτρων σχημάτων, l'astronome, et l'un des nombreux (*sic*) membres de la famille des Lamptrai qui, à Athènes, ont porté ce nom. L'argumentation se détruit d'elle-même d'autant que si l'hypothèse de Toomer s'avérait exacte — compte-tenu du caractère souvent familial de l'apprentissage des mathématiques —, il aurait pu y avoir plusieurs Zénodore mathématiciens dans cette famille !

Un mot sur le titre attribué à Zénodore par Théon. Il se peut que le terme « ἰσοπεριμέτρον » soit son invention, mais il n'y a aucun argument pour appuyer une telle hypothèse. La plus ancienne occurrence conservée apparaît chez Alexandre d'Aphrodise (T8) alors que Ptolémée et Galien utilisent la périphrase « τῶν ἴσην περίμετρον ἐχόντων (σχημάτων) ». Les commentateurs néoplatoniciens Proclus (T14, 15), Philopon (T26, 27, 30, 32), Simplicius (T33, 36), font un usage pour le moins curieux du terme, n'hésitant pas à parler de « solides isopérimétriques », plutôt que de solides isépiphanes ou « ayant la surface égale ». L'expression paraît incongrue d'où la glose justificatrice que l'auteur des *Definitiones* pseudo-héroniennes (T21) croit devoir ajouter : « … la sphère est la plus grande de toutes les figures solides qui lui sont isopérimétriques, *c'est-à-dire de celles qui ont une surface égale* ». Bien entendu, on ne trouve rien de tel ni dans l'unique Proposition archimédienne (I), ni dans les exposés de Pappus et Théon, lesquels font un usage strictement "plan" du terme. Notre anonyme est moins cohérent quand il parle de certains solides tronconiques utilisés par Archimède et isopérimétriques à une sphère dans son premier résultat solide, mais il revient à l'égalité des surfaces (ἴσην ἔχον ἐπιφάνειαν) quand il s'agit de comparer la sphère à des polyèdres circonscriptibles (probablement réguliers).

Si l'on croit que le titre est authentique et qu'il correspond bien au contenu du traité de Zénodore — mais l'un ni l'autre ne sont vraiment assurés avec les titres des écrits anciens —, on a un argument supplémentaire pour soutenir l'idée qu'il y a eu un traitement limité aux figures planes et aux propriétés extrémales du cercle.

5. La structure déductive de la section des *Prolégomènes* consacrée aux figures isopérimétriques. Comparaison avec les versions de Pappus et Théon

On peut se faire une idée de l'agencement déductif de cette section des *Prolégomènes* en lisant les intertitres, les énoncés des propositions et certaines chevilles de transition qu'elle contient (les renvois sont aux pages de notre édition) :

1) [*Intertitre* (120.1)] Que le cercle est plus spacieux que les figures isopérimétriques.
2) [*Théorème 1* (120.2-121.17)] Il faut certes établir d'abord, comme préalable, que la <figure> plus polygonale est plus grande que les <figures> rectilignes isopérimétriques équilatérales et contenues dans des cercles.
3) [*Lemme postposé pour le théorème 1, dit lemme optique* (121.18-122.5)] Et que ΓΘ relativement à ΘΚ a un rapport plus grand que <l'angle> ΓΖΘ relativement à ΚΖΘ, cela a été démontré par Théon dans son commentaire au Petit Astronome ; néanmoins, il va être aussi démontré maintenant.
4) [*Théorème 2 énoncé* (122.6-7)] A la suite de cela, il faut démontrer que la <figure> équilatérale et équiangle est plus grande que les <figures> rectilignes isopérimétriques et aux côtés égaux en multitude.
5) [*Cheville* (122.8-9)] Mais avant la démonstration de cela, il faut préalablement établir certains petits lemmes, et en premier celui-ci.
6) [*Lemme 1* (122.10-23)] Etant donné un triangle non-isocèle [ΑΒΓ], construire sur la même base un triangle isopérimétrique et isocèle [ΑΖΓ].
7) [*Diorisme intermédiaire* (123.1-15)] Je dis maintenant, en outre, que ΑΖΓ est plus grand que ΑΒΓ.
8) [*Intertitre* (123.16)] Autre lemme [= *Lemme 2* (123.17-124.17)] Etant donnés deux triangles isocèles, isopérimétriques et dissemblables [ΑΒΓ ΕΔΖ], construire, sur les mêmes bases, des triangles isocèles et semblables et isopérimétriques, à eux deux, aux premiers et démontrer que les <triangles> semblables, l'un avec l'autre, sont plus grands que les dissemblables [ΑΝΓ ΕΞΖ].

9) [*Diorisme intermédiaire et cheville* (124.18-19)] Et que ΑΝΓ ΕΞΖ sont aussi plus grands que ΑΒΓ ΕΔΖ, cela sera démontré en établissant préalablement, en vue de cela, un petit lemme tel que celui-ci.
10) [*Intertitre* (125.1)] Autre lemme [= *Lemme 3 pour la preuve de la seconde assertion du Lemme 2* (125.2-126.7)] Si on a deux triangles rectangles semblables, le <carré> sur les <droites> sous-tendant les <angles> droits, <prises> comme une seule, est égal à ceux sur les <droites> restantes, chacune des deux paires de <droites> homologues <étant prise> comme une seule.
11) [*Lemme 2, preuve de la seconde assertion* (126.8-127.21)] Cela étant préalablement établi, il sera démontré ce qui avait été justement proposé, c'est-à-dire que les triangles ΑΝΕ ΕΞΖ sont plus grands que ΑΒΕ ΔΕΖ.
12) [*Théorème 2* (128.1-129.8)] Après ces démonstrations, qu'il soit proposé de démontrer ce qui a été dit plus haut : que la <figure> équilatérale et équiangle est plus grande que les <figures> rectilignes isopérimétriques et aux côtés égaux en multitude. [Cas de l'hexagone.]
13) [*Théorème 3* (129.9-130.23)] Après cette démonstration, la proposition initiale sera aussi démontrée, grâce à ces mêmes choses préalablement établies, que le cercle est plus grand que toutes les figures isopérimétriques. En effet, puisqu'il a été démontré que la <figure> équilatérale et équiangle est plus grande que toutes les figures isopérimétriques et aux côtés égaux en multitude, s'il est démontré que le cercle est plus grand que toute <figure> équilatérale et équiangle, isopérimétrique au cercle, il est clair que ce qui est recherché se trouvera démontré.
14) [*Intertitre* (130.24)] Que la sphère, en outre, est plus grande que les solides isopérimétriques.
15) [*Cas solide 1 : la sphère est plus grande que certains solides tronconiques utilisés par Archimède et isopérimétriques* (130.25-131.28)]. Dès lors, que soit conçu en premier un solide contenu par des surfaces coniques, comme cela était aussi supposé dans les <écrits> d'Archimède, dont la génération était celle d'un polygone, dont les côtés sont mesurés par une tétrade, circonscrit autour d'un cercle et se déplaçant autour du diamètre du cercle, qui demeure fixe. Dès lors, soit une sphère isopérimétrique à un tel solide ; je dis que la sphère est plus grande que ledit solide.
16) [*Cas solide 2 : la sphère est plus grande que les solides isopérimétriques circonscriptibles* (132.1-18)] Mais soit maintenant un solide polyédrique entouré par une sphère, ayant une surface égale à la surface d'une sphère : je dis que la sphère est plus grande que le solide.

Comme on peut le voir dans le tableau suivant, les trois rédactions sont proches, en particulier pour le cas solide :

Prol.	Théon	Pappus	***Figures planes***
1	1	1	(*Théorème 1*) Le polygone régulier le plus polygonal est le plus grand parmi ceux qui lui sont isopérimétriques
2	2	—	*Lemme optique*
	3	3	Le cercle est plus grand que tout polygone régulier qui lui est isopérimétrique
—	4	—	Lemme sur le triangle qui contient un segment de cercle
	5	5	Théorème d'Archimède sur l'aire du cercle (avec preuve)
6	6	6	(*Théorème 2*) Le polygone régulier est plus grand que ceux qui lui sont isopérimétriques et qui ont le même nombre de côtés (énoncé seulement dans *Prol.* & Théon ; cheville de transition dans Pappus)
7	7		(*Lemme 1* pour 6) Construction d'un triangle isocèle isopérimétrique à un triangle anisocèle donné et sur la même base ; démonstration qu'il est plus grand que lui
		8	Constructibilité d'un triangle isopérimétrique à un triangle donné, sur la même base et avec un côté égal à une droite donnée (diorisme)
		9	Le triangle isocèle est le plus grand parmi les triangles isopérimétriques et sur la même base, et le triangle qui est plus isocèle est toujours plus grand (8 + 9 = *Lemme 1* pour 6)
10			(*Lemme 2* assertion I, pour 6) Construction de deux triangles isocèles semblables à deux triangles isocèles non semblables isopérimétriques donnés et qui, ensemble, leur sont isopérimétriques, sur les mêmes bases que ceux-ci
	10		(*Lemme 2* assertion I, pour 6) Construction de deux triangles isocèles semblables à deux triangles isocèles non semblables donnés, dont les 4 côtés latéraux sont égaux, tels que leurs 4 côtés, ensemble, soient égaux aux 4 autres côtés, ensemble, et qui soient sur les mêmes bases que ceux-ci
11	11	11	(*Lemme 3* pour 12) Lemme sur les triangles rectangles semblables
12			(*Lemme 2* assertion II, pour 6) Deux triangles isocèles semblables sont plus grands que deux triangles isocèles non semblables isopérimétriques, qui, ensemble, leur sont isopérimétriques et qui sont sur les mêmes bases
	12		(*Lemme 2* assertion II, pour 6) Deux triangles isocèles semblables sont plus grands que deux triangles isocèles non semblables, dont les 4 côtés sont égaux, qui, ensemble, leur sont isopérimétriques et qui sont sur les mêmes bases.
		12	(*Lemme 2* assertion II, pour 6) Deux triangles isocèles semblables sont plus grands que deux triangles isocèles non semblables qui, ensemble, leur sont isopérimétriques et qui sont sur les mêmes bases
		10	(*Lemme 2* assertion I, pour 6) Construction de deux triangles isocèles semblables à deux triangles isocèles non semblables donnés, dont les 4 côtés sont égaux, tels que leurs 4 côtés, ensemble, soient égaux aux 4 autres côtés, ensemble, et qui soient sur les mêmes bases que ceux-ci
—	—	13	Remarque sur les relations entre les triangles semblables de 10 (interpolation selon Hultsch)

—	—	14	Lemme pour 12 (disparu)
6	6	6	(*Théorème 2*) Le polygone régulier est plus grand que ceux qui lui sont isopérimétriques et qui ont le même nombre de côtés
3			(*Théorème 3*) Le cercle est plus grand que tout polygone régulier qui lui est isopérimétrique
5			Théorème d'Archimède sur l'aire du cercle (énoncé seulement)
—	—	15	Le demi-cercle est plus grand que tout segment de cercle qui lui est isopérimétrique
			Figures solides
16	16 (17)		La sphère est plus grande que certains solides tronconiques utilisés par Archimède isopérimétriques
17			Volume de la sphère
18	18 (17)	18	La sphère est plus grande que les polyèdres isopérimétriques circonscriptibles (voire réguliers)
		19	La sphère est plus grande que les cônes et cylindres isopérimétriques

[**N.B.** Dans les items 10 et 12 (Lemme 2), nous soulignons des conditions qui seront discutées en détail dans la suite. La correspondance des numéros des items avec les paragraphes de la *Collectio* est la suivante : 1 = V.4; 3 = V.5; 5 = V.6-8, 6 énoncé = V.9; 8 = V.10; 9 = V.11; 11 = V.12; 12 = V.13-14; 10 = V.15; 13 = V.{16}; 14 = V.17; 6 = V.18-19; 15 = V.20-32; 18 = V.38; 19 = V.40.]

Dans la version de l'anonyme l'emploi de chevilles de transition qui accompagnent la progression déductive et qui ont un caractère métamathématique marqué est systématique, comme nous l'avions signalé dès l'introduction générale. Les autres rédactions présentent de telles chevilles avant le lemme optique (Théon seulement, *iA*, 358.1-2), certains passages de la preuve archimédienne de la mesure du cercle (Pappus, *Coll*. V.6, 312.25-314.3, Théon, *iA*, 360.5, 362.11-13), le Théorème 2 (Pappus seulement, 2 chevilles, *Coll*. V.9, 316.24-25 et V.18, 332.12), le Théorème 3 (Théon, *iA*, 358.12). Il est possible que certaines formules de transition chez Pappus aient été introduites par l'éditeur (antique) de la *Collectio*.

Nous regroupons maintenant quelques remarques sur les principaux résultats transmis par nos trois versions ; elles complètent les notes infrapaginales de notre traduction.

Théorème 1 [dénoté (*) dans la discussion qui précède]

R1 Il s'agit d'un résultat de monotonie par rapport au nombre des côtés qui, comme nous l'avons déjà dit à la fin de la section 2, n'est pas utilisé dans la preuve du résultat principal concernant le cercle (théorème 3). Il est cependant attesté dans les trois versions, en première position, et il est mentionné dans plusieurs témoignages (T4, 13, 15, 25, 26, 29, 30), en particulier par Ptolémée, ce qui justifie au demeurant son insertion dans nos trois exposés.

R2 Plutôt que de parler du nombre des côtés, nos textes utilisent les comparatifs πολυγωνιώτερος ou πολυγωνότερος. La version des *Prolégomènes,* comme Ptolémée lui-même, emploie la forme avec iota [*idem* chez Philopon dans T25 (56.10), T26 (84.30, 85.4, 85.5-6, 85.7, 85.10, 85.11-12), T29 (182.16), T32 (535.13)], tandis que celles de Théon (*iA*, 355.1, 356.2, 356.4, 356.7) et Pappus (*Coll.*, 306.22, 306.26, 308.4, 308.8, 308.11, 308.15, 362.1) ont la forme sans [*idem* dans T13, 15 (76.14), 30 (132.4)]. L'adjectif apparaît dans des contextes indépendants des isopérimètres, là encore avec le même clivage : πολυγωνιώτερος chez Philopon, *in Ph.,* 646.26, πολυγωνότερος chez Archimède, *Aren., AOO* II, 234.18 (mais il s'agit d'une correction de Heiberg), Pappus, *Coll.* V.105, 470.4, Joannes Lydus, *De mens*., 4.76.73 Wünsch, Philopon, *in Ph.*, 31.17 (πολυγωνότατον, il s'agit d'expliquer la quadrature du cercle par Antiphon). Il faut quand même noter que ces subtilités lexicales sont souvent maltraitées par les copistes et résultent parfois d'un choix d'édition. Par exemple, pour les trois dernières occurrences chez Théon, certains manuscrits ont l'autre forme.

R3 Pour dire qu'il s'agit de figures régulières, la version des *Prolégomènes* — et elle seule — utilise (dans l'énoncé seulement) l'expression : « équilatérales et contenues dans des cercles ». Les deux autres versions ont — toujours dans l'énoncé seulement — τεταγμένος « régulier » (Pappus, *Collectio*, 308.7, 316.18 et 334.19; Théon, *iA*, 356.1), terme qui donne lieu à une demi-ligne d'explication de Théon (*iA*, 356.2).

R4 L'équivalent stéréométrique du théorème 1 ne se trouve ni chez Théon, ni dans la version anonyme. Seul Pappus (*Coll.* V.72-104, 410.22-468.17) expose ce qui, dans ce cas, se réduit à une comparaison des cinq polyèdres réguliers isépiphanes : leurs volumes sont dans l'ordre croissant du nombre des faces composant leurs surfaces. Il semble que Philopon y fasse allusion à deux reprises (T25, T32). Pappus ne revendique pas la paternité de ces résultats puisqu'il reconnaît reprendre et réorganiser synthétiquement un exposé plus ancien qui procédait par analyse (*Coll.* V.72, 410.23-412.3). Il souligne aussi l'analogie entre figures planes et solides (*Coll.* V.39, 360.28-362.3).

Lemme optique

R5 Ce lemme est attesté dans plusieurs autres sources :

1) Euclide, *Optica* **A**, prop. 8.
2) Euclide, *Optica* **B**, prop. 8 (ces deux textes présentent des différences importantes, quoique locales, l'un par rapport à l'autre).
3) Théon, *in Alm. I.3*, *iA*, 358.1-11 (isopérimètres).
4) Scholie anonyme à Théodose, *Sph.* III.11, 195.21-196.22 Heiberg = 435.1-20 Czinczenheim.

5) Scholie anonyme à Pappus, *Coll.* V.4, 1167.5-23. Il s'agit d'une scholie au Théorème 1 des isopérimètres : à la différence de l'anonyme des *Prolegomena* et de Théon, Pappus ne démontre pas le lemme, mais en fait suivre la mention par la phrase τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς εἰς τὰ σφαιρικὰ λήμμασιν δέδεικται « car cela a été démontré parmi les lemmes aux *Sphériques* » (*Coll.* V.4, 310.5-6). Jones a proposé que cette scholie, comme la plupart de ceux dans la *Collectio*, remonte en effet à Pappus même, comme « afterthoughts and expansions » (Jones 1986, 20).

R6 La version des *Prolégomènes* est peut-être la plus concise ; les versions 2), 4) et 5) présentent la construction d'une manière caractéristique (voir l'Annexe 2), ce qui pourrait être pris comme l'indice d'une origine commune, même si leurs preuves sont assez différentes (celle de 5 est réduite à 2 passages, les deux autres sont bien plus détaillées mais diffèrent quant à la position du passage crucial en συνθέντι). Les relations entre les différentes versions du lemme sont analysées dans Knorr 1985 et Knorr 1989, 698-699. D'un traitement à l'autre, ses conclusions sont fluctuantes et n'entraînent guère la conviction.

R7 La remarque de l'auteur des *Prolégomènes* sur la présence d'une preuve pour ce lemme dans le « commentaire au Petit Astronome » de Théon (écrit non attesté par ailleurs) offre plusieurs possibilités d'interprétation : A) l'anonyme se trompe *i*) sur le nom de Théon, qu'il faudra peut-être remplacer par celui de Pappus ; dans ce cas l'anonyme pourrait faire référence à la preuve que Pappus lui-même mentionne comme donnée parmi les lemmes aux *Sphériques*, et que l'on pourrait peut-être identifier avec celle de l'item 4, ou bien *ii*) sur le titre ; et la preuve en question pourrait être celle de l'item 3, ou bien *iii*) sur le nom et le titre, et là on ne sait pas bien quoi dire ; B) l'anonyme ne se trompe pas : la preuve de Théon *pourrait* être celle de l'item 4, extraite de son ὑπόμνημα, lequel aura sûrement compilé des sources antérieures (cf. le témoignage de Pappus). On peut aller un peu plus loin avec cet argument, et supposer que ce « commentaire », dont notre anonyme nous offre le seul témoignage d'existence, n'était pas un texte structuré comme le *Commentaire à l'Almageste*, mais contenait des remarques ponctuelles et du matériel lemmatique, sur le modèle du livre VII de la *Collectio*, dont il aurait pu intégrer des discussions prises au livre VI. La formation du *corpus* d'ouvrages astronomiques mineurs, transmis sous une forme très structurée dans le *Vat. gr*. 204 (une donnée factuelle qui est parfois négligée dans les discussions sur le sujet), pourrait avoir fourni l'occasion d'opérer une "distribution" des lemmes et des remarques de Théon, aussi bien dans les marges que dans le texte (voir aussi la scholie 2 aux *Sphériques* de Théodose, 384 Czinczenheim), selon différentes modalités :

- sous forme de scholies locales, en particulier de Lemmes ;
- de courtes préfaces portant sur des questions lexicales (*Phaenomena*, *Optica* **B**) ;
- des définitions additionnelles (*Sphaerica*, *De sphaera mota*) ;

- des preuves alternatives (*Phaenomena*) ;
- voire la réécriture de longs segments de texte (*De ortibus et occasibus*) ;
- en tant que citations non instanciées d'énoncés de théorèmes contenus dans les œuvres du corpus : un cas bien connu est celui des citations de théorèmes des *Sphériques* que nous trouvons chez Autolycos et dans les *Phénomènes* et qui ont abouti à l'hypothèse quelque peu mal fondée que l'œuvre de Théosose représenterait pour une large part une compilation de matériaux préeuclidiens.

Lemmes pour le théorème 2

R8 La version des *Prolégomènes* insère trois lemmes :

1) Construction d'un triangle isocèle isopérimétrique à un triangle anisocèle donné sur la même base et démonstration qu'il est plus grand que lui.
2) Construction de deux triangles isocèles semblables à deux triangles isocèles non semblables isopérimétriques donnés, sur les mêmes bases et qui, ensemble, leur sont isopérimétriques et démonstration qu'ils sont plus grands qu'eux.
3) Les côtés homologues des triangles rectangles semblables, s'ils sont pris par couples comme une seule droite, vérifient encore *El.* I.47 (il s'agit d'un lemme pour établir la deuxième partie du lemme 2).

Le but est de se donner les outils pour prouver, de manière indirecte, le Théorème 2 par "symétrisation locale" : on suppose que le polygone maximal (en admettant son existence) n'est ni équilatéral ni équiangle et on montre qu'on peut construire, en rendant égaux deux de ses côtés ou deux de ses angles, un polygone isopérimétrique plus grand.

R9 La démarche est la même dans les trois versions, mais la distribution du matériel lemmatique est passablement différente chez Pappus. L'ordre est identique chez Théon et dans la version anonyme, mais on observe des écarts de formulation. Par exemple, notre version propose un lemme 2 combinant deux éléments : dans le style des constructions des solides réguliers d'*El.* XIII.13-17, il demande d'effectuer une construction, puis de démontrer une propriété de l'objet construit. Pappus se borne à deux ecthèses indépendantes, Théon a une ecthèse unique et un énoncé en bonne et due forme (*iA*, 368.16-18) pour ce qui correspond à la deuxième partie de notre lemme 2.

R10 Même en admettant une réorganisation produisant un texte intermédiaire qui aurait servi de base à nos trois rédactions, la structure du matériel lemmatique et le jeu des renvois internes semblent suggérer une démarche originelle de type analytique, où, globalement, chaque proposition sert à justifier l'affirmation qui la précède. Il est plus difficile de dire si les preuves particulières étaient structurées par analyse et synthèse, ou même par analyse seulement, car les explications postposées qu'on y trouve, fréquentes mais dont le caractère scolaire est souvent évident, ne sauraient être un bon indicateur à ce sujet.

R11 Dans sa version du lemme 1, notre anonyme “oublie” la deuxième partie de l’énoncé, dont il va cependant donner une formulation en bonne et due forme, comme diorisme intermédiaire. La version de Théon suit la même démarche que celle des *Prolégomènes*, tandis que Pappus, dès cette proposition, adopte une tendance “généralisante” qui se retrouvera pour la deuxième partie du lemme 2, et à laquelle notre rédaction n’échappera pas pour la première partie du même lemme. En effet, à la place du lemme 1, Pappus donne en premier lieu un résultat de *constructibilité* d’un triangle isopérimétrique à un triangle donné, sur la même base et avec un côté égal à une droite donnée (un diorisme est nécessaire), puis démontre que le triangle isocèle est le plus grand parmi les triangles isopérimétriques et sur la même base, et que le triangle qui est plus proche de l’isocèle est toujours plus grand (*Coll.* V.10-11). Quant à la deuxième partie du lemme 2, Pappus essaye de prouver (*Coll.* V.13-14) que deux triangles isocèles semblables sont plus grands que deux triangles isocèles non semblables qui, ensemble, leur sont isopérimétriques et qui sont sur les mêmes bases. Mais l’absence de contraintes sur les triangles isocèles non semblables fait que sa preuve n’est pas valide (voir *infra*).

R12 Le lexique des “puissances” est propre à la version des *Prolégomènes*. Comme nous venons de le voir, Pappus présente une autre preuve, plus générale. Quant à Théon, dont la preuve est sur les mêmes lignes que celle de l’anonyme, il raisonne sur les carrés et non sur les droites, en employant le tour canonique τὸ ἀπό pour désigner les premiers. Cela dit, nous ne pouvons pas considérer l’emploi de ce lexique comme un marqueur d’ancienneté de la rédaction, car cette famille lexicale trouve des applications dans tout le *corpus* mathématique, d’Hippocrate à Pappus (voir Vitrac 2007), même si l’on en trouve seulement deux occurrences chez Apollonius. Même des auteurs très tardifs et volontiers puristes comme Simplicius affectionnent ces tours de langage, comme le montre par exemple la stupéfiante citation livresque de l’énoncé de *El.* I.47, formulée en termes de puissances (*in Ph.*, 62.2-4).

R13 L’énoncé du lemme 2 dans les trois versions présentent une différence subtile : les deux triangles isocèles dissemblables sont supposés 1) être isopérimétriques l’un à l’autre dans les *Prolégomènes* ; 2) avoir les 4 côtés latéraux égaux dans Théon ; 3) avoir les 4 côtés égaux dans la construction chez Pappus, tandis que le théorème de maximum n’a aucune hypothèse supplémentaire. Or, l’absence d’hypothèses supplémentaires fait que la preuve que Pappus donne du théorème ne peut pas marcher ; il introduit une condition dont il affirme qu’elle sera démontrée dans la suite (*Coll.* V.14, 328.1-3 ; cf. note 97 à la traduction), mais le lemme annoncé est absent et la condition n’est pas valide en général (voir l’Annexe 3). La contrainte 2) est suffisante, quoique non nécessaire, mais elle est en effet ce qui sert pour l’application dans la preuve de la *deuxième partie* du Théorème 2 (cas non-équiangle), car la première partie y est supposée achevée et donc le polygone non-équiangle est équilatéral. La condition 1) n’est pas applicable, car sinon les deux triangles dissemblables seraient égaux. La seule version du Lemme 2 qui soit correcte est donc celle de Théon.

Théorème 2

R14 La version des *Prolégomènes* et elle seule utilise l'adjectif ἰσοπληθόπλευρος. Il s'agit d'un *hapax* dans le *corpus* grec ; nous pouvons le considérer comme un marqueur de l'ancienneté de la rédaction qu'emploie notre anonyme, et presque sûrement une invention linguistique de Zénodore. Nous avons choisi une traduction (« aux côtés égaux en multitude ») qui rend explicite le sens du mot, résistant à la tentation d'en forger un nouveau qui suive le modèle grec. Les rédactions de Pappus et de Théon ont le tour (τὰς) πλευρὰς ἰσοπληθεῖς ἔχον (*Coll.*, 316.22-23 et 332.14, *iA*, 364.12-13 et 372.4-5).

R15 Comme notre anonyme va le faire remarquer à la fin de la preuve, l'ecthèse du Théorème 2 ne répète pas exactement ce qui est établi dans l'énoncé. Dans ce dernier, on affirme en effet qu'« un polygone équilatéral et équiangle » (l'article est nécessaire en grec une fois que le substantif εὐθύγραμμον a déjà été nommé) est plus grand que les polygones ayant le même nombre de côtés qui lui sont isopérimétriques. Dans l'ecthèse, au contraire, une fois le nombre de côtés fixé, on prend le polygone maximal et on démontre qu'il est équilatéral et équiangle. La démonstration se déroule suivant ces dernières lignes. Pappus (*Coll.* V.18-19, 332.13-15 et 334.14-17) présente énoncé et conclusion du théorème conformément à l'ecthèse (la sienne aussi bien que celle de l'anonyme), et Théon fait de même (*iA*, 372.3-5 et 374.6-7) avec des formulations identiques : τῶν ἰσοπεριμέτρων εὐθυγράμμων σχημάτων καὶ τὰς πλευρὰς ἰσοπληθεῖς ἐχοντων, τὸ μέγιστον ἰσόπλευρόν τέ ἐστιν καὶ ἰσογώνιον.

R16 La remarque, mentionnée *supra*, de notre anonyme à la fin du Théorème 2 est la suivante :

> La plus grande parmi les <figures> isopérimétriques aux côtés égaux en multitude est donc équilatérale et équiangle, de sorte qu'à l'inverse (ἀνάπαλιν) aussi ; ce qu'il était proposé de démontrer.

A la lumière de ce que nous venons de dire, Hultsch suspecte la remarque sans raison. La conclusion justement établie est formulée, en accord avec la démarche démonstrative, 1) τὸ ἄρα μέγιστον τῶν ἰσοπεριμέτρων ἰσοπληθοπλεύρων ἰσόπλευρόν ἐστι καὶ ἰσογώνιον, tandis que dans l'énoncé, qui coïncide avec l'annonce par anticipation qui précède la suite des lemmes, nous lisons 2) τῶν ἰσοπεριμέτρων καὶ ἰσοπληθοπλεύρων εὐθυγράμμων μεῖζόν ἐστι τὸ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον. Or, à part la *variatio* entre μέγιστον et μεῖζον, qui n'est pas importante ici (mais voir *infra*), la différence réside dans la détermination du sujet de la phrase, et elle est mathématiquement importante : dans 1) le sujet est « le plus grand des polygones etc. », dont on affirme qu'il est équilatéral et équiangle, dans 2) c'est « un polygone équilatéral et équiangle » dont on affirme qu'il est plus grand que etc. ; la position de l'article τὸ et du verbe ἐστι sont décisives pour différencier entre les deux sens de la phrase. Il faut donc intervertir le sujet avec le prédicat pour passer de la formulation en fin de preuve à celle de l'énoncé, et on peut seulement reprocher à notre anonyme d'avoir employé de façon libre un adverbe comme ἀνάπαλιν, qui a un sens mathématique assez bien défini, pour désigner ici cette opération syntaxique. Comme nous l'avons dit, cette distinction est complètement effacée dans les rédactions de Pappus et Théon.

R17 La question des différences entre énoncé et démonstration du Théorème 2 est importante car elle concerne la portée du résultat de Zénodore, ainsi que de toutes les solutions données au problème isopérimétrique jusqu'à la moitié du XIX[e] siècle. La difficulté réside dans le fait que l'existence du polygone maximal avec un nombre fixé de côtés est donnée pour acquise mais n'est pas démontrée. Et le procédé de Zénodore n'est pas effectif : il ne produit pas, à partir d'un polygone donné, le polygone maximal (régulier) en un nombre fini d'étapes. Même si les assomptions existentielles implicites sont un des traits saillants de la géométrie grecque, et s'il est donc tout à fait naturel que ni Zénodore ni aucun des rédacteurs des versions transmises n'expriment le moindre souci quant à la question, la version des *Prolégomènes* présente cependant des particularités linguistiques qui ont des retombées mathématiques dignes de discussion.

R18 Dans l'énoncé du Théorème 2 sont en effet à souligner : *a*) la présence du comparatif μεῖζον et non du superlatif μέγιστον que l'on trouve dans la conclusion non-instanciée en fin de preuve ; *b*) l'interversion entre sujet et prédicat par rapport à la démonstration dont on a discuté dans la remarque précédente ; c) la présence ou absence du qualificatif πάντων. Or, ce dernier ajoute une qualification qui, comme d'habitude, est déjà implicite dans le style mathématique grec et ne sert donc pas à introduire une généralisation. En revanche, la présence du superlatif entraîne évidemment la considération d'un objet maximal (l'hexagone de l'ecthèse, même si celle-ci est de forme comparative). Au point de vue linguistique, cela entraîne la formation d'un substantif avec un *relatum* bien défini et surtout, comme nous l'avons vu, une formulation qui en fait le sujet de la phrase. C'est cette formulation, et la démonstration associée, qui explicite et introduit la composante non-constructive, car la méthode indirecte de "symétrisation locale" de Zénodore agit sur le polygone supposé maximal (le fait que la construction d'un polygone régulier arbitraire soit un problème transcendant ne pose pas de difficultés, car la démonstration du Théorème 3 marcherait aussi bien avec des sous-suites de polygones, par exemple ceux dont le nombre de côtés est une puissance de 2). Or, la formulation de l'énoncé suffit pour la preuve du Théorème 3, si celui-ci est formulé, comme ici, avec le comparatif, mais elle ne correspond ni à l'ecthèse du Théorème 2, ni (ce qui est plus important) à sa démonstration. Il n'est pas clair que la forme transmise par l'énoncé doive suggérer qu'un rédacteur, ou Zénodore lui-même, avait perçu les problèmes avec la démonstration (les énoncés des trois théorèmes sont en effet tous de forme comparative), ni qu'il ait essayé d'y remédier au niveau de l'agencement logique et de la présentation des résultats, en déplaçant le problème en une question de mauvaise correspondance entre énoncé et preuve. Ce qui est certain, c'est que l'anonyme, à la différence de Pappus, de Théon et de Hultsch, semble au moins avoir compris que l'identification des deux formulations ne va pas de soi.

Cas solide 2

R19 L'anonyme propose de comparer une sphère et un solide polyédrique isépiphane « entouré par une sphère » (σφαίρᾳ περιλαμβανόμενον), tournure canonique strictement parallèle à l'expression κύκλοις περιλαμβανόμενα de l'ecthèse du théorème 1 (cf. aussi les énoncés de *El.* XIII.13-17). Mais la preuve qu'il propose n'utilise pas cette propriété : elle suppose le solide circonscriptible à — et non inscriptible dans — une sphère. Il n'est pas certain que la "faute" doive être attribuée à l'anonyme : elle pourrait être plus ancienne, appartenant à une preuve limitée au cas des polyèdres réguliers. Telle est la démarche de Pappus dans *Coll.* V.38 et de Théon, *in Alm. I.3*, *iA*, 377.15-379.15, ce dernier donnant une démonstration très détaillée, qui opère par décomposition en sous-pyramides et qui pourrait être le modèle de celle de notre anonyme. A son tour, Pappus dit explicitement, *Coll.* V.37, 358.19-22, qu'il omettra la comparaison des solides semi-réguliers avec la sphère διὰ τὸ ἀτακτότερον « à cause du fait qu'ils sont moins réguliers », tandis que, pour les « 5 figures », cela mérite d'être fait. La précision relative aux figures inscriptibles tient peut-être aussi au souci de maintenir un parallélisme strict avec le cas des figures planes, dans lequel, comme nous l'avons vu, l'expression sert à formuler la condition que des polygones équilatéraux sont aussi équiangles.

R20 Les résultats stéréométriques ainsi établis ont une portée limitée, ce que l'auteur de la version anonyme souligne dans les considérations qui clôturent son exposé :

> Quoiqu'il fallait encore démontrer que la sphère elle-même est plus grande que les <solides> qui ne sont pas entourés par une sphère, notre philosophe n'a rien ajouté. Il formule cependant des propos assez convaincants à partir d'une certaine analogie avec les <figures> planes, mais il s'arrête là en nous confiant la tâche de chercher une démonstration qui peut convenir aux géomètres.

On pourrait percevoir là un écho des remarques que Pappus insère comme introduction et cheville de transition à son exposé du cas solide. Dans *Coll.* V.33, il dit, à propos du fait que la sphère est plus grande que les autres figures de même surface, que « les philosophes (οἱ φιλόσοφοι) ne le démontrent pas, mais l'affirment seulement », et ajoute qu'il va démontrer que la sphère est plus grande que les polyèdres réguliers isopérimétriques, avec un argument du type de celui justement employé pour le cercle et les polygones réguliers (ὥσπερ […] κατὰ τὸ ἀκόλουθον). Après sa preuve, semblable à celle donnée par l'anonyme, il assouplit cette correspondance formelle stricte en une analogie plus générique (*Coll.* V.39), dont le bien-fondé mathématique réside dans la propriété de monotonie de l'extension des polygones (resp. des polyèdres) isopérimétriques (resp. isépiphanes) par rapport au nombre de côtés (resp. faces) : δείκνυται γὰρ ὑποκειμένων ἴσων τῶν ἐπιφανειῶν τὸ πολυεδρότερον ἀεὶ καὶ μεῖζον. […] ὅμοιον γάρ τι πέπονθεν τὰ στερεὰ ταῦτα τοῖς ἐπιπέδοις πολυγώνοις· καὶ γὰρ ἐπ' ἐκείνων, ὁπότε τὰς περιμέτρους ἴσας εἶχεν, ἀεὶ μεῖζον ἀπεδείκνυτο τὸ πολυγωνότερον, καὶ πάντων ὁ κύκλος μείζων, ὥσπερ ἐδείχθη νῦν τῶν πολυέδρων ἡ σφαῖρα « car on démontre que, les surfaces étant supposées égales, la <figure> plus polyédrique est toujours plus grande. […] il arrive en effet quelque chose de semblable à ces solides et aux polygones plans : car à propos de ceux-ci, on a démontré que le plus polygonal est toujours plus grand, une fois qu'ils ont les périmètres égaux, et que le cercle est plus grand que tous, comme on a maintenant démontré que la sphère l'est relativement aux polyèdres » (*Coll.* V.39, 360.28-362.3). La version de Théon ne comporte rien de tel. Il n'est cependant pas dit que « notre philosophe » soit nécessairement Pappus, ni que l'anonyme (ou sa source) ait eu la *Collectio* en main. Au demeurant, il se pourrait que Pappus ait fait les mêmes remarques dans l'exposé du problème isopérimétrique donné dans son commentaire à *Alm.* I.3.

6. Les diagrammes de la rédaction des *Prolégomènes*

Les diagrammes du traité sur les figures isopérimétriques inclus dans les *Prolégomènes* ont une histoire mouvementée qui mérite d'être expliquée (voir l'Annexe 4 pour une description des diagrammes dans une bonne partie des manuscrits). Le *Vat. gr.* 1594 n'a pas de figures ; les indentations dans le texte sont vides. Les parti-pris de ceux qui ont copié le texte de ce manuscrit sont variables. Le copiste du *Vat. gr.* 184 a reproduit les indentations ; elles contiennent, mais seulement dans le segment initial du texte, des figures extrêmement primitives. Pour le reste, ces indentations sont vides. Le copiste du *Vat. gr.* 2326 n'en a reproduit qu'une seule, vide. Il n'a aucune figure. Dans le *Par. gr.* 2390 les indentations sont absentes, mais l'un de ses propriétaires a tracé en marge des schémas exacts. Celui qui, peut-être un siècle plus tard, a corrigé tout le texte, a également retouché certaines figures, ajoutant l'indication de la longueur des côtés de certains triangles et segments. Cette spécificité a été conservée dans deux de ses apographes, le *Laur. Plut*. 28.1 et le *Vat. gr*. 1058. Le problème de l'absence de diagrammes s'est probablement posé plus haut en amont au cours de la transmission, voire, déjà, dès le texte primaire : le *Marc. gr.* 313 a seulement deux figures, plus une troisième, indubitablement rattachée à une scholie et non au texte. Les figures de la traduction latine ont été retracées *ex novo*. Les schémas de la recension byzantine sont extrêmement bien faits, symétriques, identiques d'un manuscrit à l'autre et nettement différents de toute esquisse de figure dans la recension de base. Il s'agit de la plus évidente de toutes les variantes conjonctives.

Les diagrammes qui accompagnent le texte et la traduction sont des reproductions fidèles des figures du *Par. gr*. 2390.

Nous proposons un exemple extrêmement significatif, paradigmatique des interactions problématiques entre texte et figure et des difficultés des éditeurs de toute époque à en traiter. Le premier théorème du texte est suivi d'un lemme qui démontre un résultat considéré comme acquis dans la démonstration qui précède. La preuve de ce lemme ne réclame pas de construction supplémentaire et peut donc être conduite en faisant référence au lettrage même du théorème, comme le fait le rédacteur du texte. Il est donc naturel qu'aucune figure indépendante ne soit introduite dans les manuscrits pour le lemme. Le problème est que le diagramme du théorème n'est pas déterminé de manière univoque par son texte : la configuration initiale a un degré de symétrie, lié au fait que les figures géométriques impliquées sont des polygones réguliers (normalement représentés par un pentagone et un hexagone), symétrie qui se brise spontanément dès que l'on exécute la construction auxiliaire. Celle-ci peut être réalisée indifféremment sur la moitié droite ou gauche du diagramme. Toutefois la démonstration du lemme n'admet pas ce degré de symétrie : elle opère sur la construction auxiliaire et l'un de ses passages cruciaux exige — *si l'on veut utiliser la figure même du théorème avec son lettrage* — que celle-ci soit réalisée sur la "moitié ΓΘ" du pentagone (ce, pour fixer les idées). Une construction auxiliaire sur l'autre "moitié" entre en conflit avec le texte du lemme. Si le diagramme du théorème est dessiné sans suspecter qu'il servira aussi dans le lemme, il y a 50 % de chance de produire une catastrophe. Et, en effet, toutes les possibilités prévisibles d'un tel court-circuit sont représentées dans les recensions ou éditions dont nous disposons, et toutes ont comme origine commune l'absence de diagramme dans l'archétype. Voilà les solutions adoptées ; les variantes sont rapportées au texte de base du *Vat. gr.* 1594, qui n'a aucune figure (pour les textes grecs, voir l'Annexe 5) :

1) *Vat. gr.* 184 et *Par. gr.* 2390, ce dernier avant correction. Le texte ne correspond pas à la figure, qui est celle du Théorème 1 : même si l'on ne perçoit pas que la disposition des droites et des triangles (voire des secteurs) dans les premières proportions n'est pas raisonnable, il est cependant clair que la manipulation en συνθέντι ne peut pas donner le résultat attendu, avec la disposition des droites ΓΚ et ΚΘ de la figure (elles sont contenues l'une dans l'autre, alors que le passage en συνθέντι demande d'en faire la somme par consécution : ΓΚ + ΚΘ = ΓΘ). Pourtant, aucune correction n'est proposée, et l'ensemble texte + diagramme qui en résulte est fautif. Celui qui a tracé la figure en conformité avec les données du théorème 1 (figure qui était absente du modèle) n'a pas vu que son texte ne distinguait pas entre placer le point K sur ΓΘ ou sur ΘΔ, et il a fait le mauvais choix. Variante mineure : le *Vat. gr.* 184 remplace le καί de la citation instanciée d'*Éléments* I.post.3 par un δέ postposé.

2) Deuxième main du *Marc. gr.* 303. Seule la figure, qui est celle du Théorème 1, offre des variantes. Elle est symétrique de celle du *Par. gr.* 2390 et des autres mss. de la recension de base, et a un pentagone à la place de l'hexagone, un carré à la place du pentagone. La construction associée aux points NKM est tracée avec une autre encre, par la même main que les figures suivantes, sur la "moitié ΓΘ" du carré ; les points Ο Π Ξ sont bien marqués. L'ensemble texte + diagramme est donc correct.

3) Correcteur du *Par. gr.* 2390. Il voit le problème et décide de changer la preuve, qui est correcte, sans modifier davantage la figure du Théorème 1 : il corrige συνθέντι en διελόντι et en explicite en marge la conclusion (ὡς ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΘΚ οὕτως τὸ ΓΖΘ τρίγωνον πρὸς τὸ ΘΖΚ τρίγωνον). L'ensemble texte + diagramme est donc correct. Cette démarche conduit à penser que ce n'est pas le correcteur qui a tracé les

figures du *Par. gr*. 2390. En outre, il avait déjà modifié les figures du Théorème 1 dans son (infructueuse) tentative de correction du texte. Vu que le texte du *Par. gr*. 2390 ne présente pas d'indentations, qu'il s'agit d'une copie fidèle du *Vat. gr.* 1594, on doit donc se demander d'où viennent les figures du *Par. gr*. 2390. Une possibilité est de postuler un état intermédiaire de copie (à noter que le *Vat. gr*. 184 a un diagramme identique) ou, plus simplement, un possesseur antérieur à ce Joseph Bryennios qui a corrigé tout le manuscrit avant de le faire copier (*Laur. Plut*. 28.1) pour son ami Démétrios Cydonès. Variantes mineures : ajout de quatre articles τήν pour compléter des désignations de droites, de γωνία dans la phrase finale (deux fois), ajout (inutile pour sa stratégie principale) de δέ dans le conséquent du paraconditionnel et de ἄρα dans la phrase finale.

4) Recension byzantine. La figure, qui est celle du Théorème 1, est tout simplement tracée sur la “moitié ΓΘ” du pentagone. L'ensemble texte + diagramme est donc correct. Les figures sont un pentagone et un hexagone ; il faut donc exclure des contaminations avec le *Marc. gr*. 303. Variantes mineures : ajout de deux articles τήν pour compléter des désignations de droites ; ajout de ἄρα aussi bien dans le conséquent du paraconditionnel que dans la phrase finale ; permutation de deux substantifs.

5) Hultsch voit le problème, mais décide de ne toucher ni à la figure ni à la preuve. Il est contraint d'émender, de façon tout à fait arbitraire, les trois occurrences de Γ dans le texte, en les changeant en Δ. Il ajoute ἄρα dans la phrase finale.

Texte

[1]Ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων πολυχωρητότερος ὁ κύκλος[2]

Προληπτέον δὴ πρότερον ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων ἰσοπλεύρων εὐθυγράμμων καὶ κύκλοις περιεχομένων τὸ πολυγωνιώτερον μεῖζόν ἐστιν.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο εὐθύγραμμα ἰσόπλευρα καὶ ἰσοπερίμετρα τὰ ΑΒ ΓΔ καὶ ἔστωσαν κύκλοις περιλαμβανόμενα[3] καὶ[4] πολυγωνιώτερον τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ· λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ.

εἰλήφθω γὰρ τῶν περὶ αὐτὰ κύκλων τὰ κέντρα τὰ Ε καὶ[5] Ζ καὶ[6] ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ ΕΒ ΓΖ[7] ΖΔ καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν ΕΖ[8] ἐπὶ τὰς ΑΒ ΓΔ κάθετοι αἱ ΕΗ ΖΘ.

φανερὸν δὴ ὅτι μείζων[9] ἡ ΓΔ τῆς ΒΑ[10]· τὸ γὰρ αὐτὸ εἰς ἐλάττονα τῷ πλήθει διαιρούμενον, ὡς νῦν ἡ τοῦ πενταγώνου διαίρεσις ἐλάττων οὖσα τῷ πλήθει τῆς τοῦ ἑξαγώνου διαιρέσεως, εἰς μείζονα τῷ μεγέθει διαιρεῖται· ἔστι δὲ τὸ αὐτὸ διὰ τὸ ἰσοπερίμετρα δεδόσθαι εἶναι[11] ἀμφότερα· καὶ ἡ ΓΘ ἄρα τῆς ΑΗ μείζων ἐστί. κείσθω τῇ ΑΗ ἴση ἡ ΘΚ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΚ. ἐπεὶ οὖν ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ ΓΔ, ὃ[12] μέρος ἐστὶν ἡ ΓΔ[13] τῆς ὅλης περιμέτρου τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τὸ κατὰ τὴν ΓΔ[14] τμῆμα τοῦ περὶ τὸ ΓΔΟΞ[15] κύκλου<. ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ὅλην περίμετρον οὕτως τὸ κατὰ τὴν ΓΔ τμῆμα τοῦ κύκλου>[16] πρὸς ὅλον τὸν κύκλον, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΓΖΔ γωνία πρὸς δ ὀρθάς. ἴση δὲ ἡ τοῦ ΓΔΟ[17] περίμετρος τῇ τοῦ ΑΒΠ[18]· ὡς ἄρα ἡ ΓΔ[19] πρὸς τὴν ΑΒΠ περίμετρον[20] οὕτως ἡ ὑπὸ ΓΖΔ πρὸς δ ὀρθάς[21]· ἀλλ' ὡς[22] ἡ τοῦ ΑΒΠ περίμετρος[23] πρὸς τὴν ΑΒ[24] [25]οὕτως[26] τέσσαρες

[1] ἐκ τῶν ζηνοδώρου σχολίων ὡς ἱστορεῖ ὁ θέων ἐν τῷ εἰς τὴν σύνταξιν ὑπομνήματι ἐποίησε δὲ ὁ πάππος βιβλίον ὅλον περὶ τοῦ προκειμένου προβλήματος in marg. sup. scholium m. 1 V.

[2] omnes titulos in textu ins. N : varios tit. habet Lat.

[3] οὐ γὰρ πάντα τὰ ἰσόπλευρα εὐθύγραμμα κύκλοις περιλαμβάνονται οἷον οἱ ῥόμβοι καὶ τὰ τοιαῦτα in marg. scholium m. 1 V.

[4] post καὶ suprascr. ἔστω m. 2 P.

[5] καὶ] om. N : *et* Lat.

[6] καὶ] om. S : *et* Lat.

[7] ΓΖ] ΖΓ fecit ex ΓΖ m. 2 P : *gz* Lat.

[8] post ΕΖ suppl. κέντρων m. 2 P.

[9] post μείζων suprascr. ἐστὶν in comp. m. 2 P.

[10] ΒΑ] ΑΒ post ras. m. 2 P.

[11] εἶναι] codd. : εἴδη con. Hultsch.

[12] ΓΔ ὃ] ΓΔΟ VSN : ΓΔ ὃ corr. ex ΓΔΟ m. 2 P : *gdo* nonnulli codd. Lat.

[13] post ΓΔ περιφέρεια in marg. in comp. add. m. 2 P.

[14] ΓΔ] Δ post lac. 1 litt. m. 1 V : ΓΔ marg. m. rec. V : ΟΔ S : ΑΔ N : ΓΖΔ ex ΓΔ fecit m. 2 P : *gd* Lat.

[15] ΟΞ] ὅλου sed λου ex litt. eras. fecit m. 2 P : *oz* Lat sed *z* om. nonnulli codd.

[16] ὡς ἄρα — κύκλου] lac. explevimus.

[17] ΓΔΟ] ΓΔ ⊙ȣ ex ΓΔΟ fecit m. 2 P : *gdo* Lat.

[18] ΑΒΠ] ΑΒ περιμέτρου ex ΑΒΠ fecit m. 2 P.

[19] post ΓΔ in marg. add. περιφέρεια m. 2 P.

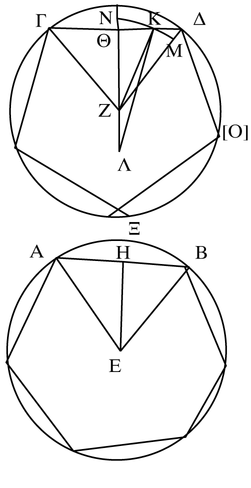
[20] ΑΒΠ περίμετρον] ΑΒ περιφέρειαν ex ΑΒΠ περίμετρον fecit m. 2 P.

[21] πρὸς δ ὀρθάς] γωνία suppl. et τὴν ὑπὸ ΑΕΒ ex litt. eras. fecit m. 2 P.

[22] ὡς] suprascr. m. 1 N.

[23] ΑΒΠ περίμετρος] ⊙ȣ ex Π et περιφέρεια ex περίμετρος fecit m. 2 P.

ὀρθαὶ[27] πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΕΒ· καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΑΒ[28] ἡ ὑπὸ ΓΖΔ πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΕΒ· καὶ τὰ ἡμίση ἄρα[29] ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΑΗ, τουτέστι πρὸς ΘΚ[30], ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΕΗ. μείζονα δὲ λόγον ἔχει ἡ ΓΘ πρὸς[31] ΘΚ ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ, ὡς δειχθήσεται· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ ἄρα πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΕΗ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν· ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΗ τῆς[32] ὑπὸ ΚΖΘ. ἴση δὲ ἡ πρὸς τῷ[33] Η τῇ πρὸς τῷ Θ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΑΗ μείζων τῆς ὑπὸ ΖΚΘ[34]. συνεστάτω δὴ πρὸς τῷ Κ τῇ ὑπὸ ΕΑΗ[35] ἴση ἡ ὑπὸ ΛΚΘ [36]καὶ συμβαλέτω[37] ἡ ΚΛ τῇ ΘΖ ἐκβληθείσῃ[38] κατὰ τὸ Λ· ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΛΚΘ τῷ ΕΑΗ. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΕ ἡ ΘΚ[39] πρὸς ΘΛ[40] καὶ ἐναλλάξ· ἴση δὲ ἡ ΑΗ τῇ ΚΘ[41]· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΗ[42] τῇ ΘΛ, ὥστε μείζων ἡ ΕΗ τῆς ΘΖ[43]. ἴση δὲ ἡ περίμετρος τῇ περιμέτρῳ· μεῖζον ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τοῦ ΑΒ[44] περιμέτρου καὶ τῆς ΕΗ τοῦ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΓΔ καὶ τῆς ΖΘ, ὥστε καὶ τὰ ἡμίση· μεῖζον ἄρα τὸ ΑΒΠ τοῦ ΓΔΟ[45].



ὅτι δὲ ἡ ΓΘ πρὸς[46] ΘΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ δέδεικται μὲν Θέωνι ἐν τῷ ὑπομνήματι τοῦ μικροῦ ἀστρονόμου, οὐδὲν δὲ ἧττον καὶ νῦν δειχθήσεται.

κέντρῳ γὰρ τῷ Ζ καὶ[47] διαστήματι[48] τῷ ΖΚ κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΜΚΝ καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΘ ἐπὶ τὸ Ν.

[24] ΑΒ] ΑΒ deinde comp. ignotum P : *ab* Lat.
[25] ante οὕτως in marg. in comp. add. περιφέρειαν m. 2 P.
[26] post οὕτως suprascr. αἱ m. 2 P.
[27] ὀρθαὶ] ὀρθὸν V : ὀρθαὶ ex ὀρθὸν corr. m. 2 P : *recti* Lat.
[28] post ΑΒ suprascr. οὕτως m. 2 P.
[29] ἄρα] suprascr. m. 2 P.
[30] post ΘΚ suprascr. οὕτως m. 2 P.
[31] post πρὸς suprascr. τὴν m. 2 P.
[32] τῆς] τοῦ SN.
[33] τῷ] τὸ N.
[34] ΖΚΘ] ex litt. eras. ΚΘ fecit m. 2 P.
[35] post ΕΑΗ signa …… in sp. 6 litt. VP.
[36] incipit Z.
[37] συμβαλέτω] συμβαλλέτω SN.
[38] ἐκβληθείσῃ] ἐμβληθείσῃ PN.
[39] ΘΚ] ΚΘ fecit ex ΘΚ m. 2 P : *kt* Lat.
[40] ΘΛ] ΗΛ N : *tl* Lat.
[41] ΚΘ] ΘΚ Z : *kt* Lat.
[42] ΕΗ] ΗΕ fecit ex ΕΗ m. 2 P : *ei* Lat.
[43] ΘΖ] : ΖΘ fecit ex ΘΖ m. 2 P : *zt* Lat.
[44] post ΑΒ suprascr. in comp. κύκλου m. 2 P.
[45] ΑΒΠ τοῦ ΓΔ] ΑΒ πολυγωνιότερον τοῦ ΓΒ πολυγώνου in ras. et marg. suppl. m. 2 P : *abp quam gdo* Lat.
[46] post πρὸς suprascr. τὴν m. 2 P.

ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς[49] ΚΘ τὸ ΓΚΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΖΘ, ἡ[50] ΓΚ πρὸς[51] ΚΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΖΜΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΖΚΝ τομέα, καὶ συνθέντι[52]· ἀλλ' ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν[53] τομέα ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν· μείζονα ἄρα[54] λόγον ἔχει ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ[55] πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ[56]:—

Ἐπὶ τούτοις δεικτέον ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων καὶ ἰσοπληθοπλεύρων εὐθυγράμμων μεῖζόν ἐστι τὸ ἰσόπλευρον[57] καὶ ἰσογώνιον.

πρὸ δὲ τῆς τούτου δείξεως προληπτέα[58] λημμάτιά τινα, καὶ πρῶτον τὸ τοιοῦτον.

Δοθέντος ἀνισοσκελοῦς τριγώνου περὶ τὴν αὐτὴν βάσιν τρίγωνον ἰσοπερίμετρον καὶ ἰσοσκελὲς συστήσασθαι.

ἔστω δοθὲν ἀνισοσκελὲς τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ δέον ἔστω ποιῆσαι τὸ εἰρημένον.

τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Δ καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΖ. τετμήσθω δὲ καὶ συναμφότερος ἡ ΑΒΓ δίχα κατὰ τὸ Κ καὶ ᾧ μεῖζον δύναται ἡ ΚΑ τῆς ΑΔ δυνάσθω ἡ ΔΖ· ὅτι γὰρ μείζων[59] ἐστὶ τῆς ΔΑ[60] δῆλον διὰ τὸ τὴν ΑΕ ἴσον δύνασθαι ταῖς[61] ΑΔ ΔΕ· καὶ γὰρ τὸ Κ μεταξὺ τῶν ΕΒ ἀνάγκη εἶναι ὡς ἔστι σαφὲς ἐπιζευχθείσης τῆς ΕΓ, ἥτις[62] ἐλάττων μέν ἐστι τῶν ΓΒ ΒΕ ἴση δὲ τῇ ΕΑ. ἐπεζεύχθωσαν οὖν αἱ ΖΑ ΖΓ· λέγω οὖν ὅτι[63] τὸ ΑΖΓ[64] ἰσοσκελὲς ὂν ἰσοπερίμετρόν ἐστι τῷ ΑΒΓ.

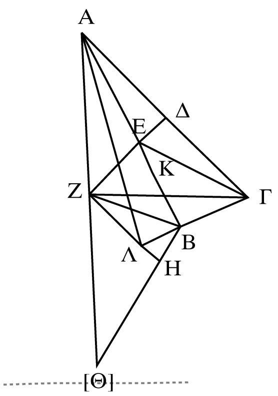
ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ ΚΑ ἴσον[65] τοῖς ἀπὸ ΑΔ ΔΖ[66], ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ ΑΖ ἴσον τοῖς αὐτοῖς, ἴση ἄρα ἐστὶν[67] ἡ ΑΖ τῇ ΑΚ, ὥστε καὶ τὰ διπλάσια· αἱ ἄρα ΑΖ ΖΓ ἴσαι ταῖς ΑΒ ΒΓ· ἰσοπερίμετρον ἄρα τὸ ΑΖΓ τῷ ΑΒΓ.

[47] καὶ] om. S : *et* Lat.
[48] post διαστήματι add. δὲ S : om. Lat.
[49] post πρὸς suprascr. τὴν m. 2 P.
[50] post ἡ suprascr. in comp. δὲ m. 2 P : ante *recta* add. *sed* nonnulli codd. Lat.
[51] post πρὸς suprascr. τὴν m. 2 P.
[52] συνθέντι] διελόντι ex συνθέντι fecit m. 2 P et ὡς ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΘΚ οὕτως τὸ ΓΖΘ τρίγωνον πρὸς τὸ ΘΖΚ τρίγωνον in marg. suppl. signo ⸓ adposito : *componenti* Lat.
[53] τὸν] suprascr. m. 2 P.
[54] post μείζονα suprascr. ἄρα m. 2 P : om. nonnulli codd. Lat, sed lectiones singulares *ergo*, *quia*, *quare* in codd. quibusdam reperiuntur.
[55] post ΓΖΘ suppl. in marg. γωνία m. 2 P.
[56] post ΚΖΘ suppl. in marg. γωνίαν m. 2 P.
[57] εὐθυγράμμων – ἰσόπλευρον] in marg. m. 2 P.
[58] προληπτέα] -τέον ex -τέα fecit m. 2 P : *presumenda* Lat.
[59] μείζων] μείζον S.
[60] ΔΑ] ΔΕ codd. : *de* Lat : ΑΔ Hultsch.
[61] ταῖς] om. S.
[62] ἥτις] bis S.
[63] ὅτι] om. S.
[64] ΑΖΓ] Ƶ ΑΖΓ S.
[65] post ἴσον in comp. suppl. ἐστὶ m. 2 P.

λέγω δὴ ὅτι καὶ μεῖζον τὸ ΑΖΓ τοῦ ΑΒΓ.

ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΖΒ καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΑ[68] καὶ κείσθω τῇ ΖΓ ἴση ἡ ΖΘ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ.

ἐπεὶ οὖν αἱ[69] ΘΒ ΒΑ μείζους[70] τῆς ΘΑ, ἡ δὲ ΘΑ ἴση ταῖς ΑΖ ΖΓ, τουτέστι ταῖς ΑΒΓ[71], καὶ αἱ ΘΒ ΒΑ ἄρα μείζους τῶν ΑΒ ΒΓ, ὥστε κοινῆς ἀφαιρουμένης τῆς ΑΒ μείζων ἡ ΘΒ τῆς ΒΓ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΘΖ τῇ ΖΓ ἴση καὶ κοινὴ ἡ ΖΒ καὶ βάσις βάσεως μείζων, καὶ γωνία γωνίας[72] ἡ ὑπὸ ΘΖΒ τῆς ὑπὸ ΒΖΓ μείζων ἐστίν· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΘΖΓ μείζων[73] ἢ διπλῆ τῆς ὑπὸ ΒΖΓ. ἔστι δὲ[74] τῆς ὑπὸ ΖΓΑ διπλῆ διὰ τὸ δύο ταῖς ἐντὸς ἴσαις οὔσαις ἴσην εἶναι· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΓΑ τῆς ὑπὸ ΒΖΓ. συνεστάτω οὖν τῇ ὑπὸ ΖΓΑ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΖΗ· παράλληλος ἄρα ἡ ΖΗ τῇ[75] ΑΓ. ἐκβεβλήσθω[76] ἡ ΓΒ ἐπὶ τὸ Λ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΑ[77]· ἴσον ἄρα τὸ ΑΖΓ τῷ ΑΛΓ μείζονι ὄντι τοῦ[78] ΑΒΓ.



[79]ἕτερον λῆμμα[80]:—

Δοθέντων δύο τριγώνων ἰσοσκελῶν καὶ ἰσοπεριμέτρων καὶ ἀνομοίων περὶ τὰς αὐτὰς βάσεις τρίγωνα συστήσασθαι ἰσοσκελῆ καὶ ὅμοια καὶ ἰσοπερίμετρα κατὰ τὸ συναμφότερον τοῖς πρώτοις καὶ δεῖξαι ὅτι τὰ ὅμοια συναμφότερα μείζονα τῶν ἀνομοίων.

ἔστωσαν δύο τρίγωνα ἰσοσκελῆ καὶ ἰσοπερίμετρα καὶ ἀνόμοια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ καὶ ἔστω μείζων ἡ ΑΓ τῆς ΕΖ, ὥστε λοιπὰς τὰς ΕΔ ΔΖ μείζονας εἶναι τῶν ΑΒΓ[81]· καὶ δέον ἔστω ποιῆσαι τὰ εἰρημένα.

ἐκκείσθω εὐθεῖα ἡ ΗΛ ἴση οὖσα τέτρασι ταῖς ΑΒΓ ΕΔΖ[82] καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ Κ[83] ἐν τῷ τῆς ΑΓ πρὸς ΕΖ λόγῳ καὶ διῃρήσθωσαν αἱ ΗΚ ΚΛ δίχα τοῖς ΘΜ.

[66] ΔΖ] ΑΖ SN : Δ corr. ex litt. ignota m. rec. V et m. 2 P : *dz* Lat.
[67] ἐστὶν] om. S.
[68] ΖΑ] ΑΖ fecit ex ΖΑ m. 2 P : *za* Lat.
[69] αἱ] ἡ N.
[70] post μείζους add. εἰσὶ m. 2 P.
[71] ΑΒΓ] ΑΒ ΒΓ sed sec. Β add. m. 2 ΖΡ : *abg* Lat.
[72] γωνίας] γωνίαι VZ : *angulo* Lat : ante γωνίας suppl. ἄρα Hultsch.
[73] post μείζων in comp. suppl. ἐστὶ m. 2 P.
[74] post δὲ in comp. suppl. καὶ m. 2 P.
[75] τῇ] ex corr. m. 2 P : τῆς VSN.
[76] ἐκβεβλήσθω] ἐμβεβλήσθω P.
[77] ΛΑ] ΛΔ S : *la* Lat.
[78] τοῦ] corr. ex τῷ m. 2 P.
[79] incipit M.
[80] ἕτερον λῆμμα] om. SN : ἕτερον λῆμμα δεύτερον suppl. m. 2 S : om. Lat.
[81] ΑΒΓ] ΑΒ ΒΓ ΖΝ : secundum Β suppl. m. 2 P et m. rec. V : *abg* Lat.
[82] ΑΒΓ ΕΔΖ] ΑΒ ΒΓ ΕΔ ΔΖ N et ex ΑΒΓ ΕΔΖ corr. m. 2 P : *abg edz* Lat.
[83] Κ in ras. 7 litt. m. 2 P.

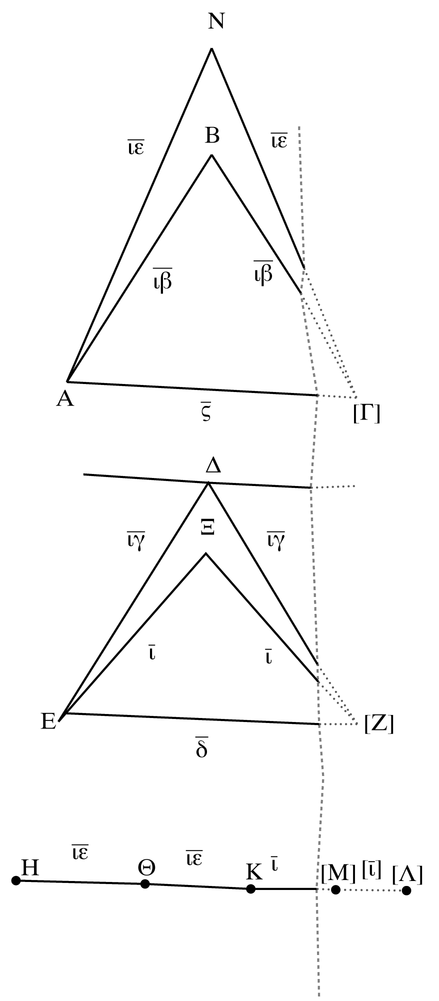
ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΒΓ[84] μείζους οὖσαι τῆς ΑΓ ἐλάττους εἰσὶν ἢ ἡμίσειαι τῆς ΗΛ, ἡ δὲ ΗΚ μείζων ἢ ἡμίσεια[85], μείζονες[86] αἱ ΗΘΚ[87] τῆς ΑΓ, ὥστε τῶν ΑΓ ΗΘ ΘΚ[88] δύο ὁποιαιοῦν ληφθεῖσαι τῆς λοιπῆς μείζους εἰσί. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΕΖ ἡ ΗΚ πρὸς[89] ΚΛ καὶ ἐναλλάξ, ἐλάττων δὲ ἡ ΑΓ τῆς ΗΚ[90], ἐλάττων ἄρα καὶ ἡ ΕΖ τῶν ΚΜΛ[91], ὥστε καὶ τῶν ΕΖ ΚΜ ΛΜ[92] δύο ὁποιαιοῦν[93] λαμβανόμεναι τῆς λοιπῆς μείζους εἰσί. συνεστάτω οὖν ἐκ μὲν τριῶν τῶν ΑΓ ΗΘΚ[94] τρίγωνον τὸ ΑΝΓ[95] ἐκ δὲ τριῶν τῶν ΕΖ ΚΜ ΜΛ τὸ ΞΕΖ· φανερὸν γὰρ ὅτι τὸ μὲν Ν ἀνωτέρω τοῦ Β πίπτει τὸ δὲ Ξ κατωτέρω τοῦ Δ διὰ τὸ τὴν μὲν ΗΚ μείζονα εἶναι τῶν ΑΒΓ[96] τὴν δὲ ΚΛ ἐλάττονα τῶν ΕΔΖ[97]. τὰ δὴ ΑΝΓ ΞΕΖ ἰσοσκελῆ τέ εἰσι καὶ ἰσοπερίμετρα[98] τοῖς ΑΒΓ ΕΔΖ.

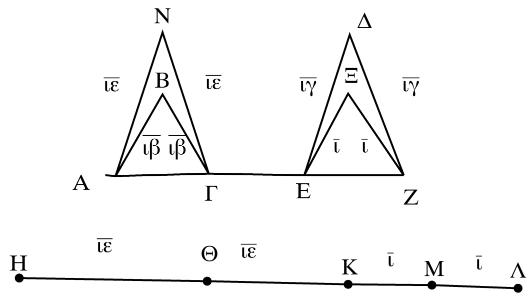
λέγω δὴ ὅτι καὶ ὅμοιον τὸ ΑΝΓ τῷ ΞΕΖ.

ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΚΗ πρὸς ΗΘ[99] ἡ ΛΚ[100] πρὸς ΚΜ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΗΚ πρὸς ΚΛ, τουτέστιν ἡ ΑΓ πρὸς ΕΖ, ἡ ΘΗ πρὸς ΚΜ, τουτέστιν ἡ[101] ΝΑ πρὸς ΞΕ, καὶ ἐναλλὰξ[102] ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΝ ἡ ΖΕ πρὸς ΕΞ διὰ τὸν τῆς ἰσότητος λόγον· ἴσαι[103] γὰρ[104] καὶ αἱ μὲν ΑΝ ΝΓ[105] ἀλλήλαις αἱ δὲ ΕΞ ΞΖ πάλιν ἴσαι ἀλλήλαις[106]· ὡς[107] δὲ ἡ ΑΝ πρὸς ΝΓ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΖ· καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὥστε ὅμοιον τὸ ΝΑΓ τῷ ΞΕΖ.

ὅτι δὲ καὶ μείζονά ἐστι τὰ ΑΝΓ ΕΞΖ τῶν ΑΒΓ ΕΔΖ δειχθήσεται προσληφθέντος[108] εἰς αὐτὸ λημματίου τινὸς τοιούτου:—

[84] ΑΒΓ] ΑΒ ΒΓ N et ex ΑΒΓ corr. m. 2 P : *abg* Lat.
[85] ἢ ἡμίσεια Hultsch : ἢν ἡμισείας S et m. 2 P : ἢν ἡμίσεια MVZN : *dimidia* Lat.
[86] post μείζονες add. ἄρα N et in comp. m. 2 P.
[87] ΗΘΚ] ΗΘ ΘΚ N et ex ΗΘΚ corr. m. 2 P.
[88] ΘΚ] subscr. M.
[89] post πρὸς add. τὴν N.
[90] ΗΚ] ΗΘ ΘΚ ex ΗΚ corr. m. 2 P : *ik* Lat.
[91] ΚΜΛ] ΚΜ ΜΛ N et ex ΚΛ corr. m. 2 P : *kml* Lat.
[92] ΛΜ] ΜΛ ex ΛΜ fecit m. 2 P : *ml* Lat.
[93] ὁποιαιοῦν] οὖν suprascr. m. 1 N : ὁποιοῦν M : αι add. in marg. m. 2 P.
[94] ΗΘΚ] ΗΘ ΘΚ N et ex ΗΘΚ corr. m. 2 P : *it tk* Lat.
[95] ΑΝΓ] N corr. ex H m. 2 P : *ang* Lat.
[96] ΑΒΓ] ΑΒ ΒΓ N et ex ΑΒΓ corr. m. 2 P : *abg* Lat.
[97] ΕΔΖ] ΕΔ ΔΖ N et ex ΕΔΖ corr. m. 2 P : *edz* Lat.
[98] post ἰσοπερίμετρα add. κατὰ τὸ συναμφότερον m. 2 P.
[99] ΚΗ πρὸς ΗΘ] ΚΝ πρὸς ΝΘ S : *ki ad it* Lat.
[100] ΛΚ] Λ suprascr. m. 1 S.
[101] ΑΓ πρὸς – τουτέστιν ἡ] marg. m. 2 Z signo adposito et κείμενον adscripto.
[102] post ἐναλλὰξ suppl. ἄρα Hultsch.
[103] ἴσαι] ἴση SN et -η ex -αι fecit m. 2 Z : *equales* Lat.
[104] γάρ] ἄρα ex γὰρ fecit m. 2 P : *enim* Lat.
[105] post ΝΓ add. ἴσαι m. 2 Z.
[106] αἱ δε – ἀλλήλαις] marg. m. 2 Z signo adposito et κείμενον adscripto : διὰ τὸν — ἀλλήλαις fort. delendum (nam sequentem assertionem explicat) : scholium alieno loco insertum put. Hultsch.
[107] ὡς] ex αἱ m. 2 Z.
[108] προσληφθέντος] προλ- S : *assumpto* Lat.





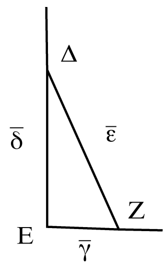
ἕτερον λῆμμα[109]:—

Ἐὰν ὦσι δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ὅμοια τὸ ἀπὸ τῶν ὑποτεινουσῶν τὰς ὀρθὰς ὡς ἀπὸ μιᾶς[110] ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ὡς ἀπὸ μιᾶς ἑκατέρας δυάδος τῶν ὁμολόγων.

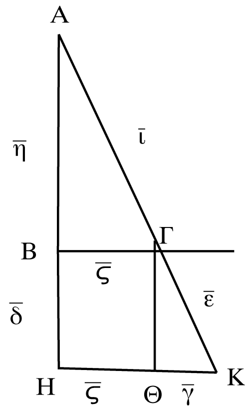
ἔστωσαν δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ὅμοια τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΓ ΔΖ[111] ὡς ἀπὸ μιᾶς ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΒ ΔΕ ὡς ἀπὸ μιᾶς[112] καὶ τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΓ ΕΖ ὡς ἀπὸ μιᾶς.

ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ ΑΓ καὶ κείσθω τῇ ΔΕ ἴση ἡ ΒΗ καὶ διὰ τῶν ΗΓ ταῖς ΒΓ ΑΗ παράλληλοι[113] αἱ ΗΚ ΓΘ.

[109] ἕτερον λῆμμα] om. SN : ἕτερον λῆμμα τρίτον suppl. m. 2 S : om. Lat.
[110] τὰς ὀρθὰς ὡς ἀπὸ μιᾶς] verba ignota in marg. et in ras. m. 2 S.
[111] Z] in ras. m. 2 P.
[112] ἴσον ἐστὶ – ἀπὸ μιᾶς] marg. m. 2 Z signo adposito et κείμενον adscripto.
[113] post παράλληλοι add. ἤχθωσαν N : suprascr. m. 2 P.



ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΘΚ[114] τρίγωνον τῷ ΑΒΓ· καὶ γὰρ ἑκάτερον αὐτῶν τῷ ὅλῳ· καὶ ἔστι τὸ ΑΒΓ ὅμοιον τῷ ΔΕΖ· καὶ τὸ ΓΚΘ ἄρα ὅμοιον τῷ ΔΕΖ. καὶ ἔστιν ἡ ΓΘ τῇ ΔΕ ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ μὲν ΔΖ τῇ ΓΚ ἡ δὲ ΕΖ τῇ ΘΚ, ὥστε συναμφότερος[115] ἡ ΑΓ ΔΖ ἐστὶν ἡ[116] ΑΚ, συναμφότερος δὲ ἡ ΑΒ ΔΕ ἐστὶν ἡ ΑΗ, συναμφότερος δὲ ἡ ΒΓ ΕΖ ἡ ΗΚ, καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ἀπὸ[117] ΑΚ τοῖς ἀπὸ ΑΗ ΗΚ[118]:—



Προληφθέντος τούτου δειχθήσεται τὸ προσεχῶς προκείμενον, τουτέστιν ὅτι μείζονά ἐστι τὰ ΑΝΕ ΕΞΖ τρίγωνα τῶν ΑΒΕ[119] ΔΕΖ[120].

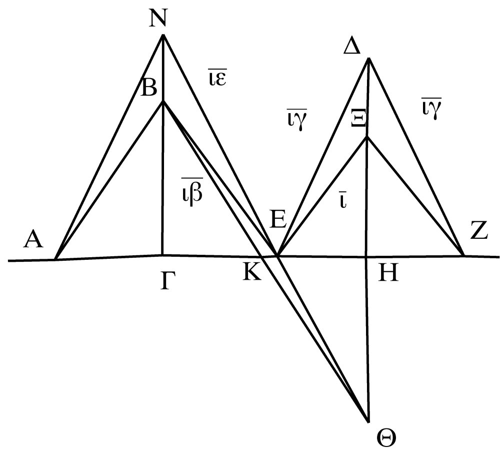
ἐπιζευχθεῖσαι γὰρ αἱ ΝΒ ΔΞ ἐκβεβλήσθωσαν[121]. κάθετοι ἄρα εἰσὶν ἐπὶ τὰς ΑΕ[122] ΕΖ διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὰ τρίγωνα. κείσθω οὖν τῇ ΔΗ ἴση ἡ ΗΘ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΕ, ἥτις δηλονότι οὐκ ἔστιν ἐπ' εὐθείας τῇ ΒΕ, ἵνα μὴ[123] τῶν κατὰ κορυφὴν γωνιῶν ἴσων γινομένων ἡ ὑπὸ ΒΕΓ ἴση γένηται τῇ ὑπὸ ΔΕΖ[124], ἀλλὰ καὶ ἐλάσσων τῆς ὑπὸ ΞΕΖ[125]· ὅπερ ἄτοπον. διὰ δὴ τοῦτο ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ· τεμεῖ δὴ καὶ αὐτὴ τὴν ΑΕ[126] μεταξὺ τῶν ΓΕ διὰ τὸ μὴ γενέσθαι τριγώνου τὰς δύο γωνίας ἤτοι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ἢ δύο ὀρθῶν μείζονας[127].

ἐπεὶ οὖν ἴσαι αἱ[128] τέσσαρες αἱ ΑΝ ΝΕ ΕΖ[129] ΖΞ[130] τέτρασι ταῖς ΑΒ ΒΕ ΕΔ ΔΖ, καὶ αἱ ἡμίσειαι ταῖς ἡμισείαις ἴσαι, αἱ ἄρα ΝΕ ΕΞ ταῖς ΔΕ ΕΒ, τουτέστι ταῖς ΘΕ[131] ΕΒ, ἴσαι εἰσίν, ὥστε τῆς ΘΒ μείζους αἱ ΝΕ ΕΞ, ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ[132]

[114] ΓΘΚ] ΓΚΘ S : *gtk* Lat.
[115] post συναμφότερος desideratur μὲν.
[116] ἐστὶν ἡ] Hultsch : ἐστὶ (-ν M) τῇ MVZSN : ἴση ἐστὶ τῇ fecit ex ἐστὶν τῇ m. 2 P : *ei que est* Lat.
[117] ἀπὸ] om. M Lat.
[118] immerito lac. post. Hultsch.
[119] ΑΒΕ] ΒΕ ex litt. ign. corr. m. rec. V : *abg* Lat.
[120] ΔΕΖ] ΕΔΖ N.
[121] post ἐκβεβλήσθωσαν add. in marg. κατὰ τὰ Γ καὶ Η σημεῖα τῶν ΑΕ ΕΖ βάσεων sign. б adpos. m. 2 P.
[122] ΑΕ] ΔΕ N.
[123] ἡ γὰρ ὑπὸ ΔΕΖ γωνία ἴση γίνεται τῇ ὑπὸ ΖΕΘ διὰ τὸ ἴση εἶναι καὶ τὴν ΘΗ τῇ ΗΔ κοινὴν δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς τὴν ΗΕ in marg. scholium m. 1 V et sign. cχ° adpos. m. 1 M).
[124] ΔΕΖ] ΔΕΗ P.
[125] ἀλλὰ καὶ ἐλάσσων τῆς ὑπὸ ΞΕΖ delend. put. Hultsch.
[126] ΑΕ] ΔΕ N.
[127] εἰ μὲν γὰρ ἡ ΒΘ διὰ τοῦ Γ ἔλθῃ ἔσται τὸ ΓΗΘ τρίγωνον ἔχον τὰς ΓΗ ὀρθὰς γωνίας β εἰ δὲ μεταξὺ τῶν ΑΓ σημείων πέσῃ ἡ ΒΘ τυχὸν κατὰ τὸ Ρ ἔσται μὲν ἡ ὑπὸ ΒΡΓ γωνία ὀξεῖα ἡ δ' ἐφεξῆς αὐτῇ ἡ ὑπὸ ΘΡΓ ἀμβλεῖα ὥστε τοῦ ΡΗΘ τριγώνου αἱ β γωνίαι δύο ὀρθῶν ἔσονται μείζους in marg. scholium m. 1 V et sub fig. in fol. subseq. sign. cχ° adpos. m. 1 M : recepit cum var. lect. rec. byz.
[128] αἱ] codd. : delend. put. Hultsch.
[129] ΕΖ] ΕΞ ex ΕΖ corr. m. 2 P.
[130] ΖΞ] ΞΖ M et ex ΖΞ corr. m. 2 P : *xz* Lat.
[131] ΘΕ S] ΣΘΕ MVZ : fort. ΣΘ scr. dein eras. et ΘΕ scr. N : Σ eras. m. 2 P : *te* Lat.
[132] ἀπὸ] suprascr. in comp. m. 2 P.

συναμφοτέρου τῆς ΝΕ ΞΕ[133] ὡς ἀπὸ μιᾶς μεῖζον τοῦ ἀπὸ ΘΒ. καὶ ἔστι τῷ μὲν ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΝΕ[134] ΞΕ ἴσον τό[135] τε ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΝΓ ΞΗ[136] καὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΕ ΕΗ[137]· ὅμοια γὰρ τὰ ΝΓΕ ΕΞΗ[138] τρίγωνα καὶ ἡμίση[139] ὄντα τῶν ὁμοίων· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΘΒ ἴσον τό τε ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΓ ΘΗ καὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου[140] τῆς ΓΚ ΚΗ[141]· ὅμοια γὰρ πάλιν τὰ τρίγωνα διὰ τὰς παραλλήλους· μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΝΓ[142] ΞΗ μετὰ τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΕ ΕΗ, τουτέστι τοῦ[143] ἀπὸ ΓΗ, τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΓ[144] ΘΗ, εἴτουν[145] τῆς ΔΗ, μετὰ τοῦ ἀπὸ[146] συναμφοτέρου τῆς ΓΚ ΚΗ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΓΗ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΓΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΝΓ ΞΗ μεῖζον τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΔΗ ΒΓ, ὥστε καὶ συναμφότερος ἡ ΝΓ ΞΗ μείζων συναμφοτέρου τῆς ΔΗ ΒΓ. κοιναὶ ἀφῃρήσθωσαν αἱ ΒΓ ΞΗ, τουτέστι μὴ πρὸς ἅπαξ ἀλλὰ ἀπὸ συναμφοτέρου μὲν τῆς ΝΓ ΞΗ αἱ ΒΓ ΞΗ[147] ἀπὸ συναμφοτέρου δὲ τῆς ΔΗ ΒΓ αἱ αὐταὶ ΞΗ ΒΓ· τούτου γὰρ γινομένου καὶ δὶς ἀφαιρουμένων τῶν ΒΓ ΞΗ λοιπαὶ αἱ ΝΒ ΔΞ μείζων μὲν ἡ ΝΒ ἐλάττων δὲ ἡ ΔΞ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΓΕ τῆς ΕΗ μείζων, ἐπειδήπερ καὶ ὅλη τῆς ὅλης· καὶ τὸ[148] ὑπὸ ΝΒ ΓΕ ἄρα μεῖζον τοῦ ὑπὸ ΔΞ ΕΗ, ὥστε καὶ τὰ ἡμίση· μεῖζον[149] ἄρα τὸ ΝΒΕ τρίγωνον τοῦ ΔΕΞ τριγώνου. [150]καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΕΝ κοιλογώνιον μεῖζον τοῦ ΕΞΖΔ κοιλογωνίου[151]. κοινὰ προσκείσθωσαν[152], τουτέστιν οὐχ ἅπαξ ἀλλὰ δὶς προστιθέσθωσαν[153], τὰ[154] ΑΒΕ ΕΞΖ τρίγωνα ἑκατέρῳ τῶν ΑΒΕΝ καὶ ΕΞΖΔ κοιλογωνίων· τὰ ἄρα ΝΑΕ ΕΞΖ μείζονά ἐστι[155] τῶν ΑΒΕ ΕΔΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

[133] ΞΕ] corr. ex ΕΞ m. 1 S m. 2 P.
[134] ΝΕ] ΝΒ M : *ne* Lat.
[135] τό] τῷ N.
[136] ΞΗ] ΞΝ S : *xi* Lat.
[137] ΕΗ] ΕΝ M : *ei* Lat.
[138] ΝΓΕ ΕΞΗ] ΝΓ ΕΞΗ MVZSN : Ε suppl. m. 2 P.
[139] καὶ ἡμίση] ἡμίσει M : *et* om. Lat.
[140] συναμφοτέρου τῆς ΒΓ ΘΗ καὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου] αμφοτέρου τῆς ΒΓ ΘΗ καὶ τὸ ἀπὸ συν add. in marg. m. 1 M.
[141] τὰς ΗΓ ΔΗ in marg. scholium m. 1 MVZ.
[142] ΝΓ] ΗΓ S et fort. N : *ng* Lat.
[143] τοῦ corr. ex τὸ m. 2 S.
[144] ΒΓ] ΗΓ N : *bg* Lat.
[145] εἴτουν] N et fort. S : ήτουν MVZP sed ει- ex η- fecit m. 2 Z : ἤτοι Hultsch : *scilicet* Lat.
[146] ἀπὸ] suprascr. m. 2 P.
[147] ΞΗ αἱ ΒΓ ΞΗ] ΞΝ αἱ ΒΓ ΞΝ S : *xi ille que sunt bg xi* Lat.
[148] τὸ] suprascr. m. 2 P.
[149] μεῖζον] μείζονα M : *maius* Lat.
[150] immerito lac. post. Hultsch.
[151] μεῖζον – τριγώνου] suprascr. m. 2 Z : post κοιλογωνίου add. τριγώνου codd. et Lat. : recte delend. put. Hultsch.
[152] προσκείσθωσαν] προκείσθωσαν PN : *apponantur* Lat.
[153] τουτέστιν – προστιθέσθωσαν delend. put. Hultsch.
[154] τὰ] τὸ N.
[155] ἐστι] εἰσι comp. Z.



Τούτων δεδειγμένων προκείσθω δεῖξαι τὸ πρότερον εἰρημένον ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων καὶ ἰσοπληθοπλεύρων[156] εὐθυγράμμων μεῖζόν ἐστι τὸ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον.

ἔστω γὰρ ἑξάγωνον τὸ ΑΒΔΜΕΓ[157] καὶ ὑποκείσθω μεῖζον ὂν πάντων[158] τῶν ἰσοπεριμέτρων αὐτῷ καὶ ἰσοπληθοπλεύρων[159] σχημάτων· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσόπλευρόν ἐστι καὶ ἰσογώνιον.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω πρότερον μὴ ἰσόπλευρον καὶ ἔστω μείζων ἡ ΒΑ[160] τῆς ΑΓ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ καὶ τριγώνου ὄντος ἀνισοσκελοῦς τοῦ ΒΑΓ ἐπὶ τῆς ΒΓ συνεστάτω τρίγωνον ἰσοσκελὲς καὶ[161] ἰσοπερίμετρον τῷ ΑΒΓ τὸ ΒΘΓ· ὡς γὰρ δεῖ ποιεῖν δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ τῶν προληφθέντων· μεῖζον ἄρα τὸ ΓΘΒ τοῦ ΓΑΒ· καὶ τοῦτο γὰρ ἐν τῷ αὐτῷ δέδεικται. κοινὸν προσκείσθω[162] τὸ ΒΔΜΕΓ πεντάγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΘΒΔΜΕΓ μεῖζον[163] τοῦ ΑΒΔΜΕΓ καὶ ἔστιν αὐτῷ ἰσοπερίμετρον· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ πάντων μεῖζον· οὐκ ἄρα ἀνισόπλευρόν ἐστι.

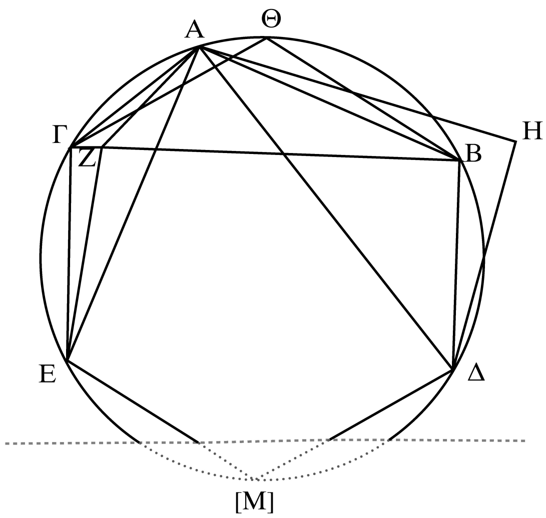
λέγω δὴ ὅτι οὐδὲ ἀνισογώνιον.

εἰ γὰρ δυνατόν ἔστω ἡ ὑπὸ ΑΒΔ μείζων[164] τῆς ὑπὸ ΑΓΕ. [165]ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ ΑΕ.

ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΑΓ ΓΕ δυσὶ ταῖς ΑΒ ΒΔ ἴσαι, γωνία δὲ γωνίας μείζων, μείζων[166] καὶ ἡ ΔΑ βάσις τῆς ΑΕ βάσεως. δύο οὖν ἀνομοίων ὄντων τριγώνων

[156] ἰσοπληθοπλεύρων] ἰσοπλϊθοπλεύρων καὶ N.
[157] ἑξάγωνον τὸ ΑΒΔΜΕΓ] ἑξάγωνα τὰ ΑΒΔ ΜΕΓ VZSPN.
[158] πάντων] om. P.
[159] ἰσοπληθοπλεύρων] ἰσοπλϊθοπλεύρων N.
[160] ΒΑ] post 1 litt. eras. N.
[161] καὶ] om. M Lat.
[162] προσκείσθω] προκείσθω P.
[163] μεῖζον] μείζονα M.
[164] ΑΒΔ μείζων M] ΑΔΒ μεῖζον VZ sed ex -ο- fecit -ω- m. 2 Z : ΑΔΒ μείζων SN : ΔΒ in ras. et fort. comp.⁀ ex` fecit m. 2 P : *abd maior* Lat.
[165] ante ἐπεζεύχθωσαν add. καὶ M : *et* add. Lat.
[166] post μείζων add. ἄρα N.

ἰσοσκελῶν τῶν ΑΒΔ ΑΓΕ[167] ἐπὶ τῶν ΑΔ ΑΕ συνεστάτω ὅμοια τρίγωνα ἰσοσκελῆ ἰσοπερίμετρα αὐτοῖς τὰ ΑΗΔ ΑΖΕ[168]· ὅπως γὰρ δεῖ[169] ποιεῖν εἴρηται· μείζονα[170] ἄρα τὰ ΑΗΔ ΑΕΖ τῶν ΑΒΔ ΑΓΕ. κοινὸν προσκείσθω[171] τὸ ΑΔΜΕ τετράπλευρον[172]· ὅλον ἄρα τὸ ΑΗΔΜΕΖ ἑξάγωνον μεῖζον τοῦ ΑΒΔΜΕΓ ἰσοπερίμετρον αὐτῷ ὄν· ὅπερ ἄτοπον·[173] οὐκ ἄρα ἀνισογώνιόν ἐστι. ἰσογώνιον ἄρα ἐδείχθη καὶ ἰσόπλευρον· τὸ ἄρα μέγιστον τῶν ἰσοπεριμέτρων ἰσοπληθοπλεύρων[174] ἰσόπλευρόν ἐστι καὶ ἰσογώνιον, ὥστε καὶ ἀνάπαλιν[175]· ὅπερ προέκειτο δεῖξαι:—



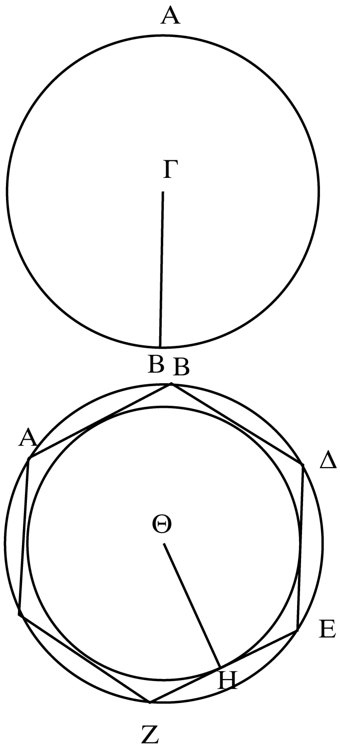
Τούτου[176] δεδειγμένου[177] δειχθήσεται καὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς προτεθέν, δι' ὃ[178] καὶ ταῦτα προελήφθη, ὅτι ὁ κύκλος πάντων τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων μείζων[179] ἐστίν.

ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθη ὅτι πάντων τῶν ἰσοπεριμέτρων καὶ ἰσοπληθοπλεύρων[180] σχημάτων μεῖζόν ἐστι τὸ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον, ἐὰν δειχθῇ παντὸς ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου ἰσοπεριμέτρου τῷ κύκλῳ μείζων[181] ὁ κύκλος δῆλον ὅτι ἔσται δεδειγμένον τὸ ζητούμενον.

[167] ΑΓΕ] ΑΕΓ S : *age* Lat.
[168] ΑΖΕ] ΑΕΖΕ S sed primum Ε erasum.
[169] δεῖ] δὴ M : *oporteat* Lat.
[170] μείζονα] μεῖζον VZSP sed corr. m. 1 Z : *maiora* Lat.
[171] προσκείσθω] προκείσθω P.
[172] τετράπλευρον] πλευ supra ras. suprascr. m. 1 S.
[173] lac. post. Hultsch.
[174] ἰσοπληθοπλεύρων] ἰσοπλϊθοπλεύρων N.
[175] ὥστε καὶ ἀνάπαλιν] delend. put. Hultsch.
[176] post τούτου add. δὲ M : *autem* add. Lat.
[177] δεδειγμένου] δεδειμένου M.
[178] δι' ὃ] Hultsch : διὸ codd.
[179] μείζων] μεῖζον S.
[180] ἰσοπληθοπλεύρων] ἰσοπλϊθοπλεύρων N.
[181] μείζων] μεῖζον Z.

ἔστω οὖν κύκλος μὲν ὁ ΑΒ ἰσοπερίμετρον δὲ αὐτῷ πολύγωνον τὸ ΔΕΖ· λέγω ὅτι μείζων[182] ἐστὶν ὁ κύκλος τοῦ πολυγώνου.

ἐγγεγράφθω[183] γὰρ εἰς τὸ ΔΕΖ πολύγωνον κύκλος οὗ κέντρον τὸ Θ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΗ· κάθετος ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΕΖ. ἔστω δὲ καὶ τοῦ ΑΒ κέντρον μὲν τὸ Γ ἐκ τοῦ κέντρου δὲ ἡ ΓΒ.

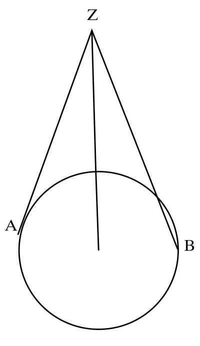


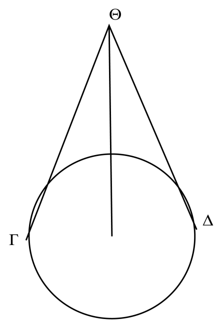
ἐπεὶ οὖν ἰσοπερίμετρός ἐστιν ὁ κύκλος τῷ ΔΕΖ πολυγώνῳ, ἡ δὲ περίμετρος τοῦ ΔΕΖ μείζων τῆς περιμέτρου τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου κύκλου, μείζων ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ἐν τῷ ΔΕΖ ἐγγεγραμμένου κύκλου, ὥστε καὶ ἡ ΓΒ τῆς ΘΗ μείζων. καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ τῆς ΘΗ καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου διπλάσιον τοῦ πολυγώνου[184] τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΓΒ καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου διπλάσιον τοῦ κύκλου· μεῖζον ἄρα τὸ διπλάσιον τοῦ διπλασίου[185], ὥστε καὶ τὸ ἥμισυ τοῦ ἡμίσεως[186]· μείζων ἄρα ὁ κύκλος τοῦ πολυγώνου. ὅτι δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ[187] κύκλου διπλάσιον τοῦ κύκλου δέδεικται Ἀρχιμήδει ἐν τῇ μετρήσει τοῦ κύκλου· ἀπέδειξεν γὰρ ὅτι πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν ἡ δὲ λοιπὴ τῇ περιμέτρῳ τοῦ κύκλου[188]:—

Ὅτι καὶ τῶν ἰσοπεριμέτρων στερεῶν[189] μείζων ἡ σφαῖρα[190]:—

Νενοήσθω[191] δὴ πρῶτον στερεὸν περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν, ὡς ἐλαμβάνετο καὶ ἐν τοῖς Ἀρχιμήδους, οὗ ἡ γένεσις ἦν πολυγώνου[192] περιγραφομένου εἰς[193] κύκλον οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται καὶ φερομένου περὶ μένουσαν τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον. ἔστω δὴ τῷ τοιούτῳ

[182] μείζων] μειζον M.
[183] ἐγγεγράφθω] ἐγγράφθω N.
[184] πολυγώνου] πολυγ$^{\omega}$ M.
[185] τὸν διπλάσιον τοῦ διπλασίου Mτὸν διπλάσιον τοῦ κύκλου VZSN : τὸν διπλάσιον τοῦ κύκλου sed sign. adpos. suppl. τοῦ διπλασίου τοῦ πολυγώνου in marg. m. 2 P : *duplum duplo* Lat.
[186] ἡμίσεως] -εος P.
[187] τοῦ] bis M.
[188] κύκλου] ἡλίου in comp. VZ et fort. N et in litt. S : κύκλου in comp. in ras. m. 2 P : *circuli* Lat.
[189] στερεῶν] εὐθειῶν MVZN : στερεῶν ex εὐθειῶν fecit m. 2 P et m. 2 N.
[190] titulum om. S : *omnium isoperimetrorum solidorum maximum est spera* Lat.
[191] νενοήσθω] νενοείσθω MVZS sed -η- ex ει- fecit m. 2 Z : corr. m. 2 P.
[192] πολυγώνου] πολυγ$^{\omega}$ VZ sed ου suprascr. m. 2 Z.
[193] εἰς] codd. : περὶ τοῦ con. Hultsch.





στερεῷ ἰσοπερίμετρος σφαῖρα· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου στερεοῦ.

νενοήσθω[194] γὰρ εἰς τὸ στερεὸν ἐγγεγραμμένη σφαῖρα· ἐλάττων ἄρα ἐστὶ τῆς ἰσοπεριμέτρου[195] τῷ στερεῷ. ἐκκείσθω οὖν κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ[196] τοῦ στερεοῦ ὁ ΑΒ καὶ νενοήσθω[197] ἀπὸ τοῦ ΑΒ κώνος ὕψος ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸ στερεὸν σφαίρας· ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ στερεῷ· τοῦτο γὰρ δέδεικται Ἀρχιμήδει. ἐκκείσθω δὴ ὁμοίως καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας τῆς ἰσοπεριμέτρου τῷ στερεῷ ἴσος κύκλος ὁ ΓΔ καὶ ἀπ' αὐτοῦ κῶνος ὕψος ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· μείζων ἄρα ἐστὶν[198] τοῦ ΑΒΖ κώνου· ἐπὶ γὰρ ἴσων βάσεων ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη καὶ μεῖζον τὸ ὕψος τοῦ ΓΔΘ κώνου τοῦ ΑΒΖ[199], ἐπειδήπερ καὶ ἡ σφαῖρα τῆς σφαίρας. καὶ ἔστιν ὁ μὲν ΓΔΘ κῶνος ἴσος τῇ σφαίρᾳ, ὡς συνάγεται ἐκ τῶν Ἀρχιμήδους, ὁ δὲ ΑΒΖ ἴσος τῷ στερεῷ· μείζων ἄρα ἡ σφαῖρα τοῦ στερεοῦ.

ὅτι δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων ἴσον κύκλον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ τῇ σφαίρᾳ ἐπιλογίζεται ἐκ τῶν Ἀρχιμήδους οὕτως.

ἐπεὶ γὰρ ἔδειξεν ὅτι ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον ὕψος δὲ τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας[200], ὁ δὲ τοιοῦτος κύλινδρος ἑξαπλάσιός ἐστι κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου, τετραπλασίων[201] ἡ σφαῖρα τοῦ τοιούτου κώνου. ἔστι δὲ τοῦ αὐτοῦ τετραπλασίων καὶ ὁ κῶνος ὁ[202] ὕψος μὲν ἔχων τὸ αὐτὸ βάσιν δὲ ἴσην τῇ[203] ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας[204]· ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τετραπλασίων τοῦ μεγίστου κύκλου· ἴση[205] ἄρα ἡ σφαῖρα[206] τῷ εἰρημένῳ κώνῳ[207].

[194] νενοήσθω] νενοείσθω MVZS sed -η- ex ει- fecit m. 2 Z : corr. m. 2 P.
[195] ἰσοπεριμέτρου] ἰσοπεριμε VZ sed ου supr. m. 2 Z.
[196] ἐπιφανείᾳ] ἐπιφανία M.
[197] νενοήσθω] νενοείσθω MVZS sed -η- ex ει- fecit m. 2 Z : corr. m. 2 P.
[198] post ἐστὶν suprascr. ὁ ΓΔΘ κῶνος m. 2 P.
[199] κώνου – ΑΒΖ] marg. m. 2 Z signo adposito et κείμενον adscripto.
[200] τῆς σφαίρας] τῇ σφαίρᾳ VZSPN.
[201] post τετραπλασίων suprascr. ἄρα in comp. m. 2 P.
[202] ὁ] suprascr. M.
[203] τῇ] τὴν N.
[204] τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας] τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαι in ras. m. 2 P.
[205] ante ἴση add. ὥστε codd. : *quare* Lat.
[206] post σφαῖρα add. ἐστιν N.
[207] κώνῳ] κόνῳ Z.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ[208] τῆς σφαίρας ἴσην ἔχον[209] ἐπιφάνειαν στερεὸν πολύεδρον σφαίρᾳ περιλαμβανόμενον· λέγω ὅτι μείζων ἡ σφαῖρα τοῦ στερεοῦ.

νενοήσθω[210] γὰρ πάλιν ὁ τῇ σφαίρᾳ[211] ἴσος κῶνος βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτῆς ὕψος δὲ[212] τὴν ἐκ τοῦ κέντρου, ὡς ὁ ΓΔΘ[213], τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ στερεοῦ ἴσον πολύγωνον[214] ἀφ' οὗ πυραμὶς ἴσον ὕψος ἔχουσα τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγραφομένης εἰς τὸ στερεὸν σφαίρας· μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῆς πυραμίδος· ἐπὶ γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι καὶ[215] μεῖζον τὸ[216] ὕψος τοῦ κώνου τοῦ ὕψους τῆς πυραμίδος, ἑκάτερον δὲ τρίτον τοῦ ὑπὸ τῆς βάσεως καὶ τοῦ ὕψους, ὁ μὲν τοῦ κυλίνδρου ἡ δὲ τοῦ πρίσματος[217]. καὶ ἔστιν ἡ πυραμὶς ἴση τῷ πολυέδρῳ· ἐπειδήπερ τὸ ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς εἰς τὸ πολύεδρον ἐγγεγραμμένης σφαίρας καὶ ἑκάστης ἕδρας τοῦ πολυέδρου στερεὸν τριπλάσιόν ἐστι τῆς κατ' αὐτὴν τὴν ἕδραν πυραμίδος[218]· ὥστε[219] τὸ ὑπὸ τῆς ἐκ[220] τοῦ[221] κέντρου καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ στερεοῦ πολυέδρου συναγόμενον στερεὸν τριπλάσιόν ἐστι τοῦ στερεοῦ πολυέδρου. ἔστι δὲ καὶ τῆς πυραμίδος τῆς ἰσοϋψοῦς καὶ περὶ τὴν αὐτὴν βάσιν τριπλάσιον τὸ αὐτὸ στερεόν· τὴν αὐτὴν δὲ βάσιν φημὶ τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πολυέδρου· ἴση ἄρα ἡ πυραμὶς τῷ πολυέδρῳ ἐλάττων οὖσα τοῦ κώνου τοῦ ἴσου τῇ σφαίρᾳ, ὥστε καὶ τὸ στερεὸν πολύεδρον ἔλαττον[222] τῆς σφαίρας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

Λοιπὸν δὴ ἀναγκαίου ὄντος τοῦ δειχθῆναι αὐτὴν καὶ τῶν μὴ σφαίρᾳ περιλαμβανομένων[223] μείζονα τὴν σφαῖραν οὐδὲν προσέθηκεν ὁ ἡμέτερος φιλόσοφος, ἀλλ' ἐξ ἀναλογίας τινὸς τῆς πρὸς τὰ ἐπίπεδα πιθανολογήσας[224] ἀπεπαύσατο ζητεῖν ἡμῖν ἐπιτρέψας τὴν ἁρμόζουσαν[225] γεωμέτραις ἀπόδειξιν. καὶ τοῦτο μὲν ἡμῖν οὔπω πεπόρισται τῷ δὲ εὑρόντι[226] χάριν ὠφελείας ὁμολογήσομεν.[227]

[208] τῇ ἐπιφανείᾳ] Hultsch : τῆς ἐπιφανείας codd.
[209] ἔχον] ἔχων MVZSP.
[210] νενοήσθω] νενοείσθω VZS : -η- ex -ει- fecit m. 2 P.
[211] τῇ σφαίρᾳ] Hultsch : τῆς σφαίρας codd.
[212] δὲ] bis V.
[213] ΓΔΘ] ΓΑΘ S : *gdt* Lat.
[214] πολύγωνον] πολὺ κῶνον N.
[215] καὶ] ὡς S : *et* Lat.
[216] τὸ] om. P.
[217] ὁ μὲν τοῦ κυλίνδρου ἡ δὲ τοῦ πρίσματος] delend. put. Hultsch.
[218] ante πυραμίδος suppl. ἰσουψοῦς Hultsch.
[219] post ὥστε add. καὶ PN.
[220] τῆς ἐκ] suppl. Hultsch.
[221] τοῦ] τῆς M.
[222] ἔλαττον] ἐλάττων MVZS : corr. m. 2 P.
[223] περιλαμβανομένων] παραλαμβανομένων MVZSN : corr. m. 2 P.
[224] πιθανολογήσας] πειθανολογήσας M.
[225] ἁρμόζουσαν] -μο- in ras. N.
[226] εὑρόντι] εὑρώντι MV.
[227] ἰστέον ὅτι ὁ μέγας πάππος ταῦτα ἀπέδειξεν ἐμμελῆ ἐν τῇ ε´ βίβλῳ τῶν ἀνθηρῶν προβλημάτων in marg. scholium m. 1 MV.

Traduction

Que le cercle est plus spacieux[1] que les figures isopérimétriques

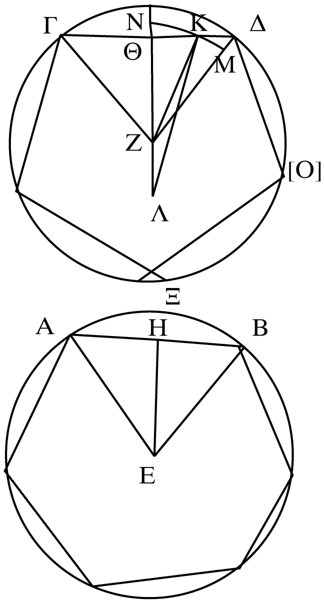
[*Théorème 1* (120.2-121.17)]

Il faut certes établir d'abord[2], comme préalable, que la <figure> plus polygonale[3] est plus grande que les <figures> rectilignes isopérimétriques équilatérales et contenues dans des cercles[4].

En effet, que soient proposées[5] deux <figures> rectilignes équilatérales et isopérimétriques AB ΓΔ et qu'elles soient entourées par des cercles[6] et soit AB plus polygonale que ΓΔ : je dis que AB est plus grande que ΓΔ.

En effet, que soient pris les centres des cercles autour d'eux, E et Z, et que soient jointes des <droites> EA EB ΓZ ZΔ, et que soient menées, à partir des centres E Z, des <droites> EH ZΘ perpendiculaires à AB ΓΔ.

Dès lors, il est évident que ΓΔ est plus grande que BA –[7] car la même chose, divisée en <parties> plus petites quant à la multitude, comme ici la division du pentagone qui est plus petite quant à la multitude que la division de l'hexagone[8], est divisée en <parties> plus grandes quant à la grandeur – et il s'agit de la « même chose » à cause de ce que l'une et l'autre <figures> ont été données comme étant[9] isopérimétriques – ; ΓΘ est donc aussi plus grande que AH. Que soit placée, égale à AH, une <droite> ΘK et que soit jointe une <droite> ZK. Puisqu'alors ΓΔ est équilatéral, cette partie que ΓΔ est du perimètre tout entier, la même partie l'est le segment sur ΓΔ[10] du cercle autour de ΓΔΟΞ[11]. <Comme ΓΔ relativement au périmètre tout entier, ainsi est donc le segment du cercle sur ΓΔ>[12] relativement au cercle tout entier, c'est-à-dire l'angle ΓZΔ relativement à 4 droits[13]. Et le périmètre de ΓΔΟ est égal à celui de ABΠ ; comme ΓΔ relativement au périmètre ABΠ, ainsi est donc <l'angle> ΓZΔ relativement à 4 droits ; mais comme le périmètre de ABΠ relativement à AB, ainsi sont quatre droits relativement à AEB ; et à égalité de rang donc[14], comme ΓΔ relativement à AB, est <l'angle> ΓZΔ relativement à AEB ; et les moitiés[15], comme ΓΘ relativement à AH, c'est-à-dire relativement à ΘK, est donc ΓZΘ relativement à AEH. Et ΓΘ relativement à ΘK a un rapport plus grand que ΓZΘ relativement à KZΘ, comme il sera démontré ; ΓZΘ relativement à AEH a donc aussi un rapport plus grand que relativement à KZΘ[16]. Et celle relativement à laquelle la même <grandeur> a un plus grand rapport, <celle-là> est plus petite[17] ; AEH est donc plus petit que KZΘ. Et <l'angle> en H est égal à celui en Θ – car chacun des deux est droit – ; <l'angle> EAH restant est donc plus grand que ZKΘ. Dès lors, que soit construit en K un <angle> ΛKΘ égal à EAH[18] et que KΛ rencontre ΘZ prolongée selon Λ ; ΛKΘ est donc équiangle à EAH. Et comme AH relativement à HE, est ΘK relativement à ΘΛ[19], et de manière alterne[20] ; et AH est égale à KΘ ; EH est donc aussi égale à ΘΛ[21], de sorte que EH est plus grande que ΘZ. Et le périmètre est égal au périmètre ; le <rectangle contenu> par le périmètre de AB et EH est donc plus grand que celui <contenu> par le périmètre de ΓΔ et ZΘ[22] , de sorte que les moitiés aussi[23] ; ABΠ est donc plus grand que ΓΔ.



[*Lemme optique*[24] (121.18-122.5)]

Et que ΓΘ relativement à ΘK a un rapport plus grand que <l'angle> ΓZΘ relativement à KZΘ, cela a été démontré par Théon dans son commentaire au Petit Astronome[25] ; néanmoins, il va être aussi démontré maintenant[26].

En effet que soit décrit un arc de cercle MKN, de centre Z et d'intervalle ZK, et que soit prolongée ZΘ jusqu'à N.

Puisqu'alors, comme ΓK relativement à KΘ, est le triangle ΓKZ relativement à KZΘ[27], ΓK relativement à KΘ a un rapport plus grand que le secteur ZMK relativement au secteur ZKN[28], et par composition ; mais comme le secteur relativement au secteur, est l'angle relativement à l'angle[29] ; ΓΘ relativement à ΘK a <donc> un rapport plus grand que l'angle ΓZΘ relativement à l'angle KZΘ[30].

[*Théorème 2 énoncé* (122.6-7)]

A la suite de cela, il faut démontrer que la <figure> équilatérale et équiangle est plus grande que les <figures> rectilignes isopérimétriques et aux côtés égaux en multitude[31].

Mais avant la démonstration de cela, il faut préalablement établir certains petits lemmes[32], et en premier celui-ci[33].

[*Lemme 1* (122.10-123.15)]

Etant donné un triangle non-isocèle, construire autour de la même base un triangle isopérimétrique et isocèle[34].

Soit un trangle non-isocèle donné ABΓ et qu'il faille faire ce qui a été dit[35].

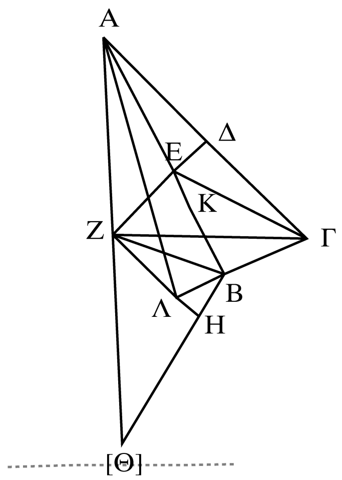
Que ΑΓ soit coupée en deux[36] selon Δ et que soit menée, à partir de Δ, une <droite> ΔΖ à <angles> droits avec ΑΓ. Et que ΑΒΓ, l'une avec l'autre, soit aussi coupée en deux selon Κ, et que ΔΖ soit, en puissance[37], <égale> à ce par quoi ΚΑ est, en puissance, plus grande que ΑΔ[38] – car il est clair qu'elle est plus grande que ΔΑ à cause de ce que ΑΕ est, en puissance, égale à ΑΔ ΔΕ[39] ; car il est aussi nécessaire que Κ soit entre Ε et Β, comme cela est assuré une fois ΕΓ jointe, laquelle est d'une part plus petite que ΓΒ ΒΕ[40], d'autre part égale à ΕΑ[41] –. Que soient alors jointes des <droites> ΖΑ ΖΓ : je dis alors que ΑΖΓ, qui est isocèle, est isopérimétrique à ΑΒΓ.

En effet, puisque <le carré> sur ΚΑ est égal à ceux sur ΑΔ ΔΖ, et que celui sur ΑΖ est aussi égal aux mêmes, ΑΖ est donc égale à ΑΚ, de sorte que les doubles aussi ; ΑΖ ΖΓ sont donc égales à ΑΒ ΒΓ ; ΑΖΓ est donc isopérimétrique à ΑΒΓ.

Je dis maintenant, en outre, que ΑΖΓ est plus grand que ΑΒΓ.

En effet, que soit jointe une <droite> ΖΒ et que soit prolongée ΖΑ et que soit placée, égale à ΖΓ, une <droite> ΖΘ et que soit jointe une <droite> ΘΒ.

Puisqu'alors ΘΒ ΒΑ sont plus grandes que ΘΑ[42], et que ΘΑ est égale à ΑΖ ΖΓ, c'est-à-dire à ΑΒ ΒΓ[43], ΘΒ ΒΑ sont donc aussi plus grandes que ΑΒ ΒΓ, de sorte que, ΑΒ étant soustraite de part et d'autre, ΘΒ est plus grande que ΒΓ. Puisqu'alors ΘΖ est égale à ΖΓ, que ΖΒ est commune et que la base est plus grande que la base, l'angle est aussi plus grand que l'angle, ΘΖΒ que ΒΖΓ[44] ; ΘΖΓ tout entier est donc plus grand que le double de ΒΖΓ. Or il est aussi le double de ΖΓΑ – à cause de ce qu'il est égal aux deux <angles> intérieurs[45], qui sont égaux[46] – ; ΖΓΑ est donc plus grand que ΒΖΓ. Que soit alors construit un <angle> ΓΖΗ égal à ΖΓΑ[47] ; ΖΗ est donc parallèle à ΑΓ[48]. Que soit prolongée ΓΒ jusqu'à Λ et que soit jointe une <droite> ΛΑ ; ΑΖΓ est donc égal à ΑΛΓ, qui est plus grand que ΑΒΓ[49].



[*Lemme 2 énoncé*[50] (123.16-124.19)]

autre lemme

Etant donnés deux triangles isocèles, isopérimétriques et dissemblables, construire, autour des mêmes bases, des triangles isocèles et semblables et isopérimétriques, à eux deux[51], aux premiers et démontrer que les <triangles> semblables, l'un avec l'autre, sont plus grands que les dissemblables[52].

[*Lemme 2, première assertion*]

Soient deux triangles isocèles, isopérimétriques et dissemblables ΑΒΓ ΔΕΖ et soit ΑΓ plus grande que ΕΖ[53], de sorte que ΕΔ ΔΖ, restantes, soient plus grandes que ΑΒ ΒΓ ; et qu'il faille faire ce qui a été dit.

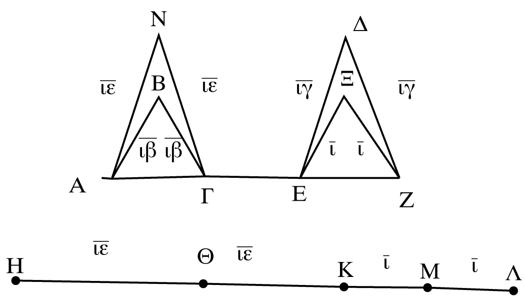
Que soit proposée une droite HΛ qui est égale aux quatre AB BΓ EΔ ΔZ, et qu'elle soit coupée selon K dans le rapport de AΓ relativement à EZ[54], et que HK KΛ soient divisées en deux par Θ M.

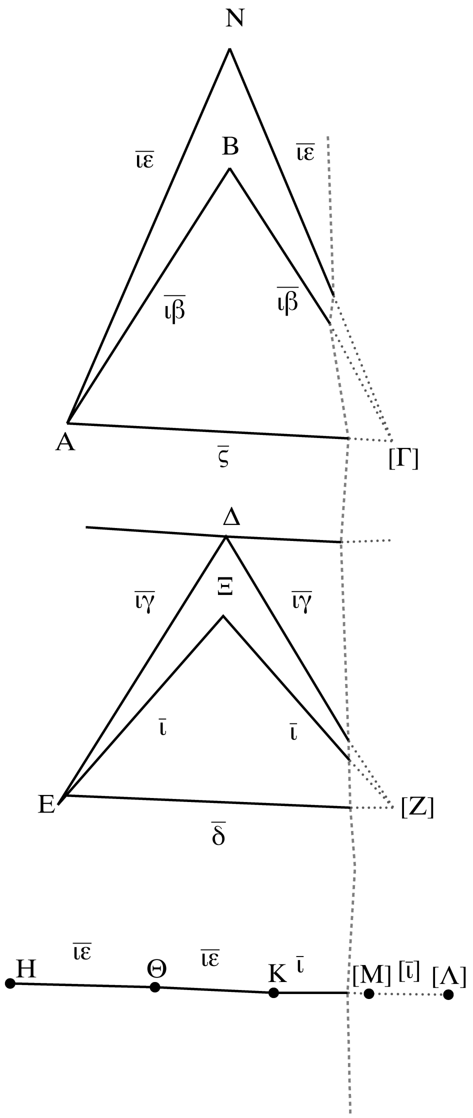
Puisqu'alors AB BΓ, qui sont plus grandes que AΓ[55], sont plus petites que la moitié de HΛ, et que HK est plus grande que la moitié[56], HΘ ΘK sont plus grandes que AΓ, de sorte que deux <droites> prises de quelque façon que ce soit[57] parmi AΓ HΘ ΘK sont plus grandes que celle qui reste[58]. A nouveau, puisque comme AΓ relativement à EZ, est HK relativement à KΛ, et de manière alterne, et que AΓ est plus petite que HK, EZ est donc aussi plus petite que KΛ[59], de sorte que, aussi, deux <droites> prises de quelque façon que ce soit parmi EZ KM ΛM sont plus grandes que celle qui reste. Que soit alors construit d'une part un triangle ANΓ à partir des trois <droites> AΓ HΘ ΘK, d'autre part ΞEZ à partir des trois EZ KM MΛ[60] – car il est évident que d'une part N tombe[61] plus haut que B, d'autre part Ξ <tombe> plus bas que Δ à cause de ce que[62] d'une part HK est plus grande que AB BΓ[63], d'autre part KΛ est plus petite que EΔ ΔZ[64] –. Dès lors,[65] ANΓ ΞEZ sont à la fois isocèles et isopérimétriques à ABΓ EΔZ.

Je dis maintenant, en outre, que ANΓ est semblable à ΞEZ[66].

En effet, puisque comme KH relativement à HΘ, est ΛK relativement à KM, et de manière alterne[67], comme HK relativement à KΛ, c'est-à-dire AΓ relativement à EZ, est ΘH relativement à KM, c'est-à-dire NA relativement à ΞE[68], et de manière alterne[69], comme ΓA relativement à AN, est ZE relativement à EΞ – à cause du rapport d'égalité[70] ; car d'une part, AN NΓ sont aussi égales entre elles, d'autre part, à nouveau, EΞ ΞZ sont égales entre elles[71] – ; et comme AN relativement à NΓ, est EΞ relativement à ΞZ ; et à égalité de rang donc[72], de sorte que NAΓ est semblable à ΞEZ[73].

Et que ANΓ EΞZ sont aussi plus grands que ABΓ EΔZ, cela sera démontré en établissant, en vue de cela, un petit lemme tel que celui-ci.





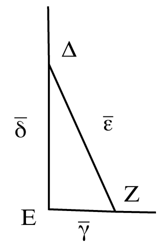
[*Lemme 3*[74] (125.1-126.7)]

autre lemme

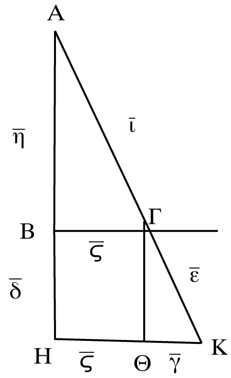
Si on a deux triangles rectangles semblables, le <carré> sur les <droites> sous-tendant les <angles> droits, <prises> comme une seule[75], est égal à ceux sur les <droites> restantes, chacune des deux paires de <droites> homologues <étant prise> comme une seule[76].

Soient deux triangles rectangles semblables ΑΒΓ ΔΕΖ : je dis que le <carré> sur ΑΓ ΔΖ, <prises> l'une avec l'autre[77] comme une seule <droite>, est égal à la fois à celui sur ΑΒ ΔΕ, l'une avec l'autre comme une seule, et à celui sur ΒΓ ΕΖ, l'une avec l'autre comme une seule.

En effet, que soient prolongées ΑΒ ΑΓ et que soit placée, égale à ΔΕ, une <droite> ΒΗ et que, par Η Γ, <soient menées>[78] des <droites> ΗΚ ΓΘ parallèles à ΒΓ ΑΗ[79].



Le triangle ΓΘΚ est donc semblable à ΑΒΓ – car chacun des deux l’est aussi au <triangle> tout entier –[80] ; et ΑΒΓ est semblable à ΔΕΖ ; ΓΚΘ est donc aussi semblable à ΔΕΖ[81]. Et ΓΘ est égale à ΔΕ[82] ; d’une part, ΔΖ est donc aussi égale à ΓΚ, d’autre part, ΕΖ à ΘΚ[83], de sorte que <la droite> ΑΓ ΔΖ, l’une avec l’autre, est ΑΚ, et ΑΒ ΔΕ, l’une avec l’autre, est ΑΗ, et ΒΓ ΕΖ, l’une avec l’autre, ΗΚ[84], et <le carré> sur ΑΚ est égal à ceux sur ΑΗ ΗΚ[85].



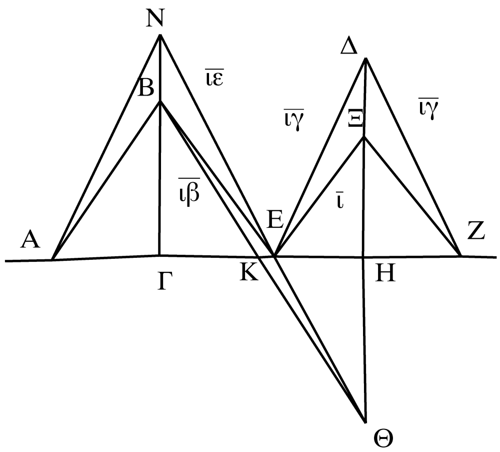
[*Lemme 2, seconde assertion* (126.8-127.21)]

Cela étant préalablement établi, il sera démontré ce qui avait été justement proposé, c’est-à-dire que les triangles ΑΝΕ ΕΞΖ sont plus grands que ΑΒΕ ΔΕΖ.

En effet, que soient prolongées ΝΒ ΔΞ, une fois jointes ; elles sont donc perpendiculaires à ΑΕ ΕΖ à cause de ce que les triangles sont isocèles[86]. Que soit alors placée, égale à ΔΗ, une <droite> ΗΘ et que soit jointe une <droite> ΘΕ, laquelle, clairement, n’est pas en <ligne> droite avec ΒΕ, de façon que[87] <l’angle> ΒΕΓ ne puisse pas, les angles au sommet étant égaux, devenir égal à ΔΕΖ mais aussi plus petit que ΞΕΖ[88] ; ce qui est absurde. A cause de cela[89], précisément, que soit jointe une <droite> ΘΒ ; dès lors, elle aussi coupera ΑΕ entre Γ et Ε à cause de ce que deux angles d’un triangle ne peuvent être produits ni égaux à deux droits ni plus grands que deux droits[90].

Puisqu’alors les quatre ΑΝ ΝΕ ΕΞ ΖΞ sont égales aux quatre ΑΒ ΒΕ ΕΔ ΔΖ[91], et les moitiés égales aux moitiés, ΝΕ ΕΞ sont donc égales à ΔΕ ΕΒ, c’est-à-dire à ΘΕ ΕΒ, de sorte que ΝΕ ΕΞ sont plus grandes que ΘΒ[92], de sorte que le <carré> sur ΝΕ ΞΕ, <conçues> l’une avec l’autre comme une seule <droite>, est aussi plus grand que celui sur ΘΒ. Et, sont, d’une part, égaux à celui sur ΝΕ ΞΕ, l’une avec l’autre, à la fois celui sur ΝΓ ΞΗ, l’une avec l’autre, et celui sur ΓΕ ΕΗ, l’une avec l’autre[93] – car les triangles ΝΓΕ ΕΞΗ sont semblables tout en étant aussi les moitiés de <triangles> semblables[94] – ; d’autre part, égaux à celui sur ΘΒ à la fois celui sur ΒΓ ΘΗ, l’une avec l’autre, et celui sur ΓΚ ΚΗ, l’une avec l’autre[95] – car, à nouveau, les triangles sont semblables à cause des parallèles[96] – ; celui sur ΝΓ ΞΗ, l’une avec l’autre, plus celui sur ΓΕ ΕΗ, l’une avec l’autre, c’est-à-dire celui sur ΓΗ, est donc plus grand que celui sur ΒΓ ΘΗ – ou bien ΔΗ –, l’une avec l’autre, avec celui sur ΓΚ ΚΗ, l’une avec l’autre, c’est-à-dire celui sur ΓΗ. Que celui sur ΓΗ soit soustrait de part et d’autre ; il reste donc celui sur ΝΓ ΞΗ, l’une avec l’autre, plus grand que celui sur ΔΗ ΒΓ, l’une avec l’autre, de sorte que ΝΓ ΞΗ, l’une avec l’autre, est aussi plus grande que ΔΗ ΒΓ, l’une avec l’autre[97]. Que ΒΓ ΞΗ soient soustraites de part et d’autre – c’est-à-dire, non pas <chacune> une seule fois mais, d’une part, ΒΓ ΞΗ de ΝΓ ΞΗ, l’une avec l’autre, d’autre part, les mêmes ΞΗ ΒΓ de ΔΗ ΒΓ, l’une avec l’autre ; car cela étant fait et ΒΓ ΞΗ étant soustraites deux fois, il reste ΝΒ

ΔΞ, l'une, NB, plus grande, l'autre, ΔΞ, plus petite[98] –. Et ΓΕ est aussi plus grande que EH – puisqu'alors, précisément, la <droite> tout entière est <plus grande> que la <droite> tout entière[99] – ; <le rectangle contenu> par NB ΓΕ est donc aussi plus grand que celui <contenu> par ΔΞ EH, de sorte que les moitiés aussi ; le triangle NBE est donc plus grand que le triangle ΔΕΞ. Le concavangle[100] ABEN tout entier est donc aussi plus grand que le concavangle ΕΞΖΔ. Que les triangles ABE ΕΞΖ soient ajoutés de part et d'autre à chacun des deux concavangles ABEN et ΕΞΖΔ – c'est-à-dire, qu'ils soient ajoutés non pas <chacun> une seule fois mais deux fois[101] – ; NAE ΕΞΖ sont donc plus grands que ABE ΕΔΖ ; ce qu'il fallait démontrer[102].



[*Théorème 2* (128.1-129.8)]

Après ces démonstrations, qu'il soit proposé de démontrer ce qui a été dit plus haut : que la <figure> équilatérale et équiangle est plus grande que les <figures> rectilignes isopérimétriques et aux côtés égaux en multitude.

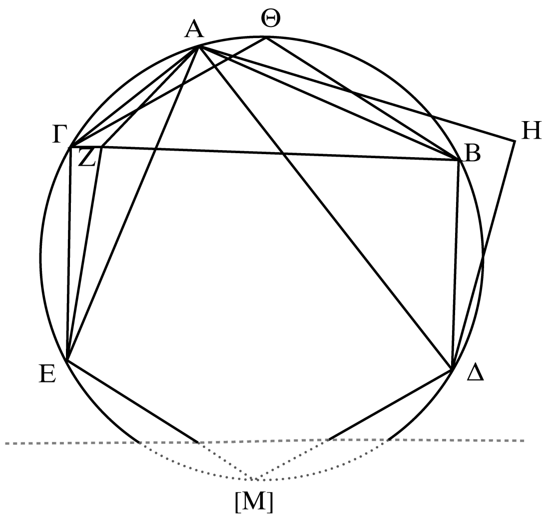
En effet, soit un hexagone[103] ΑΒΔΜΕΓ et qu'il soit supposé plus grand que toutes[104] les figures qui lui sont isopérimétriques et aux côtés égaux en multitude : dès lors, je dis qu'il est aussi équilatéral et équiangle[105].

En effet, si c'est possible, qu'il soit en premier lieu non équilatéral et soit BA plus grand que ΑΓ[106] et que soit jointe une <droite> ΒΓ et, ayant un triangle non-isocèle ΑΒΓ, que soit construit sur ΒΓ un triangle ΒΘΓ isocèle et isopérimétrique à ΑΒΓ – car il a été démontré comment il faut le faire dans le premier <lemme> parmi ceux établis préalablement[107] – ; ΓΘΒ est donc plus grand que ΓΑΒ – car cela aussi a été démontré dans le même <lemme> –. Que le pentagone ΒΔΜΕΓ soit ajouté de part et d'autre ; ΘΒΔΜΕΓ tout entier est donc plus grand que ΑΒΔΜΕΓ et lui est isopérimétrique ; ce qui est absurde – car il a été supposé plus grand que tous – ; il n'est donc pas non-équilatéral.

Je dis maintenant qu'il n'est pas non plus non-équiangle[108].

En effet, si c'est possible, soit ΑΒΔ plus grand que ΑΓΕ[109]. Que soient jointes des <droites> ΑΔ ΑΕ.

Puisqu'alors deux <droites> ΑΓ ΓΕ sont égales à deux <droites> ΑΒ ΒΔ, et un angle plus grand qu'un angle, la base ΔΑ est aussi plus grande que la base ΑΕ[110]. Ayant alors alors deux triangles isocèles dissemblables ΑΒΔ ΑΓΕ, que soient construits sur ΑΔ ΑΕ des triangles isocèles semblables ΑΗΔ ΑΖΕ qui leur soient isopérimétriques – car il a été dit comment il faut le faire[111] – ; ΑΗΔ ΑΕΖ sont donc plus grands que ΑΒΔ ΑΓΕ[112]. Que le quadrilatère ΑΔΜΕ soit ajouté de part et d'autre. L'hexagone ΑΗΔΜΕΖ tout entier est donc plus grand que ΑΒΔΜΕΓ, tout en lui étant isopérimétrique ; ce qui est absurde ; il n'est donc pas non-équiangle. Il a donc été démontré équiangle et équilatéral ; la plus grande parmi les <figures> isopérimétriques aux côtés égaux en multitude est donc équilatérale et équiangle, de sorte qu'à l'inverse aussi[113] ; ce qu'il était proposé de démontrer[114].



[*Théorème 3* (129.9-130.23)]

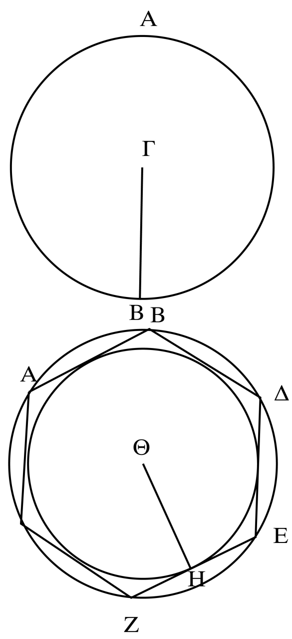
Après cette démonstration, la proposition initiale sera aussi démontrée, grâce à ces mêmes choses préalablement établies, que le cercle est plus grand que toutes les figures isopérimétriques[115].

En effet, puisqu'il a été démontré que la <figure> équilatérale et équiangle est plus grande que toutes les figures isopérimétriques et aux côtés égaux en multitude[116], s'il est démontré que le cercle est plus grand que toute <figure> équilatérale et équiangle, isopérimétrique au cercle, il est clair que ce qui est recherché se trouvera démontré.

Soit alors, d'une part, un cercle ΑΒ, d'autre part, un polygone ΔΕΖ qui lui est isopérimétrique : je dis que le cercle est plus grand que le polygone.

En effet, que soit inscrit dans le polygone ΔΕΖ un cercle de centre Θ[117] et que soit jointe une <droite> ΘΗ[118] ; elle est donc perpendiculaire à ΕΖ[119]. Mais aussi, que de ΑΒ on ait d'une part le centre Γ, d'autre part un rayon ΓΒ.

Puisqu'alors le cercle est isopérimétrique au polygone ΔEZ, et que le périmètre de ΔEZ est plus grand que le périmètre du cercle qui est inscrit en lui[120], AB est aussi plus grand que le cercle qui est inscrit dans ΔEZ, de sorte que ΓB est aussi plus grand que ΘH. Et, d'une part, le <rectangle contenu> par ΘH et le périmètre du polygone est le double du polygone, d'autre part, celui <contenu> par ΓB et la circonférence du cercle est le double du cercle ; le double du cercle est donc plus grand que le double du polygone, de sorte que la moitié l'est aussi que la moitié ; le cercle est donc plus grand que le polygone. Et que le <rectangle contenu> par le rayon et la circonférence du cercle est le double du cercle est démontré par Archimède dans la *esure du cercle* – car il a démontré que tout cercle est égal au triangle rectangle dont le rayon est égal à l'un des <côtés> autour de l'angle droit tandis que l'autre <l'est> à la circonférence du cercle[121] –.

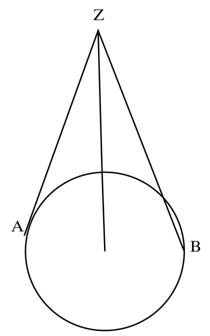


Que la sphère, en outre, est plus grande que les solides isopérimétriques

[*La sphère est plus grande qu'un solide d'Archimède isopérimétrique* (130.25-131.17)] Dès lors, que soit conçu en premier un solide contenu par des surfaces coniques (comme cela était aussi supposé dans les <écrits> d'Archimède[122]) dont la génération était celle d'un polygone, dont les côtés sont mesurés par une tétrade, circonscrit autour d'un cercle et se déplaçant autour du diamètre du cercle, qui demeure fixe[123]. Dès lors, soit une sphère isopérimétrique à un tel solide ; je dis que la sphère est plus grande que ledit solide.

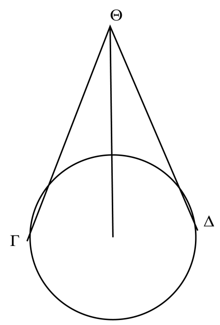
En effet, que soit conçue une sphère inscrite dans le solide ; elle est donc plus petite que celle qui est isopérimétrique au solide[124]. Que soit alors proposé un cercle AB égal à la surface du solide et que soit conçu sur AB un cône ayant comme hauteur le rayon de la sphère inscrite dans le solide ; il est donc égal au solide – car cela a été démontré par Archimède[125]. Dès lors, que soit aussi proposé semblablement un cercle ΓΔ égal à la surface de la sphère isopérimétrique au solide, et <que soit conçu> sur celui-ci un cône ayant comme hauteur le rayon de la sphère ; il est donc plus grand que le cône ABZ – car, étant sur des bases égales ils sont entre eux comme les hauteurs[126], et la hauteur du cône ΓΔΘ est plus grande que <celle> de ABZ, puisqu'alors, précisément, la sphère est aussi <plus grande> que la sphère[127]. Et, d'une part, le cône ΓΔΘ est égal à la sphère[128], comme il s'ensuit des <résultats> d'Archimède, d'autre part, ABZ est égal au solide ; la sphère est donc plus grande que le solide.

[*Volume de la sphère* (131.18-28)]



Or, qu'un cône, ayant comme base un cercle égal à la surface de la sphère et une hauteur égale au rayon de la sphère, soit égal à la sphère, c'est ce que l'on peut conclure à partir des <résultats> d'Archimède de la manière suivante.

En effet, puisqu'il a démontré que le cylindre ayant comme base un grand cercle, et comme hauteur le diamètre de la sphère, est une fois et demie la sphère[129], et <qu'>un tel cylindre est sextuple d'un cône ayant la même base et le rayon comme hauteur[130], la sphère est quadruple d'un tel cône. Et le quadruple de ce même <cône> est aussi le cône ayant la même hauteur et une base égale à la surface de la sphère – car en étant sous la même hauteur ils sont entre eux comme les bases[131], et la surface de la sphère est quadruple du grand cercle[132] – ; la sphère est donc égale audit cône.



[*La sphère est plus grande que les solides isopérimétriques circonscrits* (132.1-18)]

Mais soit maintenant un solide polyédrique[133] entouré par une sphère[134], ayant une surface égale à la surface d'une sphère[135] : je dis que la sphère est plus grande que le solide.

En effet, que soit conçu à nouveau un cône égal à la sphère, comme ΓΔΘ, ayant la base égale à sa surface et le rayon comme hauteur, et soit un polygone égal à la surface du solide, sur lequel <est conçue> une pyramide ayant une hauteur égale au rayon de la sphère inscrite dans le solide ; le cône est donc plus grand que la pyramide – car[136] ils sont sur des bases égales et la hauteur du cône est plus grande que la hauteur de la pyramide, et chacun des deux est un tiers du <parallélépipède contenu> par la base et la hauteur, du cylindre pour celui-là, du prisme pour celle-ci[137] –. Et la pyramide est égale au polyèdre – puisqu'alors, précisément, le solide <contenu> par le rayon de la sphère inscrite dans le polyèdre et chaque face du polyèdre est le triple de la pyramide sur cette face même[138], de sorte que le solide <parallélépipédique>, obtenu par assemblage[139], <contenu> par le rayon et la surface du solide polyédrique est le triple du solide polyédrique. Et ce même solide est aussi triple de la pyramide de même hauteur et autour de la même base[140] – j'appelle « même base » celle égale à la surface du polyèdre – ; la pyramide, qui est plus petite que le cône égal à la sphère, est donc égale au polyèdre, de sorte que le solide polyédrique est aussi plus petit que la sphère ; ce qu'il fallait démontrer.

[*Envoi* (132.19-24)]

Quoiqu'il fallût encore[141] démontrer que la sphère elle-même est plus grande que les <solides> qui ne sont pas entourés par une sphère, notre philosophe n'a rien ajouté[142]. Il formule cependant des propos assez convaincants à partir d'une certaine analogie avec les <figures> planes, mais il s'arrête là en nous confiant la tâche de chercher une démonstration qui peut convenir aux géomètres. Et celle-ci, nous n'avons toujours pas été capables de la produire[143], mais nous accorderons de bon gré notre faveur à celui qui la trouvera.

Commentaire

[1] Les adjectifs πολυχώρητος et πολύχωρος se retrouvent, dans des contextes similaires, soit au comparatif, soit au superlatif. Le terme πολυχωρ(ητ)ότατος est usuel dans la tradition des commentaires néoplatoniciens, d'Alcinoos à Simplicius, dans lesquels il sert de terme « marqueur » pour repérer une allusion au thème des figures isopérimétriques et isépiphanes, mais il n'est pas exclusif de l'école d'Alexandrie des V[e] et VI[e] siècles. Il est particulièrement fréquent chez Philopon, mais il n'appartient pas au lexique de la géométrie : ni Archimède, ni Pappus, ni Théon n'en font usage dans ce contexte. L'unique occurrence, dans un traitement mathématique, est précisément celle que nous sommes en train de commenter. Cela dit, il n'est pas assuré que les intertitres des *Prolegomena* soient originaux (le contraire est plus vraisemblable), et ils pourraient même avoir été ajoutés par celui qui a mis par écrit le texte. Ce serait un (petit) indice supplémentaire de l'origine néoplatonicienne de cette rédaction.

Voici une liste complète des occurrences paramathématiques pré-byzantines (la numérotation est celle de l'Annexe 1 ; C / S signifie comparatif / superlatif ; à noter que dans tous les cas sauf T3, 7, 12, il s'agit de la forme longue πολυχώρητος) : T3 (S, πολύχωρος), T7 (S, πολύχωρος), T11 (C), T12 (S, πολύχωρος), T14 (C), T15 (S), T23 (S), T24 (2 fois C), T25 (3 fois S et 1 fois C), T26 (1 fois S et 2 fois C), T27 (2 fois S), T28 (S), T29 (2 fois C et 1 fois S). T30 (2 fois C), T31 (C), T33 (C), T34 (C), T36 (C), T37 (S), T38 (C). A ces témoignages, on pourrait ajouter Quintilien (T2), cependant, il n'est pas sûr qu'il faille supposer une source grecque pour ce passage, ni que *capacissima* traduise πολυχωρ(ητ)ότατος.

[2] La traduction souligne le fait que les résultats que l'anonyme qualifie de « préliminaires » sont en réalité démontrés et pas seulement supposés, ce qui est un sens technique assez répandu de λαμβάνειν (cf. l'occurrence paradigmatique, Archimède, *Sph. cyl.* préf., *AOO* I, 4.22-23).

[3] Cf. *supra* R2.

[4] Cf. *supra* R1.

[5] La présence dans l'ecthèse, en lieu et place de ἔστωσαν, auquel on aurait pu s'attendre, d'une forme de ἔκκεισθαι, verbe spécifiquement employé dans les constructions, est probablement due au fait que l'énoncé ne fixe pas le nombre des côtés des polygones en question ; des degrés de liberté subsistent donc dans la détermination de leur espèce. Les 3 autres occurrences du verbe ἔκκεισθαι, dans le lemme 2 et dans le premier théorème du cas solide, sont régulières.

[6] Cf. *supra* R3. Noter la scholie de V qui explique la pertinence du qualificatif.

[7] Ici comme ailleurs, les tirets dans la traduction mettent en évidence les explications postposées.

[8] A cause du lettrage non canonique de la proposition (ce qui pourrait être considéré comme une marque d'ancienneté), seule cette observation fait comprendre que les figures

instanciées sont un pentagone et un hexagone. Il s'agit presque sûrement d'un ajout du compilateur :

• elle est en forme d'explication postposée non-instanciée pour un fait qui est déclaré « évident » ;

• elle est interrompue par une explication qui contient un déictique faisant référence à la configuration géométrique en question (νῦν);

• elle est suivie par une explication supplémentaire qui porte sur des aspects linguistiques et qui est sûrement un ajout.

Au demeurant, il se pourrait que la phrase τὸ γὰρ αὐτὸ εἰς ἐλάττονα τῷ πλήθει διαιρούμενον εἰς μείζονα τῷ μεγέθει διαιρεῖται soit authentique ou du moins qu'elle appartienne à une couche textuelle antérieure.

[9] La construction avec double proposition infinitive est un peu dure et non canonique. On est tenté de supposer, avec Hultsch, une corruption, même si sa solution est peu probable, car εἶναι était normalement écrit en abrégé et εἴδη serait un *hapax* dans cette section. Noter aussi l'usage inconséquent de ἀμφότερα.

[10] L'expression τὸ κατὰ τὴν ΓΔ τμῆμα est assez insolite. Il est clair qu'il s'agit d'un « segment » identifié par la droite ΓΔ, mais le substantif peut avoir deux sens : 1) le « segment » de circonférence découpé par les points Γ et Δ, et donc un arc, de la même manière qu'un τμῆμα de droite est identifié par ses extrémités (voir par exemple *El.* II.1-5, 7-9, 11 pour le terme) ; 2) le « secteur » de cercle identifié par ΓΔ. Dans les deux cas il s'agit d'un petit abus de langage, marqué ultérieurement par l'usage d'un complément prépositionnel non usuel (κατὰ τὴν…). La signification 1) exige aussi qu'on lise κύκλος comme « circonférence », mais cet usage métonymique n'est pas surprenant. Il existe des *loci paralleli* pour les deux sens, car en effet un τμῆμα, en tant que *nomen rei actae* dérivant du thème du verbe τέμνειν, peut désigner n'importe quel objet géométrique obtenu par découpage. Il suffit de parcourir la liste des occurrences, classées par espèces géométriques, *sub voce* τμῆμα dans l'*index I* de l'édition archimédienne de Heiberg pour s'en convaincre (*AOO* III, 397a-398a – noter l'expression τὸ κατὰ τὸ Γ τμῆμα dans *AOO* I, 174.19, qui suggère que la préposition κατά signifie dans notre syntagme aussi « identifié par ») ; voir aussi Mugler 1959, 422-424.

Pour le cas 1), Archimède, *Ar.*, *AOO* II, 228.18 et 232.23, offre deux occurrences qui correspondent très bien à ce sens : il s'agit du découpage exhaustif d'une circonférence en arcs égaux. C'est exactement ce qui arrive avec les polygones réguliers dans notre théorème. En effet l'usage de τμῆμα pour « degré » est très répandu dans la littérature astronomique, y compris l'*Almageste*.

Le cas 2) est moins clair, car Archimède (*Circ.* 1, *AOO* I, 234.12) désigne avec τομέυς ce qui pourrait seulement être un (ἀπό)τμημα, mais le texte est sûrement inauthentique. Il faut chercher chez Aristote pour trouver des secteurs de cercle appelés τμήματα (*Cael.* B 8, 290a4), ou les lunules (*Ph.* A 2, 185a16, ce qui entraîne une remarque lexicale de Simplicius). Bien plus tard, on trouve une confusion entre « segment » et « secteur » dans un passage de Simplicius lui-même, au début de son exposé de la quadrature des lunules d'Hippocrate (*in Ph.*, 61.12-14).

Les versions de Pappus et de Théon ne nous aident pas, car elles n'introduisent pas de circonférences et travaillent directement sur les angles. Il est difficile de trancher, mais peut-être le sens 1) est-il préférable ; la traduction proposée est la plus neutre possible.

[11] Le lettrage est non canonique, phénomène qu'on ne retrouvera plus ensuite dans la version des *Prolégomènes*. Chacune des deux figures est désignée dans l'ecthèse par 2 lettres seulement. Elles deviennent respectivement 4 et 3 en cours de démonstration, par ajout de lettres qui ne suivent pas l'ordre lexicographique et engendrent un "saut" dans la suite des désignations (M et N ne sont pas du tout employées). Tout cela a causé des problèmes au réviseur du *Par. gr.* 2390, qui a opté pour une série de corrections comportant, entre autres, l'effacement des lettres ΟΞΠ (y compris sur les diagrammes), mais qui rendent sa preuve fausse.

[12] La restitution, quoique nécessaire, est assez arbitraire quant à sa formulation. Pour rendre ce fait plus saillant, nous avons choisi une phrase qui répète de manière presque identique celle qui précède, et introduit la possibilité d'un saut du même au même.

[13] *El.* VI.33 ou *additamentum*, porisme (voir *infra*).

[14] *El.* V.22.

[15] *El.* V.15 et V.11.

[16] *El.* V.13.

[17] Citation non instanciée d'*El.* V.10.

[18] *El.* I.23.

[19] *El.* VI.4.

[20] *El.* V.16. Ici, comme souvent dans la suite, des manipulations canoniques sur les rapports dans une proportion (prendre leurs moitiés, les composer, etc.) sont annoncées, mais les proportions résultantes ne sont pas explicitées.

[21] L'auteur évite une application directe d'*El.* V.9.

[22] C'est l'analogue d'*El.* VI.1 pour des rapports inégaux.

[23] *El.* V.15 et V.11.

[24] Le texte assez concis de ce lemme et le choix du rédacteur d'en conduire la preuve sur la même figure que le théorème 1 ont donné des soucis aussi bien aux correcteurs qu'aux éditeurs. Cf. la section 6 de l'introduction.

[25] Cf. *supra* R5-7.

[26] Le même tour de phrase est employé dans la version des isopérimètres de Pappus pour introduire une démonstration du résultat d'Archimède sur l'aire du cercle : Ὅτι μὲν οὖν τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλάσιόν ἐστι τοῦ κύκλου Ἀρχιμήδης ἀπέδειξεν, <u>οὐδὲν δὲ ἧττον καὶ ἑξῆς δειχθήσεται</u> τοῦτο πρὸς τὸ μὴ δεῖσθαι τοῦ Ἀρχιμηδείου συντάγματος ἕνεκεν μόνου τοῦ θεωρήματος

τούτου (*Coll.* V.6, 314.1-2). Ajoutons que, lorsqu’il présente sa preuve du résultat sur la proportionnalité des secteurs de cercle (*in Alm. VI.7*, *iA*, 254.1-256.1), Pappus indique : Πρὸς δὲ τὸ μὴ δεῖσθαι τοῦ ’Αρχιμήδους συντάγματος, ἐν τοῖς εἰς τὸ πρῶτον σχολίοις ἀπεδείχθη ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ κύκλου « [...] le fait que le <rectangle contenu> par le périmètre du cercle et son rayon est le double de l’aire du cercle a été démontré dans les scholies au premier <livre> ». La preuve en question était probablement placée au même endroit que chez Théon, *i.e.* à l’intérieur de la section sur les isopérimètres. Dans *Coll.* VIII.46, 1106.10-15, Pappus a l’occasion de donner à nouveau la même référence : τὸ γὰρ ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου περιεχόμενον ὀρθογώνιον διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ κύκλου, ὡς ’Αρχιμήδης, καὶ ὡς ἐν τῷ εἰς τὸ πρῶτον τῶν μαθηματικῶν σχολίῳ δέδεικται καὶ ὑφ’ ἡμῶν δι’ ἑνὸς θεωρήματος « le rectangle contenu par le rayon du cercle et le périmètre du cercle est le double de l’aire du cercle, comme l’a démontré Archimède, et comme cela a été démontré par nous, au moyen d’un seul théorème, dans la scholie au premier <livre> des *Mathématiques* ». Rome, qui mentionne aussi ces textes, considère que le dernier oblitère l’authenticité du premier (*iA*, 254 n. 1) ; il présuppose que la *Collectio* est une œuvre éditée comme telle, dans son intégralité, par Pappus, alors qu’il s’agit de la réunion de monographies probablement publiées de manière indépendante, ce que confirme la tradition arabe (Jones 1986, 9, 15-18, 24-26) pour le Livre VIII.

[27] *El.* VI.1.

[28] L’auteur sous-entend une étape : le triangle ΓΚΖ relativement à ΚΖΘ a un rapport plus grand que le secteur ΖΜΚ relativement au secteur ΖΚΝ, suivi par une application d’*El.* V.13. Le premier résultat dérive d’une inégalité évidente (le triangle ΓΚΖ relativement au secteur ΖΜΚ a un rapport plus grand que le triangle ΚΖΘ relativement au secteur ΖΚΝ) et d’une application d’*El.* V.16. Certains de ces passages sont explicités par Théon (*iA*, 358.5-11).

[29] Une démonstration du fait que les arcs de circonférence sont dans le même rapport que les secteurs correspondants est donnée par Théon dans son célèbre *additamentum* à la proposition VI.33 des *Éléments* (*EE* II, 233.5-235.2, et cf. *iA*, 492.6-8) et, en employant une technique démonstrative différente, par Pappus dans *In Alm. VI.7*, *iA*, 256.4-258.12. Le passage des arcs aux angles est immédiat grâce à *El.* VI.33 et est en effet le contenu du porisme à l’*additamentum* (*EE* II, 235.4-5).

[30] *El.* V.13. Le texte, à partir de ἐπεὶ οὖν jusqu’ici, est assez mal écrit. Il présuppose une série d’inférences sous-entendues, concernant la validité de l’inégalité entre triangles et secteurs associés, que Théon explicite et anticipe. Il faut comprendre qu’en vertu de ladite inégalité, la deuxième phrase est le conséquent du paraconditionnel introduit par ἐπεὶ οὖν. Il ne faut donc pas suppléer un δέ comme le fait le correcteur du *Par. gr.* 2390, mais

il n'est pas non plus utile d'ajouter un ἄρα conclusif, comme le fait la recension byzantine. La courte clause καὶ συνθέντι marque une étape ultérieure, sans conclusion explicite (comme on l'a fait remarquer dans la note 20 *supra*) et la proposition finale est la conclusion de toute l'inférence, après une co-assomption bien marquée par ἀλλά. Pour cette raison, il est opportun d'intégrer un ἄρα dans la dernière phrase, comme le fait à nouveau le même correcteur et comme nous le faisons dans la traduction. L'autre possibilité, qui verrait dans la deuxième phrase une co-assomption, ne tient pas, car nulle part notre rédaction n'aboutit à une (dis)proportion entre triangles et secteurs ; en effet, elle la présuppose.

[31] Cf. *supra* R14.

[32] Notre anonyme joue ici sur le plan rhétorique, en proposant une "figure étymologique" avec accusatif d'objet interne, comme il résulte de l'emploi du verbe (προ)λαμβάνειν ayant pour objet des λήμματα.

[33] Cf. *supra* R8, 10.

[34] Cf. *supra* R11. Noter le syntagme περὶ τὴν αὐτὴν βάσιν « autour de la même base », que l'on trouve aussi dans l'énoncé du lemme 2. Aussi bien Pappus que Théon ont le tour canonique avec ἐπὶ.

[35] Tournure métalinguistique qu'on va trouver aussi dans le lemme suivant.

[36] Ici et dans le lemme 2 (mais pas ailleurs) il manque la particule canonique, normalement un γάρ, marquant le début de la preuve. Quand l'ecthèse n'a pas de particule, parce qu'elle est introduite par une forme du verbe « être » avec portée présentielle, ladite particule est normalement présente dans la construction. En revanche, notre rédaction ajoute un γάρ à une ecthèse avec verbe « être » liminaire (théorème 2), une variante stylistique qui est très minoritaire (dans les *Éléments,* on la trouve seulement dans I.18, 20, III.24, V.11, 15, 19, VI.21, VII.20, X.80, 105, XI.9, XII.9, 14 et jamais dans les *Données*).

[37] Cf. *supra* R12.

[38] Il s'agit d'une simple application d'*El.* I.47 ; une démonstration est proposée dans le lemme (inauthentique) *El.* X.13/14.

[39] *El.* I.47.

[40] *El.* I.20.

[41] Application d'*El.* I.4 aux triangles ΑΕΔ et ΓΕΔ.

[42] *El.* I.20.

[43] Le texte reproduit (ici et à plusieurs reprises dans ce qui suit) le lettrage caractéristique des mss. les plus anciens (ici ΑΒΓ, comme si l'on avait une seule droite κεκλασμένη « brisée », pour le canonique ΑΒ ΒΓ), qui a des chances de remonter, sinon à une rédaction ancienne, du moins à celle de notre anonyme. La traduction se conforme à l'usage canonique.

[44] *El.* I.25.

[45] *El.* I.32.
[46] Encore une double explication postposée, la seconde avec un participe attributif. Ce dernier tour de phrase sera employé à plusieurs reprises dans la suite (2 fois avant la fin du lemme 1, par exemple) pour formuler de manière abrégée des passages concernant des relations, sur le style des identifications d'objet introduites par τουτέστι. Il n'est pas dit, cependant, que toutes les occurrences soient à attribuer à l'anonyme.
[47] *El.* I.23.
[48] *El.* I.27.
[49] Ici et dans le lemme 3 il manque une conclusion, éventuellement en forme instanciée, qui établisse explicitement ce qu'il fallait démontrer.
[50] Cf. *supra* R9.
[51] Seule occurrence dans les trois rédactions de cette expression adverbiale, ailleurs remplacée par l'adjectif.
[52] Cf. *supra* R13.
[53] Nécessairement $A\Gamma \neq EZ$, sinon les deux triangles seraient égaux, en tant qu'isocèles et isopérimétriques.
[54] *El.* VI.10.
[55] *El.* I.20.
[56] Car $A\Gamma : EZ :: HK : K\Lambda$ et $A\Gamma > EZ$ donnent $HK > K\Lambda$, tandis que $E\Delta + \Delta Z > AB + B\Gamma$ et $H\Lambda = HK + K\Lambda = (AB + B\Gamma) + (E\Delta + \Delta Z)$.
[57] Citation du diorisme d'*El.* I.22 (ou de l'énoncé de I.20). Noter les expressions ὁποιαιοῦν ληφθεῖσαι / λαμβανόμεναι « prises de quelque façon que ce soit », qui semblent remplacer le πάντῃ μεταλαμβανόμεναι « permutées de toutes les façons » des *Éléments* (mais il faut se rappeler que le qualificatif généralisant ὁποιαιοῦν est présent dans l'énoncé de XI.20 : δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι). L'absence de qualification implique qu'il faut prendre la somme des deux droites choisies. Plus explicites sont des tournures comme celle qu'on trouve à la fin de XI.20 (σύνδυο λαμβανόμεναι) ou chez Pappus (ὁμοῦ / συναμφότεραι λαμβανόμεναι dans *Coll.* III.60 et 63, 106.12 et 112.9)
[58] Seul le cas le plus défavorable est traité explicitement ; les autres sont immédiats parce que $H\Theta$ est égale à ΘK. La même conséquence est tirée dans la déduction qui suit.
[59] Preuve alternative à celle qui précède. Elle emploie *El.* V.16 et une version généralisée de V.def.5 et évite (Gardies 1991, Saito 1994) d'appliquer directement V.14.
[60] *El.* I.22.
[61] L'emploi du verbe πίπτειν pour identifier la position d'un point par rapport à un autre est tout-à-fait non canonique, indépendamment de la présence des adverbes de lieu ἀνωτέρω et κατωτέρω. Le verbe est normalement employé dans les cas suivants :

1) Droite qui tombe sur une autre droite ou, plus en général, sur une courbe. Exemples dans *El.* II.12-13, *Con.* I.2, 5, IV.31-32, Archimède, *Con. sph.* II.2-3.

2) Droite qui tombe à l'intérieur ou à l'extérieur d'une courbe, par exemple un cercle ou une section conique. Exemples dans *El.* III.2, 16, IV.4, 13, *Con.* I.17-19, 24-25, 31-33, II.18, 33, IV.41, Archimède, *Sph. cyl.* déf.2, 4 (droite qui tombe ou non du même côté d'une courbe), *Con. sph.* 11, *LS* 16 (arc de cercle qui tombe à l'intérieur d'une spirale), *Con. sph.* I.1 (deux arcs de cercle – le texte a le latin *cadet*), II.8 (droite qui tombe du côté où se trouve un point donné).

3) Droite qui tombe sur un point, et donc passe par ce point. Exemples dans *El.* III.11, 13, XII.17, *Con.* IV.4, 7, 17, 34, Archimède, *Quadr.* 11, *Spir.* 15.

4) Plus généralement, on se rappellera la dénomination apollonienne de πτώσεις pour les différents cas de figure du problème du *De sectione rationis*, en fonction de la position de la droite solution par rapport aux droites données (*Coll.*VII.6-7).

5) Le verbe a une connotation de localisation ponctuelle quand un point est dit « tomber à l'intérieur ou à l'extérieur d'une figure » : c'est le cas du porisme inauthentique à *El.* IV.5 (la figure est un triangle), d'*Opt.* **A** 35 (cercle), de *Cat.* 5, 22 (œil par rapport à un cercle ou à une sphère). Dans tous ces cas le verbe est déterminé par des adverbes de lieu. Noter aussi le point qui est dit « tomber entre deux (autres) points » dans Pappus, *Coll.* III.5 et suivants.

[62] Encore une double explication postposée, la deuxième pour justifier un appel à l'évidence dans la première. Celle-ci établit la condition-clé que N tombe plus en haut que B et Ξ plus en bas que Δ, mais, en réalité, elle n'explique rien de ce qui précède. Il se peut que le texte ait été remanié afin de produire une (double) explication à partir du seul appel à l'évidence, introduit par exemple par φανερὸν δή. Le remaniement doit être assez ancien, car Théon (*iA*, 367.4-9) et Pappus (*Coll*. V.15, 328.23-330.1) ont aussi deux explications postposées doubles, une pour chaque triangle, à peu près identiques et plus développées que celle de l'anonyme, avec la variante δῆλον dans la première de Théon.

[63] Voir la preuve de la première inégalité dans le premier des deux arguments qui précèdent.

[64] La condition que les triangles ΑΒΓ et ΔΕΖ sont isopérimétriques intervient ici de manière décisive.

[65] Emploi habituel de δή avec faible connotation résultative, pour marquer une conclusion qui découle de manière immédiate de ce qui précède. Noter le sens tout à fait différent du δή dans la phrase qui suit.

[66] Pappus et Théon démontrent que les deux triangles sont semblables avec des arguments à peu près identiques et en forme d'explications postposées suivant un appel à l'évidence introduit par φανερόν (*Coll.* V.15, 330.1-5, et *iA*, 367.9-12 respectivement ; le connecteur explicatif est ἐπεί chez Pappus, ἐπειδήπερ chez Théon). Il se peut que la formulation que l'on trouve chez notre anonyme soit un élargissement de ce texte en forme de preuve complètement développée, quoique assez maladroite par endroits.

[67] *El.* V.16.

[68] Il faut souligner les valeurs différentes que les deux occurrences consécutives de l'expression καὶ ἐναλλάξ possèdent selon le contexte logico-syntaxique. La première se trouve dans le conséquent d'un paraconditionnel, donc dans une partie d'une unité linguistique plus grande, tandis que la seconde introduit une étape dépendant seulement d'une hypothèse pour justifier le conséquent justement établi.
[69] *El.* V.16.
[70] L'expression ὁ τῆς ἰσότητος λόγος « rapport d'égalité » se retrouve dans des commentaires ou des ouvrages scolaires. Elle est présente notamment chez Théon de Smyrne, *Expositio*, 107.10, 110.21, 111.9, dans le cadre de son exposé de la théorie des médiétés (dans l'exposé parallèle dans *Coll.* III.44-57, Pappus parle d'ἰσότης tout court), et ensuite chez Porphyre, *in Harm.*, 115.13 Düring, Jamblique, *in Nic.*, 16.25, 44.5 et [Jamblique] *Theol. Ar.*, 12.2, Pappus, *Coll.* VIII.10, 1040.8-9, Proclus, *in Rmp.*, I, 62.20, 25, et *in Ti.*, II, 201.19, Philopon, *in APo.*, 242.7.
[71] Encore une double explication postposée qui, de surcroît, justifie le passage qui suit et non celui qui précède. Hultsch estime qu'il s'agit là d'une scholie, intégrée au texte au mauvais endroit, et on ne voit pas comment lui donner tort. Il faudra donc supposer que notre texte a circulé dans une version annotée, comme le montre aussi la présence des scholies par la première main dans V et M, et que cette rédaction est à l'origine de toute la tradition. La présence de cette probable scholie dans le texte suggère aussi qu'au moins deux étapes de copie ont précédé la version que nous lisons dans les manuscrits. Il faut cependant résister à la tentation de supposer que toute unité textuelle au caractère métamathématique marqué soit une scholie copiée dans le texte, comme le fait Hultsch.
[72] *El.* V.22.
[73] *El.* VI.5.
[74] Des théorèmes de la même famille se trouvent dans Pappous, *Coll.* VII.298-299.
[75] Tour de phrase prépositionnel canonique pour indiquer qu'on prend la somme des deux droites sur lesquelles un carré est dit être décrit. Les occurrences archétypiques se trouvent dans les énoncés de *El.* II.8 et 10. La forme sans préposition ἀπό est employée dans la désignation d'un carré dans *El.* XIII.11, pour désigner des droites sans référence à un carré dans *Data* 45-46, 67. Ni l'une ni l'autre ne sont attestées chez Apollonius et Archimède. L'expression est employée encore dans l'ecthèse de ce même lemme 3 (3 occurrences) et dans l'application de ce résultat dans la seconde assertion du lemme 2 (mais 1 seule occurrence) ; elle y est toujours accompagnée par des formes de l'adjectif συναμφότερος « l'une avec l'autre » ; cela fait pléonasme, même s'il faut se rappeler que le tour complet se trouve déjà dans *Data* 45-46. En revanche, la démonstration du lemme 3 et la longue déduction de la seconde assertion du lemme 2 qui l'applique ont seulement l'adjectif (sauf l'exception mentionnée). Dans le texte de Pappus on trouve : dans le lemme 3, seulement ὡς μιᾶς (6 occurrences à *Coll.* V.12, 322.8-10 et 18-20) ; dans la seconde assertion du lemme 2 (*Coll.* V.14, 326.6-30), 10 fois ὡς μιᾶς + adjectif,

1 fois ὡς μιᾶς et 1 fois συναμφότερος seuls. D'après Hultsch, deux des occurrences sont en effet une restitution de la deuxième main du *Vat. gr.* 218. La situation chez Théon est plus compliquée. Dans le lemme 3 (*iA*, 367.13-368.15) : 2 occurrences de ὡς ἀπὸ μιᾶς (énoncé) et 9 de ὡς μιᾶς, toutes sans adjectif, mais ces dernières dérivent du choix de Rome de privilégier son témoin principal, le *Laur. Plut.* 28.18, contre le consensus des autres sur ὡς ἀπὸ μιᾶς. Dans la seconde assertion du lemme 2 on a 11 occurrences (*iA*, 369.21-370.11), toutes de ὡς μιᾶς + adjectif, pour lesquelles Rome n'enregistre aucune variante. L'assertion de Knorr (1989, 709) selon laquelle la source commune devait avoir ἀπό, que Pappus aurait à son tour éliminé, est donc sans fondement. Notre traduction allège l'expression en omettant de traduire la préposition.

[76] La formulation de la dernière clause est assez dure. Théon donne τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ὁμολόγων πλευρῶν ὡς ἀπὸ μιᾶς κατὰ δύο (*iA*, 367.14-15), tandis que Pappus donne d'emblée l'ecthèse.

[77] L'adjectif συναμφότερος « l'un avec l'autre » présente un problème intéressant. Le terme est caractéristique de la langue mathématique : dans le *corpus* des écrits de ce genre on enregistre 1544 occurrences, dont 400 environ dans des auteurs hellénistiques, tandis qu'une recherche portant sur les *corpus* majeurs en prose, écrits avant le III[e] siècle de notre ère, donne seulement 128 occurrences, dont 66 dans Galien. Le *corpus* euclidien offre 53 occurrences dans les *Éléments*, 85 dans les *Data*, 1 dans les *Phénomènes*. Aussi bien dans les *Éléments* que dans les *Data*, 18 propositions seulement sont impliquées, en incluant les preuves alternatives.

Il s'agit d'un adjectif existant à trois terminaisons, mais dans les textes mathématiques on relève des anomalies dans l'emploi du féminin singulier. Un cas assez typique est celui de *Data* 45, où l'adjectif qualifie un substantif féminin singulier : la droite ΒΑΓ composée en sommant les droites ΒΑ et ΑΓ. Or, une telle somme est identifiée dans l'énoncé par l'emploi du féminin pluriel συναμφότεραι (trois terminaisons), renforcé par l'expression ὡς μία « comme une seule ». Dans les autres trois occurrences, au contraire, l'adjectif est au singulier et sans aucune doute à deux terminaisons, comme dans le texte de notre anonyme. Cette situation est générale. L'usage, au féminin singulier, de l'adjectif à deux terminaisons est commun dans le *corpus* euclidien, et l'énoncé de *Data* 93 atteste même un féminin pluriel de l'adjectif à deux terminaisons. De même, le féminin pluriel de l'adjectif à trois terminaisons est assez fréquent chez Archimède, Apollonius et Ptolémée (22, 15, et 55 occurrences respectivement), et on en compte 4 occurrences dans le *corpus* euclidien. Par contre, le *corpus* mathématique offre seulement 11 occurrences de féminin singulier de l'adjectif à trois terminaisons : 5 chez Archimède (*AOO* I, 418.19, 424.13, II, 188.21, 194.15, 204.6) et 6 plus tardifs : 5 dans le commentaire de Théon à l'*Almageste* (*iA*, 549.3, 551.14, 554.1, 556.1, 687.10) et 1 dans un passage de l'*Hypotyposis* de Proclus (V.26, 148.16). Il y a plus : les deux premières et la dernière occurrence chez Archimède sont des datifs singuliers contenus dans des expressions assez fréquentes chez cet auteur, alors que dans toutes les autres occurrences des mêmes expressions on emploie le datif pluriel. On peut donc douter des occurrences au singulier, même si le style archimédien est peu rigide. Les occurrences au féminin dans le *corpus* d'auteurs non mathématiques sont trop rares pour permettre d'en tirer une donnée statistique significative.

Il faut aussi noter que l'adjectif peut qualifier deux droites non adjacentes comme ΑΓ et ΔΖ. Il s'agit d'une démarche qui, quoique attestée par exemple dans *El.* X.17-18 et chez Apollonius, *Con.* I.50 et III.51-52, reste néanmoins assez proche d'une pratique arithmétique, commune dans le livre VII des *Éléments*.

[78] Le même verbe, dans la même construction, manque aussi dans la version de Pappus. Il est ajouté, dans notre version, par le correcteur de P et par d'autres mss. tardifs.

[79] Contrairement aux versions de Pappus et Théon, la démonstration enchaîne directement sur la construction, sans le paraconditionnel liminaire canonique.

[80] *El.* I.29, VI.4 et VI.21.

[81] *El.* VI.21. La série de passages sur les triangles semblables est commune aux trois versions (Pappus et Théon spécifient justement que les triangles ΓΚΘ et ΔΕΖ sont « égaux et semblables », c'est-à-dire congruents), mais elle constitue une impasse dans la preuve transmise. Il s'agit probablement d'une partie résiduelle d'un argument visant à montrer que le triangle ΑΗΚ est rectangle.

[82] *El.* I.34.

[83] *El.* I.26.

[84] La version de l'anonyme, contrairement à celle de Théon, sépare la partie "lignes" de la déduction concernant les carrés, en adoptant dans la première le mode d'identification d'objets. Théon et Pappus formulent les mêmes remarques en termes d'égalité.

[85] *El.* I.47.

[86] Les triangles ΑΝΒ ΕΝΒ sont égaux (*El.* I.8) : leurs angles ΑΒΝ et ΕΒΝ le sont donc aussi. Par passage aux complémentaires, les angles ΑΒΓ et ΕΒΓ sont égaux, et donc aussi les triangles ΑΒΓ et ΕΒΓ (*El.* I.4). Par conséquent, ΑΒΓ et ΕΒΓ sont des angles droits par *El.* I.def.10.

[87] Double explication postposée (qui, en outre, suit une relative en ἥτις contenant un appel à l'évidence), désormais habituelle chez l'anonyme, qui recourt cependant à une subordonnée finale tout à fait non canonique (mais on en trouve une occurrence parallèle dans les explications identiques que Pappus et Théon donnent du passage suivant ; voir *Coll.* V.13, 324.26-27, et *iA*, 369.15-16, respectivement).

[88] Hultsch suspecte sans raison la deuxième partie de cette remarque, même si la première aurait été suffisante pour aboutir à l'absurde. L'angle ΒΕΓ serait plus petit que ΞΕΖ car il est plus petit que ΝΕΓ, qui à son tour est égal à ΞΕΖ à cause de la similitude des triangles ΑΝΕ ΕΞΖ.

89 Le τοῦτο se réfère au fait que ΘE n'est pas en ligne droite avec BE, et on peut donc ensuite tracer une droite entre Θ et B.

90 Les angles en question sont ceux du triangle KHΘ, comme l'a bien vu le scholiaste que la première main de MV nous fait lire (la seule figure que l'on trouve dans M est associée à la scholie, non au texte principal, car elle marque le point P et trace les droites BP et PΘ, en omettant le point K). Par exemple, si ΘB passe par Γ, l'angle HΓΘ, en tant qu'adjacent à BΓE, sera droit et donc le triangle KHΘ aura deux angles droits. Le même triangle aura plus que deux droits si l'intersection est "plus à gauche" que Γ. La possibilité que ΘB ne coupe pas la base du triangle ABE n'est pas envisagée. Pappus (*Coll.* V.13, 324.20-25) donne l'explication suivante (absente chez Théon sinon dans la chaîne d'(in)égalités initiale) : puisque ΘEH = ΔEH > ΞEH = NEΓ (les triangles ANE ΞEZ sont semblables) > BEΓ, si nous prolongeons ΘE (c'est la raison de la présence d'une ligne auxiliaire avec extrémité N dans les diagrammes de leurs versions, laquelle n'a d'ailleurs aucune fonction chez Théon), le prolongement tombera donc à l'extérieur (ἔξωθεν) de NE. Par conséquent, ΘB ne peut pas passer par E, et *a fortiori* (et peut-être avec un petit argument supplémentaire) ne peut pas couper EZ. Leur explication du fait que seule la moitié ΓE de la base peut être coupée est, comme nous l'avons vu dans la note 87 *supra,* en forme de subordonnée finale : ἵνα μὴ τὴν ΘB ἐκβαλλομένην τέμῃ καὶ κατ' ἄλλο σημεῖον τοῦ B « de façon que <ΘB> ne coupe pas BΓ prolongée selon un autre point que B ». Noter aussi que notre rédaction "oublie" de nommer le point d'intersection K.

91 Car les deux couples de triangles sont isopérimétriques.

92 En invoquant *El.* I.20.

93 Lemme 3.

94 Encore une double explication postposée. Le résultat n'est pas valide en toute généralité : il faut bien sûr comprendre que les moitiés sont prises de manière convenable.

95 Encore le lemme 3.

96 Encore une double explication postposée, avec *variatio* par rapport à celle qui précède (construction en διὰ τό à la place d'un participe à valeur circonstancielle). Les triangles sont BΓK et ΘHK et les parallèles sont BΓ et HΘ (elles sont perpendiculaires à la même droite AZ).

97 A partir d'ici, la preuve sous-entend la condition décisive, mise en évidence de façon explicite au cours de la preuve du lemme 2 et qui découle de l'hypothèse que les triangles isocèles donnés sont isopérimétriques, que N tombe plus en haut que B et Ξ plus en bas que Δ. Comme nous l'avons vu dans R13 *supra*, la rédaction de Théon adopte une hypothèse différente, assurant que la même condition se réalise ; jusqu'à la fin du lemme, sa démarche démonstrative est à peu près identique à celle de l'anonyme (*iA*, 370.12-372.3 – noter que Rome relègue en apparat critique une double occurrence du mot κοιλογώνιον, pour la bonne raison qu'il privilégie son témoin principal, le *Laur. Plut.*

28.18, contre le consensus des autres). Le traitement suivi dans la rédaction du lemme 2 par Pappus est plus compliqué : il en expose séparément les deux parties, dans l'ordre inverse. Dans sa construction, il adopte la même hypothèse que Théon ; dans la partie « comparaison », aucune hypothèse n'est faite, Pappus croyant évidemment que ce théorème vaut en toute généralité. Il entreprend donc (*Coll.* V.14, 326.31-328.6) une preuve qui ne prévoit pas la soustraction de ΒΓ ΞΗ, mais qui, en appliquant *El.* VI.1 et V.18, donne directement l'inégalité cherchée entre la somme des triangles ΝΑΕ ΕΞΖ et la somme de ΑΒΕ ΕΔΖ. Sa tentative est vouée à l'échec car il donne pour acquis (ou mieux, il dit qu'il démontrera) que $a : b = ax : bx$ et $c : d = cy : dy$ impliquent $(a + c) : (b + d) = (ax + cy) : (bx + dy)$, ce qui est faux en général (cf. Annexe 3). La démonstration promise par Pappus se réduit à une demi-ligne : τὸ λοιπὸν τῶν ἐν ὑπερθέσει… « ce qui reste de ce qui est en suspens… » (*Coll.* V.17, 332.11).

98 Double explication postposée assez creuse que l'on peut sûrement attribuer à notre anonyme ; noter la façon alambiquée de dire que ΝΒ est plus grande que ΔΞ. Sauf la remarque finale (à laquelle il ajouterait un ἄρα), elle est condamnée comme interpolation par Hultsch, même s'il ne la met pas entre crochets droits. La locution πρὸς ἅπαξ est tardive : elle est attestée à partir du IV^e siècle. L'anonyme l'emploie, ici et plus bas, dans des explications qui ont comme but de clarifier l'expression formulaire bien connue indiquant la somme ou la soustraction d'un terme commun. La démarche est assez bizarre, mais il faut considérer qu'ici l'objet à soustraire (à sommer) est désigné au pluriel, et que cela n'arrive jamais dans les *Éléments*, ni dans les *Coniques*, ni dans la *Collectio*, même si on en trouve 4 occurrences dans le *corpus* archimédien. Il s'agit donc d'un souci pédagogique qui a un fondement : l'anonyme veut dire qu'il ne faut pas soustraire (sommer) une droite d'une part, l'autre droite de l'autre.

99 Hypothèse préliminaire faite dans l'ecthèse du lemme 2. Notre anonyme fait bien de la rappeler.

100 Pour le terme voir la section 4 de l'introduction. Il s'agit de la deuxième invention linguistique de Zénodore, après ἰσοπληθόπλευρον.

101 Les problèmes de Hultsch au sujet de cette remarque proviennent peut-être de sa conviction d'être en train de lire Zénodore, et non un texte du VI^e siècle, où le style de la rédaction est pour ainsi dire auto-interpolatif, et cela à plus forte raison dans un contexte d'enseignement. Il ne va donc pas de soi qu'il s'agisse d'une scholie intégrée au texte (mais sur la même question voir *supra* la note 71), même s'il a raison de faire remarquer le langage assez primitif, de douter de la présence de οὐχ à la place de μή (mais ici la négation peut bien porter sur ἅπαξ et non sur le verbe) et de l'emploi de la forme προστιθέσθωσαν (avec *variatio* par rapport au προσκείσθωσαν qui précède), en effet un *hapax* dans le *corpus* mathématique.

102 La formule canonique de clôture d'une preuve est présente seulement ici (c'est-à-dire à la fin de la suite des lemmes), au théorème suivant (avec la formulation ὅπερ

προέκειτο δεῖξαι, au caractère métamathématique plus marqué, qui fait référence à la cheville introduisant l'énoncé), et à la fin de l'exposé du cas solide.

[103] Contrairement au théorème 1 (c'est-à-dire en négligeant l'évidence qui vient du lettrage), cette proposition est explicitement instanciée sur un polygone avec un nombre bien défini de côtés. L'identification est répétée en cours de démonstration, où l'on trouve aussi mentionnés le πεντάγωνον et le τετράπλευρον que l'on obtient à partir de l'hexagone en lui ôtant des triangles. La démarche est un peu moins explicite chez Théon, qui ne donne pas de qualifications en ecthèse, mais fait ensuite référence à l'hexagone (*iA*, 373.2) et aussi au πεντάπλευρον (noter la *variatio*) et au τετράπλευρον (*iA*, 372.12 et 374.2). De même chez Pappus qui, en ecthèse, emploie un πολύπλευρον prometteur et assez peu commun (*Coll.* V.18, 332.16, les occurrences à 334.3-4.14 sont des corrections de Hultsch pour le πεντάπλευρον du ms.), mais ensuite mentionne le τετράπλευρον et le τρίγωνον complémentaires (*Coll.* V.18-19, 332.29 et 334.12 – la figure tracée est en effet un pentagone, qui est la figure minimale si l'on veut que les deux parties de la démonstration fonctionnent). Il se peut donc que l'ecthèse de notre rédaction ait été corrigée, si l'on considère qu'elle doit suivre fidèlement la formulation de l'énoncé ; on pourrait penser que l'original avait tout simplement εὐθύγραμμον ou, compte tenu des soucis linguistiques de Zénodore, le πολύπλευρον de Pappus. Noter que le nombre des lettres dans la figure n'en détermine pas le nombre des côtés, mais donne seulement une limite inférieure (même en supposant, ce qui n'est pas le cas en réalité, qu'elle soit dénotée en donnant un nom à ses sommets), comme nous l'avons vu dans le théorème 1.

Autres occurrences du substantif πολύπλευρον dans le *corpus* ancien : *El.* I.def.19, et par conséquent *Def.* 39 et 64 et la pure compilation de I.def.19 dans la *Geodaesia* attribuée à Héron (compilation éditée par Heiberg dans *HOO* V, lxxi.17-18) ; Proclus, par exemple en commentant la def. I.def.19 (*iE*, 162.10.11.26; les autres occurrences sont à 381.26, 382.12 et 422.8) ; pour un contexte non définitionnel, voir Héron, *Metrica* III.14, et Théon, *In Alm. I.3*, *iA*, 375.2, décrivant les solides archimédiens à comparer avec la sphère (notre anonyme a πολύγωνον). Noter aussi une occurrence de ὁποσάγωνον dans la version de Pappus du théorème d'Archimède sur l'aire du cercle (*Coll.* V.7, 314.19).

[104] Sur ce πάντων voir *supra* R18.

[105] Cf. *supra* R15.

[106] Si un polygone n'est pas équilatéral, il est immédiat qu'il aura au moins deux côtés consécutifs qui ne sont pas égaux.

[107] Ces précisions concernant l'enchaînement des lemmes sont caractéristiques aussi bien du langage métamathématique que des soucis pédagogiques de notre anonyme.

[108] On peut supposer, d'après la première partie de la preuve et comme le font explicitement les trois versions, que le polygone est équilatéral : c'est ce qui suggère la négation οὐδέ dans le texte. Il ne s'agit pas d'une démarche constructive qui montre comment rendre un polygone donné équilatéral, mais tout simplement d'éliminer par voie

purement logique des cas désormais impossibles. Or, contrairement aux versions de Pappus et Théon, cette condition n’entre pas dans la démonstration qui suit, et il en résulte une preuve fautive.
[109] Si un polygone n’est pas équiangle, il aura au moins deux angles non consécutifs qui ne sont pas égaux. On voit aisément que cela est nécessairement le cas si le nombre des côtés est plus grand que 4, ce qui est assuré pour la figure en question ici par la définition ancienne de “polygone” (cf. par exemple la définition de πολύπλευρον dans *Éléments* I.def.19 et l’argument de VI.20 porisme).
[110] *El.* I.24.
[111] La première partie du lemme 2 n’est pas applicable car l’hypothèse que les deux triangles dissemblables sont isopérimétriques ne peut pas être satisfaite (s’ils sont isopérimétriques et ont les mêmes côtés latéraux, ils seront égaux).
[112] Renvoi à la deuxième partie du lemme 2, avec le même problème que précédemment. La preuve de notre anonyme est donc fautive.
[113] Cf. *supra* R16.
[114] Cf. *supra* R17-18.
[115] Le Théorème 3 est énoncé en forme comparative par notre anonyme (2 fois ; on peut y ajouter l’intertitre de toute la section sur les isopérimètres). Pappus (*Coll.* V.19, 334.18-19 et aussi V.3, 308.4-5) affectionne la forme superlative, Théon (*iA*, 358.12-13, 374.10-11) la forme comparative.
[116] Théorème 2.
[117] Cela peut être fait par la méthode générale de *El.* IV.13 (nombre des côtés impair), ou par son adaptation à un nombre des côtés pair.
[118] Il faut comprendre que ΘH est un rayon du cercle et que H se trouve sur l’un des côtés du polygone.
[119] *El.* III.18.
[120] Cf. Archimède, *Sph. cyl.* I.1.
[121] La citation de l’énoncé de *Dimensio circuli* 1 est presque littérale, seule la dernière phrase étant changée (ἡ δὲ λοιπὴ τῇ περιμέτρῳ τοῦ κύκλου au lieu de ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει) ; elle garde notamment le format caractéristique en termes de « triangle rectangle ». Notre anonyme introduit cette glose pour expliciter l’identité de contenu mathématique, au delà de la formulation. Pour les différentes formes que l’énoncé de *Circ.* 1 prend dans les citations, voir Knorr 1989, 376-381.
[122] *Sph. cyl.* I.28.
[123] Toute la phrase porte fortement la marque de la langue parlée. Les solides sont décrits avec bien plus de détails dans la version de Théon (*iA*, 375.1-15).
[124] Adaptation de *Sph. cyl.* I.1 au cas solide, immédiate grâce au 4[e] postulat du même traité. L’idée de la preuve est la même que celle du théorème 3.
[125] *Sph. cyl.* I.31.

[126] *El.* XII.14, résultat qui est répété dans le premier des lemmes qui précèdent *Sph. cyl.* I.17.

[127] Encore une double explication postposée, la deuxième introduite par le marqueur canonique ἐπειδήπερ ; noter aussi le participe à valeur circonstancielle en début de phrase.

[128] *Sph. cyl.* I.34. Il est bien sûr assez surprenant que notre anonyme n'attribue pas directement à Archimède ce qui est l'un de ses résultats les plus connus, comme le fait par exemple Théon dans sa version (*iA*, 377.6). A noter que la preuve donnée dans le texte applique le porisme à *Sph. cyl.* I.34, c'est-à-dire un résultat qui, dans le traité archimédien, suit ce qui est à démontrer ici comme une conséquence immédiate. C'est pour cette raison que la démonstration que nous lisons est banale.

[129] *Sph. cyl.* I.34 porisme.

[130] Car un cylindre est le triple du cône ayant la même base et hauteur égale (*El.* XII.10), et le diamètre est le double du rayon.

[131] *El.* XII.14.

[132] *Sph. cyl.* I.33.

[133] Le mot πολύεδρον est employé, ici et dans la suite, comme adjectif de στερεόν.

[134] Cf. *supra* R19.

[135] Il s'agit bien sûr d'une sphère différente de celle qui vient d'être mentionnée. Le texte grec est moins ambigu que notre traduction, même si on devrait s'attendre à une expression sans article à la première occurrence de σφαῖρα dans l'énoncé.

[136] Notre anonyme offre à la suite deux explications postposées assez banales, dont la dernière contient une précision sur l'identification du *relatum* d'une expression linguistique, ce qui est une conséquence de la prolifération des objets apparaissant au cours de ces mêmes explications.

[137] *El.* XII.10 et XII.7 porisme respectivement.

[138] *El.* XII.7 porisme.

[139] La dénotation des solides par notre anonyme est assez particulière. Il s'agit d'une adaptation, au cas solide, de la formule canonique τὸ ὑπὸ … καὶ __ (*El.* II.def.1) pour le rectangle, avec la surface de base en deuxième position. L'expression n'a pas de parallèle dans le reste du *corpus* ancien. Le verbe συνάγεσθαι souligne le fait que la pyramide correspondant au polyèdre est obtenue en assemblant les pyramides dressées sur chacune des bases.

Le substantif συναγωγή a un petit usage technique dans le sens de « contraction » : Apollonius avait défini l'angle comme <u>συναγωγὴ</u> ἐπιφανείας ἢ στερεοῦ πρὸς ἑνὶ σημείῳ ὑπὸ κεκλασμένῃ γραμμῇ ἢ ἐπιφανείᾳ « <u>contraction</u> d'une surface ou d'un solide sur un seul point sous une ligne ou une surface brisée » (Proclus, *iE*, 123.16-17) ; les *Definitiones* donnent des phrases assez similaires pour le cône et la pyramide : chacun d'eux est un σχῆμα στερεόν avec une certaine base, mais est ensuite συναγόμενον ὑφ'

/ εἰς ἕν σημεῖον « contracté sous / en un seul point » (Def. 83 et 99, dans *HOO* IV, 56.1 et 62.22 – la seconde affirme que la pyramide se contracte ἀπὸ βάσεως « à partir d'une base »). Il faut remarquer, cependant, que ces expressions n'emploient pas le préposition ὑπό pour introduire un complément d'agent, car elle n'est pas suivie d'un génitif. Ce dernier usage technique n'a donc rien à faire avec l'expression employée par notre anonyme.

[140] *El.* XII.7 porisme.

[141] L'adverbe λοιπόν avec une nuance progressive (il est ici renforcé par δή et introduit, de manière assez inusuelle, un génitif absolu) se retrouve plus fréquemment dans la prose post-hellénistique. Voir Blomqvist 1969, 100-103.

[142] Cf. *supra* R20.

[143] Le verbe πορίζειν a un sens technique en géométrie et notre anonyme semble en connaître l'usage, même s'il l'applique à une démonstration et non à une entité géométrique. Pappus (*Coll.* VII.13-20) présente les *Porismes* euclidiens en offrant une discussion de la signification du terme, avec un bref aperçu historique, et il dresse une liste abrégée des propositions du traité, en les groupant seulement par type d'objet « produit » et en négligeant leurs hypothèses particulières.

Annexe 1. Citations, allusions et témoignages divers sur les figures isopérimétriques et isépiphanes

1) Polybe, *Hist.* IX.8.26a : Οἱ δὲ πλεῖστοι τῶν ἀνθρώπων ἐξ αὐτῆς τῆς περιμέτρου τεκμαίρονται τὰ μεγέθη τῶν προειρημένων. λοιπὸν ὅταν εἴπῃ τις τὴν μὲν τῶν Μεγαλοπολιτῶν πόλιν πεντήκοντα σταδίων ἔχειν τὸν περίβολον, τὴν δὲ τῶν Λακεδαιμονίων ὀκτὼ καὶ τετταράκοντα, τῷ δὲ μεγέθει διπλῆν εἶναι τὴν Λακεδαίμονα τῆς Μεγάλης πόλεως, ἄπιστον αὐτοῖς εἶναι δοκεῖ τὸ λεγόμενον. ἂν δὲ καὶ συναυξῆσαί τις βουλόμενος τὴν ἀπορίαν εἴπῃ διότι δυνατόν ἐστι τετταράκοντα σταδίων πόλιν ἢ στρατοπεδείαν ἔχουσαν τὴν περιγραφὴν διπλασίαν γίνεσθαι τῆς ἑκατὸν σταδίων ἐχούσης τὴν περίμετρον, τελέως ἐκπληκτικὸν αὐτοῖς φαίνεται τὸ λεγόμενον. τοῦτο δ' ἐστὶν αἴτιον ὅτι τῶν ἐν τοῖς παιδικοῖς μαθήμασι παραδιδομένων ἡμῖν διὰ τῆς γεωμετρίας οὐ μνημονεύομεν. περὶ μὲν οὖν τούτων προήχθην εἰπεῖν διὰ τὸ μὴ μόνον τοὺς πολλοὺς ἀλλὰ καὶ τῶν πολιτευομένων καὶ τῶν ἐν ταῖς ἡγεμονίαις ἀναστρεφομένων τινὰς ἐκπλήττεσθαι, θαυμάζοντας ποτὲ μὲν εἰ δυνατόν ἐστι μείζω τὴν τῶν Λακεδαιμονίων πόλιν εἶναι, καὶ πολλῷ μείζω, τῆς τῶν Μεγαλοπολιτῶν, τὸν περίβολον ἔχουσαν ἐλάττω, ποτὲ δὲ τὸ πλῆθος τῶν ἀνδρῶν τεκμαίρεσθαι στοχαζομένους ἐξ αὐτῆς τῆς περιμέτρου τῶν στρατοπεδειῶν « La plupart des gens jugent de la grandeur des cités simplement par leur périmètre. Ainsi, si on leur dit que la cité de Mégalopolis, d'une part, a un pourtour de cinquante stades, Lacédémone, d'autre part, de quarante-huit et que Lacédémone est double par la taille de la « Grande cité », ils considèrent cela comme une chose incroyable. Et si, voulant surenchérir sur la difficulté, on dit qu'il est possible qu'une ville ou un camp ayant une circonférence de quarante stades puisse être double de celle qui a un périmètre de cent stades, une telle assertion leur paraît complètement ahurissante. Et la raison de cela est que nous ne souvenons pas de ce qui nous a été transmis grâce à la géométrie dans les enseignements scolaires. J'ai été amené à présenter ces observations parce que, non seulement le grand public, mais aussi des hommes politiques et des officiers généraux sont parfois décontenancés par de telles constatations et se demandent avec étonnement comment Lacédémone peut être plus grande que Mégalopolis, et même beaucoup plus grande, alors que son périmètre est plus petit et parce qu'ils indiquent parfois un nombre d'hommes en le supputant d'après le périmètre même des camps ».

2) Quintilien, *Inst. or.* I.10.39-41, I, 63.15-27 Rademacher : Sed alia maiora sunt : nam quis non ita proponenti credat : “Quorum locorum extremae lineae eandem mensuram colligunt, eorum spatium quoque, quod iis lineis continetur, par sit, necesse est ?” **40.** At id falsum est : nam plurimum refert, cuius sit formae ille circumitus, reprehensique a geometris sunt historici qui magnitudinem insularum satis significari navigationis ambitu crediderunt. nam ut quaeque forma perfectissima, ita *capacissima* est. **41**. Ideoque illa circumcurrens linea, si efficiet orbem, quae forma est in planis maxime perfecta, amplius spatium complectetur quam si quadratum paribus oris efficiat,

rursus quadrata triangulis, triangula ipsa plus aequis lateribus quam inaequalibus « Mais voici qui est plus probant : qui ne croirait à l'exactitude de la proposition suivante : "Quand des figures ont des périmètres d'une longueur égale, les aires contenues dans ces périmètres sont nécessairement égales". **40**. Or c'est faux, car tout dépend de la forme de la figure définie par ces lignes, et les historiens ont été repris par les géomètres pour avoir cru que la longueur du périple suffisait à indiquer la grandeur d'une île. En effet, plus une figure est parfaite, plus elle est spacieuse. **41**. Si donc la ligne périmétrale, dont j'ai parlé, limite un disque, qui est la figure plane la plus parfaite, elle embrassera un espace plus étendu que si elle formait un quadrilatère aux côtés égaux ; à son tour, le carré en contient un plus grand que le triangle, et le triangle lui-même un plus grand s'il est équilatéral que s'il est scalène » (traduction J. Cousin, legèrement modifiée).

3) Alcinoos, *Did.* 12.3, 167.46-168.2 Hermann (allusion à *Ti.* 33B) : σχῆμα δ' αὐτῷ περιέθηκε τὸ σφαιροειδές, εὐμορφότατον σχημάτων καὶ πολυχωρότατον καὶ εὐκινητότατον « Quant à la figure, il lui a donné celle d'une sphère, qui est la plus belle de toutes, la plus spacieuse et la plus mobile ».

4) Ptolémée, *Alm.* I.3, *POO* I.1, 13.16-19 : ὡσαύτως δ' ὅτι, τῶν ἴσην περίμετρον ἐχόντων σχημάτων διαφόρων ἐπειδὴ μείζονά ἐστιν τὰ πολυγωνιώτερα, τῶν μὲν ἐπιπέδων ὁ κύκλος γίνεται μείζων, τῶν δὲ στερεῶν ἡ σφαῖρα « De la même façon, puisque parmi les figures différentes qui ont un périmètre égal, la plus polygonale est plus grande, le cercle est plus grand que les <figures> planes, la sphère que les solides ».

5) Galien, *Usu part.* IV.7, I, 204.13-20 Helmreich : ἡ μὲν γαστήρ, ὡς ἂν ὑποδοχῆς ἕνεκα σιτίων γεγενημένη καὶ μέλλουσα τὸν μεταξὺ τόπον ἅπαντα καθέξειν ἥπατος καὶ σπληνός, εὐλόγως ἅμα μὲν περιφερής, ἅμα δὲ προμήκης ἐγένετο, περιφερὴς μέν, ὅτι καὶ δυσπαθέστατον τοῦτο τῶν σχημάτων καὶ μέγιστον — ἁπάντων γὰρ τῶν ἴσην ἐχόντων τὴν περίμετρον σχημάτων τῶν μὲν ἐπιπέδων ὁ κύκλος, τῶν δὲ στερεῶν ἡ σφαῖρα μέγιστα τετύχηκεν ὄντα « L'estomac ayant été créé dans le but de recevoir les aliments et devant occuper tout l'espace situé entre le foie et la rate présente avec raison une forme à la fois circulaire et allongée. Il est circulaire, attendu que cette figure est la moins exposée aux lésions et offre la plus grande capacité — car de toutes les figures ayant le même périmètre, le cercle, parmi les figures planes, et la sphère, parmi les solides, se trouvent être les plus grandes ».

6) Galien, *Usu part.* VII.7, I, 386.22-387.3 Helmreich : ἀλλὰ καὶ τὸ κυκλοτερὲς ἑκάτερον γενέσθαι τῶν ὀργάνων πρός τε τὸ πλείστην δι' ἐλαχίστου χωρίου διέρχεσθαι τὴν ὕλην καὶ πρὸς τὴν δυσπάθειαν αὐτῶν ἄριστα παρεσκεύασται. δέδεικται γὰρ οὖν καὶ πρόσθεν, ὅτι τε δυσπαθέστατον τοῦτο τῶν σχημάτων ὅτι τε μέγιστον ἁπάντων τῶν ἴσην ἐχόντων περίμετρον. εἰ δὲ τοῦτο, δι' ἐλαχίστων τοῖς ὄγκοις ὀργάνων πλείστη ῥᾳδίως ὕλη δύναιτ' ἂν διέρχεσθαι « En outre, que chacun de ces deux organes (la trachée-artère et l'œsophage) soit circulaire, en vue de permettre le transit d'un maximum de matière dans un minimum d'espace et, aussi, pour qu'ils soient difficilement lésés, c'est là une excellente disposition. Car, comme cela a été aussi montré plus haut, cette forme, parmi les figures,

est à la fois la plus difficile à léser et la plus grande de toutes celles qui ont un périmère égal. S'il en est ainsi, un maximum de matière sera capable de transiter aisément par des organes minimaux quant à leurs masses ».

7) Galien, *Usu part.* VIII.11, I, 484.23-485.16 Helmreich : τὴν δὴ τοῦ ψαλιδοειδοῦς ἐκείνου σώματος χρείαν οὐκ ἄλλην τινὰ εἶναι τῆς τῶν ψαλίδων αὐτῶν τῶν ἐν τοῖς οἰκοδομήμασιν ὑποληπτέον. ὡς γὰρ κἀκεῖναι βαστάζειν τὸ ἐπικείμενον ἄχθος ἐπιτηδειότεραι παντὸς ἄλλου σχήματος, οὕτω καὶ τοῦτο τὴν ὑπερκειμένην ἐγκεφάλου μοῖραν ἅπασαν ἀλύπως ὀχεῖ. πάντη τε γὰρ ὁμοιότατον ἑαυτῷ τὸ κυκλοτερές ἐστι καὶ διὰ τοῦτο πάντων σχημάτων δυσπαθέστατον, καὶ μέντοι καὶ μέγιστον ἁπάντων τῶν ἴσην ἐχόντων περίμετρον. ἔστι δ' οὐδὲ τοῦτο σμικρὸν ἀγαθὸν ἀγγείοις καὶ πόροις καὶ κοιλίαις καὶ πᾶσιν, ὅσων ἡ γένεσις ἕνεκα τοῦ δέξασθαί τινας οὐσίας· ἄριστα γὰρ ἐν αὐτοῖς, ὅσα πλείστην ὑποδέχεται, σμικρότατα τοῖς τοῦ σώματος ὄγκοις ὑπάρχοντα. ὥστε καὶ περὶ τοῦ μεταξὺ πόρου ταύτης τε τῆς κοιλίας τῆς ὑποκειμένης τῷ ψαλιδοειδεῖ καὶ τῆς ἐν τῇ παρεγκεφαλίδι τὰς αὐτὰς ἔχοις ἂν λέγειν χρείας τοῦ σχήματος. καὶ γὰρ δυσπαθέστατον καὶ πολυχωρότατον καὶ βαστάζειν ἄχθος ἐπιτηδειότατον τὸ περιφερές « L'utilité de ce corps voûté ne doit pas être réputée autre que celles des voûtes mêmes qui existent dans les maisons. De même, en effet, que ces voûtes sont plus propres que toute autre figure à porter le fardeau superposé, de même celle-ci soutient sans inconvénient toute la partie de l'encéphale qui pèse sur elle ; car un corps sphérique est sur tous ses points exactement semblable à lui-même, par conséquent c'est, de toutes les figures, la moins susceptible de lésion et en outre la plus grande de toutes celles qui ont un périmètre égal. Ce n'est pas là un médiocre avantage pour les vaisseaux, les conduits, les ventricules et toutes les cavités engendrées pour recevoir quelque substance. En effet, de ces corps, les plus excellents sont ceux qui, avec des dimensions moindres, ont la plus grande capacité si bien que l'on peut parler de la même utilité de forme à propos du canal établi entre le ventricule qui s'étend sous le corps voûté et le ventricule du cervelet. En effet, le corps arrondi est à la fois le moins exposé aux lésions, celui dont la capacité est la plus grande, et le plus propre à supporter un fardeau ».

8) Alexandre, *in Top.,* 575.7-14 : τρίτος τοῦ ψευδοῦς λόγου τρόπος, ὅταν τὸ λαμβανόμενον μὲν συνάγῃ τὸ προκείμενον, μὴ ᾖ δὲ οἰκεῖα τὰ λαμβανόμενα τῷ δεικνυμένῳ, οἷον εἰ γεωμετρικόν τι δεικνύει μὴ διὰ γεωμετρικῶν ἢ ἰατρικὸν μὴ διὰ ἰατρικῶν, καὶ τοῦτο ὁμοίως, ἄν τε ἀληθὲς ἄν τε ψεῦδος ᾖ τὸ συναγόμενον· ἡ γὰρ αἰτία τοῦ λόγου τὸ μὴ διὰ οἰκείων γίνεσθαι τῷ προκειμένῳ. ὁ γὰρ δεικνὺς ὅτι τὰ περιφερῆ ἕλκη βραδύτερον θεραπεύεται διὰ τοῦ λαμβάνειν τὸ τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων μέγιστον εἶναι τὸ τοῦ κύκλου ἐμβαδὸν οὐ δι' ἰατρικῶν ἰατρικὸν συλλογίζεται « Troisième mode du discours trompeur, quand ce qui est accepté entraîne bien ce qui est proposé, mais que ces choses acceptées ne sont pas propres à ce qui est démontré, par exemple si un expert en géométrie démontre quelque chose, mais grâce à des principes non géométriques, ou un médecin, grâce à des [principes] non médicaux et ce, semblablement, que la conséquence soit vraie ou fausse ;

car la cause en est la production de l'argument grâce à des [principes] non propres à ce qui est proposé. Car celui qui montre que les plaies circulaires se soignent plus lentement à partir du principe qui dit que, parmi les figures isopérimétriques, l'aire du cercle est la plus grande, étudie un cas médical sans recourir à des [principes] médicaux ».

9) Cassius Iatrosophista, *Quaest. med. et probl. phys.,* 1 (in *Physici et medici Graeci minores,* I, 144 Ideler) : Διὰ τί τὰ στρογγύλα ἕλκη δυσαλθέστερα καθέστηκε τῶν ἄλλων; οἱ μὲν οὖν Ἡροφίλειοι τὴν αἰτίαν ἀποδιδόασι, γεωμετρικῇ χρώμενοι ἀποδείξει· φασὶ γάρ, ὅτι τὰ κυκλικὰ σχήματα τῶν ἑλκῶν μικρὰ μὲν φαίνεται τῇ περιοχῇ, οὐ τοιαῦτα δ' ἐστίν, ἀλλ' ἔχει τῇ δυνάμει μείζονα τὰ ἐμβαδά, ἤπερ φαίνεται. τὸ μεῖζον δὲ πλείονος χρόνου δεῖται πρὸς τὴν ἐπούλωσιν· ὥστε εἰκότως τὰ τοιαῦτα ἕλκη φαίνεται δυσαλθῆ, εἴ γε καὶ μικρὰ φαίνεται· κατὰ δὲ τὸ ἀληθὲς οὐχ οὕτως ἔχει, ἀλλ' ἐστὶ μείζονα. τοῦτο δὲ περικειμένως διεκρούσατο Ἀσκληπιάδης· εἴ τις στρογγύλου ἕλκους ὑποκειμένου, ἐπιδιέλῃ τὰ παρακείμενα σώματα, ὥστε ἐκ τῆς ἐπιδιαιρέσεως γενέσθαι ἐπιμηκέστερον τὸ σχῆμα τοῦ ἕλκους, θᾶττον ἂν γένοιτο ἡ ἐπούλωσις. τοῦτο δ' ἐναντίον τῷ τοῦ Ἡροφίλου ἀρέσκοντι. εἰ γὰρ τὸ μέγεθος τοῦ ἕλκους, ὡς αὐτοί φασιν, αἴτιον γίνεται τῆς δυσθεραπευσίας, ἐχρῆν τοῦ αὐτοῦ ὑποκειμένου μεγέθους καὶ ἑτέρου προσγινομένου ἐκ τῆς ἐπιδιαιρέσεως, μᾶλλον γίνεσθαι δυσιατότερα ταῦτα τὰ ἕλκη « Pourquoi les plaies rondes sont-elles plus difficiles à soigner que les autres ? Les Hérophiliens en donnent la cause en utilisant une démonstration géométrique. D'après ce qu'ils disent en effet, les formes circulaires des plaies paraissent petites par leur pourtour, mais elles ne sont pas telles : elles ont en réalité une aire plus grande qu'il ne paraît ; or ce qui est plus grand a besoin de plus de temps pour la cicatrisation ; aussi est-il normal que de telles plaies paraissent difficiles à soigner, même si, assurément, elles paraissent également petites ; mais en vérité, elles ne sont pas ainsi, mais elles sont plus grandes. Cette opinion fut complètement sapée par Asclépiade. Si, une certaine plaie circulaire est supposée, on incise en plus les parties attenantes de façon à ce que, par suite de cette incision supplémentaire, la forme de la plaie devienne plus allongée, la cicatrisation sera plus rapide. Cela va à l'encontre de l'avis d'Hérophile. Car si c'est la grandeur de la plaie, comme ils le disent, qui est la cause de la difficulté à guérir, il faudrait, du moment que la grandeur supposée est la même et que s'y ajoute une seconde autre grandeur à la suite de l'incision supplémentaire, que ces plaies-là soient plus difficiles à soigner » (traduction Jouanna 1992, 102-103, légèrement modifiée).

10) Diogène Laërce, VIII.87-88 : ἔπειθ' οὕτως ἐπανελθεῖν Ἀθήναζε, πανὺ πολλοὺς περὶ ἑαυτὸν ἔχοντα μαθητάς, ὥς φασί τινες, ὑπὲρ τοῦ Πλάτωνα λυπῆσαι, ὅτι τὴν ἀρχὴν αὐτὸν παρεπέμψατο. τινὲς δέ φασι καὶ συμπόσιον ἔχοντι τῷ Πλάτωνι αὐτὸν τὴν ἡμικύκλιον κατάκλισιν, πολλῶν ὄντων, εἰσηγήσασθαι « Puis, après tout cela, <Eudoxe> retourna à Athènes, emmenant avec lui un très grand nombre de disciples, comme le disent certains, pour chagriner Platon, qui au début l'avait éconduit. Certains racontent qu'il apprit à Platon, qui donnait un banquet, la disposition des sièges en demi-cercle, en raison du nombre de personnes présentes ».

11) Thémistius, *in APo.*, 6.24-26 : ὥσπερ εἴ τις ἰατρὸς τὰ περιφερῆ τῶν τραυμάτων δυσιατρότερα ἀποδεικνύοι, διότι τὸ σχῆμα πολυχωρητότερον τῶν λοιπῶν· γεωμέτρου γὰρ ἡ ἀπόδειξις, οὐκ ἰατροῦ « Comme si quelque médecin démontrait que parmi les blessures, les circulaires sont plus difficiles à soigner parce que leur figure est plus spacieuse que les autres ; car cette démonstration relève du géomètre, pas du médecin ».

12) Thémistius, *in Ph.*, 61.7 : ἡ χελιδὼν οἰκοδομεῖ τὴν νεοττιὰν ὅτι μάλιστα ἀσφαλῶς συνδέουσα κάρφεσι τὸν πηλὸν καὶ σχῆμα πολυχωρότατόν τε καὶ ἰσχυρότατον ἐργαζομένη « L'hirondelle bâtit son nid en liant ensemble, de la manière la plus soignée possible, la boue avec des petites branches et en faisant la figure la plus spacieuse et la plus résistante ».

13) Synésios, *Calv. enc.* VIII, 205.11 Terzaghi = 63 Lamoureux : ὁ δέ ἐστιν ὁ τρίτος θεός, ἡ τοῦ κόσμου ψυχή, ἣν ὁ πατὴρ μὲν αὐτῆς, τοῦ δὲ σωματικοῦ κόσμου δημιουργὸς ἐπεισήγαγε τῷ κόσμῳ, τέλεον αὐτὸν καὶ ὅλον καὶ πᾶν ἐκ πάντων σπερμάτων τε καὶ σωμάτων ἀπεργασάμενος, ἀποδοὺς διὰ τοῦτο καὶ σχῆμα σχημάτων τὸ περιεκτικώτατον. ἔστι δὲ τῶν μὲν ἰσοπεριμέτρων μεῖζον ἀεὶ τὸ πολυγωνότερον· τῶν δὲ πολυγώνων ἁπάντων κύκλος ἐν ἐπιπέδοις· ἐν δὲ τοῖς βάθος ἔχουσι σφαῖρα· ἴσασιν οἱ γεωμετρίας καὶ στερεομετρίας ἐπήβολοι « C'est le troisième dieu, l'âme du monde, que son propre père, le Démiurge du cosmos corporel, a introduit dans le cosmos, le rendant parfait et complet, empli de toutes les semences et autres corps, en lui donnant pour cette raison la figure la plus englobante de toutes. Or, parmi les figures isopérimétriques, la plus polygonale est toujours plus grande ; dans les figures planes, le cercle est plus grand que tous les polygones ; dans celles qui ont la profondeur, c'est la sphère ; ceux qui maîtrisent la géométrie et la stéréométrie le savent ».

14) Proclus, *in Ti.*, II, 70.32-71.4 : διὰ τί δὲ συγγενὲς καὶ πρέπον τῷ παντὶ τὸ σφαιρικὸν ἐξηγούμενος ὁ Πλάτων ἐπήνεγκεν, ὅτι τὸ πάντων περιεκτικὸν δεῖ τοιοῦτον ἔχειν σχῆμα· τάχα μὲν ὅτι καὶ τῶν ἰσοπεριμέτρων στερεῶν ἡ σφαῖρα πολυχωρητότερον, ὥς φασιν οἱ τὰ μαθηματικὰ δεινοὶ καὶ ἡμεῖς μικρὸν ὕστερον ἀναλεγόμενοι τὰ ἐκείνων ἐροῦμεν « Mais pourquoi, lorsqu'il explique que la forme sphérique a affinité et convenance avec l'Univers, Platon a-t-il ajouté que ce qui est compréhensif de toutes choses doit avoir telle figure ? Peut-être parce que la sphère est plus spacieuse que les solides isopérimétriques comme le disent les savants *ès* mathématiques et comme nous le dirons nous-mêmes un peu plus loin en compilant leurs ouvrages » (traduction A. J. Festugière, légèrement modifiée).

15) Proclus, *in Ti.*, II, 76.6-29 : ἀπὸ τούτων μὲν οὖν, ὡς συλλήβδην εἰπεῖν, ἐπιχειροῦσιν οἱ ἀστρονόμοι. ὅτι δὲ καὶ ἡ σφαῖρα πολυχωρότατον τῶν ἰσοπεριμέτρων, ἀποδείκνυται παρ' αὐτοῖς, καὶ ὅπως πάντα μὲν εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγράφειν δυνατόν, οὐ πάντα δὲ εἴς τι τῶν πολυέδρων. καὶ οὐδὲν δεῖ μεταγράφειν ἡμᾶς τὰ παρ' ἐκείνοις ἀποδεδειγμένα· πρὸς γὰρ τὸν δι' ἐκείνων ἱκανῶς πεπαιδευμένον ποιούμεθα τοὺς λόγους· τοσοῦτον δὲ ὅμως ἱστορητέον,

ὅτι τῶν ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων καὶ ἴσην περίμετρον ἐχόντων τὸ πολυγωνότερον μεῖζον ἀποδείξαντες πρῶτον καὶ τὸν κύκλον ἑξῆς μείζονα τῶν ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων, ἰσοπεριμέτρων δέ, δεικνύουσι καὶ τὴν σφαῖραν τῶν ἴσην ἐπιφάνειαν ἐχόντων στερεῶν σχημάτων ἑπομένως μείζονα καὶ διαφερόντως τῶν παρὰ Πλάτωνι λεγομένων πολυέδρων ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων, τὰ μὲν χρώμενοι τοῖς παρὰ τῷ Εὐκλείδῃ δειχθεῖσι, τὰ δὲ τοῖς παρὰ τῷ Ἀρχιμήδει. καί, ὅπερ ἔφην, ἔξεστιν ἐκείνοις συγγενόμενον τὰς ἀποδείξεις ἀναλέγεσθαι· τάξομεν δὲ αὐτὰς καὶ ἡμεῖς ἐν τῷ μετὰ πᾶσαν τὴν πραγματείαν ἔχοντι τὴν συναγωγὴν τῶν πρὸς τὸν Τίμαιον μαθηματικῶν θεωρημάτων διὰ πλατυτέρων ἐφόδων ὧν τοῖς ὑπομνήμασιν ἐγκατασπείροντες γράφομεν, ἵν' ἐξῇ τοῖς φιλοθεάμοσι καὶ τούτων ἔχειν ἠθροισμένα πάντα πρὸς τὴν τοῦ διαλόγου τῶν μαθηματικῶν ἕνεκα παντοίαν κατάληψιν. τῶν μὲν οὖν μαθηματικῶν ἅλις « C'est donc à partir de ces faits, pour le dire en résumé, que raisonnent les astronomes. Et l'on voit démontré aussi chez eux que la sphère est la figure la plus spacieuse parmi les isopérimètres et comment il est possible d'inscrire tous les solides dans la sphère, mais non pas tous dans l'un quelconque des polyèdres. Cependant nous n'avons nul besoin de copier leurs démonstrations : car nous nous adressons au lecteur déjà suffisamment instruit grâce à leurs ouvrages. Bornons-nous à rapporter ce peu que voici, que, après avoir démontré d'abord que, parmi les polygones équilatéraux et équiangles ayant un périmètre égal, celui qui a plus d'angles est plus grand, ensuite que le cercle est plus grand que les polygones équilatéraux et équiangles qui lui sont isopérimètres, ils montrent aussi conséquemment que la sphère est plus grande que les figures solides ayant une surface égale et spécifiquement que les polyèdres équilatéraux et équiangles dits platoniciens en utilisant tantôt ce qui a été démontré par Euclide, tantôt ce qui l'a été par Archimède. Si l'on a fréquenté ces auteurs, on peut, comme je l'ai dit, compiler leurs démonstrations. Nous aussi d'ailleurs, nous leur donnerons une place dans l'écrit à venir après tout ce traité, qui contiendra un recueil des théorèmes mathématiques relatifs au *Timée,* où nous emploierons de plus amples explications que celles que nous répandons ça et là en cet ouvrage, afin qu'il soit possible aux gens curieux aussi de ces choses de trouver tout rassemblé en vue d'une compréhension multiforme du dialogue pour ce qui regarde les mathématiques. Mais en voilà assez quant aux preuves mathématiques » (traduction A. J. Festugière, légèrement modifiée).

16) Proclus (Géminus ?), *iE,* 38.21-39.6 : τὸ δ' αὖ τακτικὸν οὐκ ἀξιοῦσιν ἕν τι τῶν μερῶν τῆς μαθηματικῆς λέγειν, ὥσπερ ἕτεροι, ἀλλὰ προσχρῆσθαι τότε μὲν λογιστικῇ, καθάπερ ἐν ταῖς ἐξαριθμήσεσι τῶν λόγων, τότε δὲ γεωδεσίᾳ, καθάπερ ἐν ταῖς διαιρέσεσι τῶν χωρίων καὶ ταῖς ἀναμετρήσεσιν, ὥσπερ δὴ πολλῷ πλέον οὔτε τὸ ἱστορικὸν οὔτε τὸ ἰατρικὸν μέρος εἶναι μαθηματικῆς, εἰ καὶ προσχρῶνται πολλάκις οἵ τε τὰς ἱστορίας γράφοντες τοῖς μαθηματικοῖς θεωρήμασιν, ἢ θέσεις κλιμάτων φράζοντες ἢ μεγέθη πόλεων καὶ διαμέτρους ἢ περιβόλους καὶ διαμέτρους ἢ περιμέτρους συλλογιζόμενοι, καὶ οἱ ἰατροὶ πολλὰ τῶν οἰκείων διὰ τῶν τοιούτων ἐφόδων σαφηνίζοντες. τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς

ἀστρολογίας ὄφελος εἰς ἰατρικὴν καὶ Ἱπποκράτης δῆλον ποιεῖ καὶ πάντες ὅσοι τι περὶ ὡρῶν καὶ τόπων εἰρήκασι. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὖν καὶ ὁ τακτικὸς χρήσεται μὲν τοῖς θεωρήμασι τῶν μαθηματικῶν, οὐ μέντοι μαθηματικός ἐστιν, εἰ καὶ ποτὲ μὲν ἐλάχιστον δεῖξαι τὸ πλῆθος βουλόμενος εἰς κύκλον σχηματίζοι τὸ στρατόπεδον, ποτὲ δὲ πλεῖστον εἰς τετράγωνον ἢ πεντάγωνον ἢ ἄλλο τι πολύγωνον « Pour eux, contrairement à d'autres, la tactique n'est pas digne d'être comptée comme une partie de la mathématique, quoiqu'elle fasse cependant usage tantôt de la logistique, comme dans le dénombrement des troupes, tantôt de la géodésie comme dans les divisions des terrains et dans les arpentages. Davantage encore ils considèrent que ni l'histoire ni la médecine ne sont des parties de la mathématique, bien que les auteurs d'ouvrages historiques fassent souvent appel à des théorèmes mathématiques pour indiquer la position des climats ou pour calculer la grandeur des villes, leurs diamètres ou leurs pourtours, et quoique les médecins éclairent par cette sorte de procédés beaucoup de choses de leur compétence ; et l'utilité de l'astronomie pour la médecine est rendue parfaitement claire par Hippocrate et tous ceux qui ont traité des saisons et des lieux. C'est, par conséquent, de la même manière que le tacticien fera usage de théorèmes mathématiques, sans être mathématicien pour autant ; il formera son armée, tantôt en cercle s'il veut la faire paraître la moins nombreuse possible, tantôt en carré, en pentagone ou en quelque autre polygone, s'il veut la faire paraître plus nombreuse ».

17) Proclus, *iE,* 236.2-5 : πολλοὶ γοῦν ἐν διανομαῖς τισι χωρίων τοῦτο μὴ παραφυλάξαντες τὸ μεῖζον λαβόντες χωρίον δικαίων ἀπηνέγκαντο δόξαν ὡς τὸ ἴσον ἑλόμενοι διὰ τὸ συναμφοτέρας τὰς περιεχούσας ἴσας εἶναι συναμφοτέραις « Certes, nombreux sont ceux qui, n'ayant pas respecté cela dans certains partages des terres, prenant une terre plus grande, obtinrent une réputation de justice pour avoir pris une part égale parce que les côtés contenant [leur part], pris ensemble, étaient égaux aux [côtés de l'autre], pris ensemble ».

18) Proclus, *iE,* 236.18-237.18 : τρίγωνον δὲ αὖ ἴσον τριγώνῳ λέγεται τηνικαῦτα, ἡνίκα ἂν τὸ ἐμβαδὸν αὐτῶν ἴσον ᾖ. δυνατὸν γὰρ τῶν περιμέτρων ἴσων ὑπαρχουσῶν διὰ τὴν ἀνισότητα τῶν γωνιῶν καὶ τὰ ἐμβαδὰ ἄνισα εἶναι. καλῶ δὲ ἐμβαδὸν αὐτὸ τὸ χωρίον τὸ ὑπὸ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν ἀπολαμβανόμενον, ὥσπερ δὴ περίμετρον τὴν συγκειμένην γραμμὴν ἐκ τριῶν τριγωνικῶν πλευρῶν. ἄλλο οὖν ἑκάτερον καὶ δεῖ μετὰ τῆς τῶν περιμέτρων ἰσότητος κατὰ μίαν πλευρὰν καὶ τὰς γωνίας ἴσας εἶναι, εἰ μέλλοι καὶ τὸ ἐμβαδὸν εἶναι τῷ ἐμβαδῷ ἴσον. συμβαίνει δὲ ἐπί τινων καὶ τῶν ἐμβαδῶν ἴσων ὄντων ἀνίσους εἶναι τὰς περιμέτρους καὶ τῶν περιμέτρων ἴσων οὐσῶν ἄνισα τὰ ἐμβαδά. δυεῖν γοῦν ὄντων τριγώνων ἰσοσκελῶν, ὧν ἑκάτερον ἔχει τὰς ἴσας πλευρὰς ἀπὸ πέντε μονάδων, τῶν δὲ βάσεων τὸ μὲν ὀκτώ, τὸ δὲ ἕξ· τούτων ὁ μὲν ἄπειρος γεωμετρίας εἴποι ἂν μεῖζον εἶναι τὸ ἔχον ὀκτὼ τὴν βάσιν. πᾶσα γὰρ ἔσται ἡ περίμετρος ὀκτωκαίδεκα. ὁ δ' αὖ γεωμετρικὸς εἴποι ἂν ὅτι ἑκατέρου τὸ ἐμβαδόν ἐστι δώδεκα. καὶ ταῦτα ἀποδείξει κάθετον ἀγαγὼν ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων ἀπὸ τῆς κορυφῆς καὶ ποιήσας ταύτην ἐπὶ θατέρῳ μέρει τῶν τῆς

βάσεως τμημάτων. ἔστιν δὲ ὥσπερ ἔφην καὶ τῶν περιμέτρων ἰσαζομένων ἄνισα εἶναι τὰ χωρία. καὶ ἤδη τινὲς κοινωνοὺς ἑαυτῶν ἐν διανομαῖς χωρίων παρεκρούσαντο διὰ τῆς κατὰ τὴν περίμετρον ἰσότητος μεῖζον λαβόντες χωρίον « Mais, d'un autre côté, on dit "un triangle égal à un triangle" pour autant que leur aire est égale. Car il est possible que, les périmètres se trouvant égaux, les aires, à cause de l'inégalité des angles, soient aussi inégales. Et j'appelle "aire" ce domaine découpé par les côtés du triangle, de même que j'appelle "périmètre" la ligne composée des trois côtés triangulaires. L'un et l'autre sont donc différents et il faut, outre l'égalité des périmètres, qu'un côté et que les angles soient égaux si l'on veut que l'aire soit égale à l'aire. Et il arrive aussi que de certaines des aires qui sont égales, les périmètres soient inégaux ou que les périmètres étant égaux, les aires soient inégales. En effet, deux triangles étant isocèles, dont chacun des deux a les côtés égaux de cinq unités et pour bases, l'un huit, l'autre six, celui qui est inexpérimenté en géométrie, de ces triangles, dira que celui qui a une base de huit est plus grand. Car le périmètre tout entier sera de dix-huit. Mais l'expert en géométrie dira que l'aire de chacun des deux est 12. Et il le démontrera en menant une perpendiculaire dans chacun des triangles à partir du sommet et en multipliant celle-ci par les segments de la base, pris respectivement d'un côté ou de l'autre. Mais le cas se trouve aussi, comme nous venons de le dire, où les périmètres étant pris égaux, les aires soient inégales. Et c'est ainsi que certains ont floué ceux qui participaient avec eux à des distributions de terres, en prenant une terre plus grande grâce à l'égalité quant au périmètre ».

19) Proclus, *iE,* 396.12-398.19 : δόξειεν δ' ἂν παντελῶς εἶναι θαυμαστὸν τοῖς ἀπείροις τῆς τοιαύτης θεωρίας, εἰ τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως παραλληλόγραμμα ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. πῶς γὰρ τοῦ μήκους τῶν συνισταμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως χωρίων ἐπ' ἄπειρον αὐξανομένου — ἐφ' ὅσον γὰρ τὰς παραλλήλους ἐκβάλλομεν, ἐπὶ τοσοῦτον καὶ τὰ μήκη τῶν παραλληλογράμμων αὔξειν δυνάμεθα — πῶς δὲ τούτου γινομένου μένει τῶν χωρίων ἡ ἰσότης, εἰκότως ἄν τις ἐπιζητήσειεν. εἰ γὰρ τὸ μὲν πλάτος ταὐτόν — ἡ γὰρ βάσις μία — τὸ δὲ μῆκος μεῖζον, πῶς οὐχὶ καὶ τὸ χωρίον μεῖζον; ἐστὶ μὲν οὖν τὸ θεώρημα τοῦτο καὶ τὸ περὶ τῶν τριγώνων ἑξῆς τῶν παραδόξων ἐν τοῖς μαθήμασι καλουμένων θεωρημάτων. ἐξειργάσαντο γὰρ καὶ οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων τὸν παράδοξον λεγόμενον τόπον, ὥσπερ οἱ ἀπὸ τῆς Στοᾶς ἐπὶ τῶν δειγμάτων, καὶ τίθενται καὶ τοῦτο τὸ θεώρημα τῶν τοιούτων εἶναι. καταπλήττει γοῦν τοὺς πολλοὺς εὐθύς, εἰ τὸ μῆκος πολλαπλασιαζόμενον οὐκ ἀναιρεῖ τὴν ἰσότητα τῶν χωρίων τῆς αὐτῆς οὔσης βάσεως. ὁμοίως δὲ λεκτέον ὅτι μέγιστον ἡ τῶν γωνιῶν ἰσότης δύναται καὶ ἀνισότης πρὸς τὴν αὔξησιν τῶν χωρίων ἢ τὴν ἐλάττωσιν. ὅσῳ γὰρ ἀνίσους ποιοῦμεν τὰς γωνίας, τόσῳ μᾶλλον ἐλασσοῦμεν τὸ χωρίον, εἰ μένοι τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος ταὐτόν. δεῖ οὖν τοῦ μήκους αὐξήσεως, ἵνα τὴν ἰσότητα φυλάξωμεν. ἔστω γὰρ εἰ τύχοι παραλληλόγραμμον τὰ αβγδ καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ αγ εἰς ἄπειρον. καὶ ἔστω τυχὸν ὀρθογώνιον τοῦτο, καὶ ἐπὶ τῆς βδ βάσεως ἕτερον συνεστάτω τὸ βεζδ. ὅτι μὲν οὖν τὸ μῆκος ηὔξηται δῆλον. μείζων γὰρ ἡ βε τῆς

αβ ὀρθῆς οὔσης τῆς πρὸς τῷ α γωνίας. ἀλλὰ τοῦτο ἀναγκαίως γέγονεν. ἄνισοι γὰρ αἱ γωνίαι γεγόνασι τοῦ βεζδ παραλληλογράμμου, καὶ αἱ μὲν ὀξεῖαι, αἱ δὲ ἀμβλεῖαι. τοῦτο δὲ συμβέβηκεν διὰ τὸ τὴν βε πλευρὰν ὥσπερ συμπτύσσεσθαι πρὸς τὴν βδ καὶ συστέλλειν τὸ χωρίον. εἰλήφθω γὰρ εἰ τύχοι ἴση τῇ αβ ἡ βη, καὶ παράλληλος διὰ τοῦ η τῇ βδ ἡ ηθ. ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ μῆκος τοῦ βδηθ ἴσον τῷ μήκει τοῦ αβγδ καὶ τὸ πλάτος ταὐτόν, ἀλλὰ τὸ χωρίον ἔλασσον τοῦ χωρίου καὶ γὰρ τοῦ βεζδ ἔλασσόν ἐστιν. ἡ μὲν δὴ τῶν γωνιῶν ἀνισότης τὸ ἐμβαδὸν ἠλάττωσεν, ἡ δὲ τοῦ μήκους αὔξησις, ὅσον ἀφεῖλεν ἐκείνη, τοσοῦτον προσθεῖσα τὴν ἰσότητα τῶν χωρίων ἐφύλαξεν. ὅρος δὲ τῆς τοῦ μήκους αὐξήσεώς ἐστιν ὁ τῶν παραλλήλων τόπος. ὀρθογωνίων μὲν γὰρ συναμφοτέρων ὄντων τῶν παραλληλογράμμων δείκνυται τὸ τετράγωνον τοῦ ἑτερομήκους μεῖζον, ἰσοπλεύρων δὲ ἀμφοτέρων ὄντων τὸ ὀρθογώνιον δείκνυται τοῦ μὴ ὀρθογωνίου μεῖζον. καὶ γὰρ ἡ τῶν γωνιῶν ὀρθότης καὶ ἡ τῶν πλευρῶν ἰσότης τὸ πᾶν δύναται πρὸς τὴν τῶν χωρίων αὔξησιν. ὅθεν δὴ τὸ μὲν τετράγωνον ἀναφαίνεται τῶν ἰσοπεριμέτρων μεῖζον, τὸ δὲ ῥομβοειδὲς ἁπάντων ἔλασσον. Ἀλλὰ ταῦτα μὲν ἐν ἄλλοις δείξομεν· πρεπωδέστερα γάρ ἐστι ταῖς ὑποθέσεσι τοῦ δευτέρου βιβλίου « Il apparaîtra sans doute tout à fait étonnant à ceux qui sont inexpérimentés dans ce genre d'étude que des parallélogrammes sur la même base soient égaux entre eux. Comment, en effet, malgré l'extension indéfinie des longueurs des aires construites sur la même base — car, pour autant que nous prolongions les parallèles, pour autant nous pouvons aussi augmenter les longueurs des parallélogrammes —, comment, ceci se produisant, l'égalité des aires peut-elle donc subsister, voilà vraisemblablement ce sur quoi on peut s'interroger. Car si la largeur est la même — car la base est unique — mais la longueur plus grande, comment se fait-il que l'aire ne soit pas plus grande ? Ainsi donc ce théorème, comme celui qui suit sur les triangles, fait partie des théorèmes dits paradoxaux en mathématiques. Et, en effet, ceux qui étudient les mathématiques ont aussi cultivé le lieu dit paradoxal, comme les Stoïciens l'ont fait dans leurs arguments et ils posent que ce théorème-ci en fait partie. La plupart des gens sont donc frappés de stupeur quand, la longueur étant multiplée, mais la base restant la même, l'égalité des aires n'est pas détruite. Et semblablement il faut dire que l'égalité ou l'inégalité des angles a la plus grande incidence sur l'augmentation ou la diminution des aires. Car plus nous produisons les angles inégaux, plus nous diminuerons les aires si la longueur et la largeur restent les mêmes. L'augmentation de la longueur est donc nécessaire pour que nous préservions l'égalité [des aires]. Soit en effet, par exemple, le parallélogramme ΑΒΓΔ et que ΑΓ soit indéfiniment prolongée. Et que celui-ci, par exemple, soit rectangle, et qu'en soit construit un autre, ΒΕΖΔ, sur la base ΒΔ. Que la longueur augmente, c'est évident, car ΒΕ est plus grande que ΒΑ, l'angle en Α étant droit. Mais cela se produit nécessairement. Car les angles du parallélogramme ΒΕΖΔ deviennent inégaux, les uns aigus, les autres, obtus. Et cela se produit à cause du fait que le côté ΒΕ se rapproche de ΒΔ et contracte l'aire. En effet, que soit pris par exemple ΒΗ, égale à ΑΒ, et une parallèle à ΒΔ passant par Γ, ΗΘ. Il se trouve donc à la fois que la longueur de ΒΔΗΘ est égale à la longueur de

ΑΒΓΔ et que la largueur est la même, mais que son aire est plus petite que l'aire, car elle est aussi plus petite que ΒΕΖΔ. Alors l'inégalité des angles a diminué l'aire tandis que l'augmentation de la longueur, ajoutant autant que celle-là avait retranché, a préservé l'égalité des aires. Et la limite de l'augmentation de la longueur est le lieu des parallèles. Et, d'une part, parmi les parallélogrammes qui sont l'un et l'autre rectangles, le carré est démontré plus grand que l'hétéromèque, d'autre part parmi ceux qui sont l'un et l'autre équiangle, le rectangle est démontré plus grand que le non-rectangle. Et en effet la rectitude des angles et l'égalité des côtés peuvent tout quant à l'augmentation des aires. D'où il résulte que le carré apparaît manifestement plus grand que les figures qui lui sont isopérimètres tandis que le rhomboïde est le plus petit de tous. Mais nous démontrerons ces choses ailleurs, car elles conviennent bien davantage aux hypothèses du deuxième Livre ».

20) Proclus, *iE,* 403.4-404.20 : καὶ γὰρ ἴσων ἐκείνων ἄνισα τὰ χωρία, καὶ ἀνίσων ἴσα δείκνυνται. τοιοῦτον δέ τι πεπόνθασιν οἱ χωρογράφοι τὰ μεγέθη τῶν πόλεων ἐκ τῶν περιμέτρων συλλογιζόμενοι. ἤδη δέ τινες κοινωνοὶ κτημάτων ἐν τῇ διαιρέσει παρελογίσαντο τοὺς συνδιανεμομένους τῇ ὑπεροχῇ τῆς περιμέτρου παραχρησάμενοι, καὶ πλείονα λαβόντες τῶν ἀπελθόντων – εἰληφότες τὸ (?) ὑπὸ τῆς μείζονος περιμέτρου περιεχόμενον ἐμβαδὸν εἶτα (?) ἀμείψαντες χωρία περιοχῇ ἐλάσσονι (?) χρώμενα – βελτίστων ἀπηνέγκαντο δόξαν. δυεῖν γοῦν προκειμένων ἰσοσκελῶν τριγώνων, ὧν τὸ μὲν ἑκατέραν τῶν ἴσων ἔχει πέντε, τὴν δὲ βάσιν ἓξ τῶν αὐτῶν, τὸ δὲ ἑκατέραν μὲν τῶν ἴσων πέντε, τὴν δὲ βάσιν ὀκτὼ τῶν αὐτῶν, οἷον πήχεων, δακτύλων, κομιδῇ ἀπατᾷ τὸν ἄπειρον τούτων εἰς αἵρεσιν. τοῦτο μὲν γὰρ τὴν περίμετρον ἔχει δέκα καὶ ὀκτώ, θάτερον δὲ ἓξ καὶ δέκα τῶν αὐτῶν μέτρων. 'Αλλ' ὁ γεωμετρικὸς οὐκ ἀγνοήσει ὅτι ἴσα ἐστὶ τὰ χωρία, κἂν αἱ περίμετροι ἄνισοι ὦσιν. δώδεκα γὰρ ἑκάτερόν ἐστιν. ἐὰν γὰρ ἀγάγῃς ἀπὸ τῆς κορυφῆς κάθετον δίχα μὲν διαιρήσεις τὰς βάσεις καὶ ποιήσεις ἐν θατέρῳ μὲν τριῶν, ἐν δὲ λοιπῷ τεττάρων τὸ ἥμισυ τῆς βάσεως, αὐτὴν δὲ τὴν κάθετον ἀνάπαλιν οὗ μὲν τεττάρων, οὗ δὲ τριῶν. δεῖ γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς πεντάδος ἴσον [εἶναι] τῷ τε ἀπὸ τῆς καθέτου καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως. 'Αλλ' εἰ μὲν αὕτη τριῶν, ἡ κάθετος τεττάρων, [εἰ δΔ] αὕτη τεττάρων, ἐκείνη δηλαδὴ τριῶν. ποιήσας οὖν τὴν κάθετον ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς βάσεως ἕξεις τὸ ἴσον τῷ τριγώνῳ χωρίον. τοῦτο δὲ ταὐτόν ἐστιν καθΔ ἑκάτερον, εἴτε τὸν τρία ἐπὶ τὸν τέσσαρα, εἴτε τὸν τέσσαρα ἐπὶ τὸν τρία ποιήσειας. Ταῦτα μὲν οὖν εἴρηται πρὸς ἔνδειξιν τοῦ τὴν ἰσότητα τῶν χωρίων μὴ πάντως ἐκ τῶν περιμέτρων λαμβάνειν, ἵνα μὴ θαυμάζωμεν, εἰ τῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τριγώνων ἐπΔ ἄπειρον αὔξεσθαι κατὰ τὰς λοιπὰς πλευρὰς δυναμένων ἐντὸς τῶν αὐτῶν παραλλήλων ὅμως ἡ τῶν χωρίων ἰσότης ἀνεξάλλακτος διαμένει « Il a été démontré que les aires sont inégales même si ceux-là (les périmètres) sont égaux, égales même s'ils sont inégaux. Et c'est là qu'achoppent les chorographes quand ils évaluent les tailles des cités à partir de leurs périmètres. Et c'est ainsi que certains participants à la division de lots de terre ont trompé les autres bénéficiaires en faisant un usage

malhonnête d'une différence de périmètre et en prenant plus que ce qu'ils laissent — ayant reçu une aire contenue par un plus grand périmètre puis les ayant échangées contre des aires contenues par des pourtours plus petits — ils acquirent une réputation d'excellence. Ainsi que soient donc proposés deux triangles isocèles dont l'un a chacun des deux côtés égaux qui vaut cinq et la base qui vaut six des mêmes [mesures] et l'autre chacun des deux côtés égaux à cinq et la base à huit des mêmes [mesures], telles des coudées, des doigts ; la personne inexpérimentée sera complètement trompée pour choisir entre ceux-ci. Car l'un a un périmètre de dix-huit, l'autre de seize des mêmes mesures. Mais l'expert en géométrie n'ignorera pas que les aires sont égales, même si les périmètres sont inégaux. Car chacune des deux est douze. Car si tu mènes une perpendiculaire à partir du sommet, que tu divises les bases en deux [parties égales] et produises dans l'un trois, dans l'autre quatre, pour la moitié de la base, la perpendiculaire elle-même, inversement, sera dans l'un quatre, dans l'autre trois. Car il faut que le [carré] sur le nombre cinq soit égal à la somme de celui sur la perpendiculaire et de celui sur la moitié de la base. Mais si celle-ci est trois, la perpendiculaire est quatre et si elle est quatre, celle-là sera évidemment trois. Multipliant donc la perpendiculaire par la moitié de la base, tu obtiendras une aire égale pour le triangle. Et c'est la même chose dans chacun des deux cas, soit que tu multiplies trois par quatre, soit quatre par trois. Ces choses ont été dites pour montrer que l'on ne peut, dans tous les cas, admettre l'égalité des aires à partir des périmètres, afin que nous ne nous étonnions pas si, des triangles sur la même base pouvant augmenter indéfiniment selon les côtés restants, à l'intérieur des mêmes parallèles, l'égalité des aires reste cependant immuable ».

21) Pseudo-Héron d'Alexandrie, *Definitiones,* def. 82, *HOO* IV, 54.16-22 : Ὥσπερ δὲ τῶν ἐπιπέδων ἰσοπεριμέτρων σχημάτων μείζων ἐστὶ κύκλος, οὕτως τὸ τῆς σφαίρας σχῆμα πάντων τῶν στερεῶν ἰσοπεριμέτρων αὐτῇ σχημάτων, τουτέστι τῶν τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ κεχρημένων, μέγιστόν ἐστι· διὸ καὶ περιεκτικὸν τῶν ἄλλων ἁπάντων ἐλαττόνων « De la même manière, le cercle est plus grand que les figures planes isopérimétriques, ainsi la figure de la sphère est la plus grande de toutes les figures solides qui lui sont isopérimétriques, c'est à dire de celles qui ont une surface égale ; et c'est à cause de cela qu'elle englobe toutes les autres [figures], plus petites ».

22) Scholie n° 36 à *El.* II.5, *EE* V,1, 174.3-9 : Ἐκ τούτου δειχθήσεται, ὅτι τὸ τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τοῦ ἰσοπεριμέτρου ἑτερομήκους ὀρθογωνίου· τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς ἡμισείας μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων ὀρθογωνίου τῷ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνῳ, εἴπερ ἀμφοτέροις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας· ὅτι δὲ τοῦτο ἰσοπερίμετρόν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τμημάτων ὀρθογωνιῳ « A partir de ce théorème, il sera démontré que le carré est plus grand que le rectangle hétéromèque isopérimètre ; car le [carré] sur la moitié est plus grand que le rectangle [contenu] par les segments inégaux de la droite entière par le carré sur la droite entre les sections, puisque le [carré] sur la moitié est égal à l'un et à l'autre. Or celui-ci est isopérimétrique au rectangle [contenu] par les segments inégaux ».

23) Damianus, *Opt.* 3, 5.21-6.2 : εἰ γὰρ μέλλοι τάχιστα ἡ ὄψις πρὸς τὸ ὁρατὸν ἀφικνεῖσθαι, ἐπ' εὐθείας ἐνεχθήσεται· αὕτη γὰρ πασῶν ἐλαχίστη γραμμῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν καὶ αὖ πάλιν εἰ μέλλοι ὡς ἐνδέχεται πλεῖστον ἐπιλήψεσθαι τοῦ ὁρωμένου, κατὰ κύκλον αὐτῷ ἐπιβαλεῖ. οὗτος γὰρ τῶν ἐπιπέδων τε καὶ ἰσοπεριμέτρων αὐτῷ σχημάτων πολυχωρητότατος ἀποδείκνυται « Si l'on veut que la vue arrive le plus vite possible sur ce qui est visible, elle devra se déplacer en <ligne> droite – car celle-ci est la plus petite de toutes les lignes qui ont les mêmes extrêmités –. Et à nouveau, si l'on veut qu'elle apprenne le plus possible de ce qui est vu, elle tombera sur lui selon un cercle, car il est démontré que c'est la plus spacieuse parmi les figures à la fois planes et qui lui sont isopérimétriques ».

24) Anonyme, *Prol. in Plat. phil.* 5.40-43 Westerink : εὗρεν δὲ καὶ πολιτικά· τὸ γοῦν τὰς ˇτηβάδαςˇ κυκλοτερεῖς εἶναι αὐτὸς πρῶτος ἐφεῦρεν ὡς πολυχωρητοτέρας· δέδεικται γὰρ τοῖς γεωμέτραις ὅτι πάντων τῶν ἰσοπεριμέτρων χωρίων πολυχωρητότερος τυγχάνει ὁ κύκλος « Il [*scil.* Platon] fit encore des découvertes touchant à la vie de la cité. Par exemple, il découvrit le premier que les salles circulaires étaient plus spacieuses, car les géomètres ont démontré que le cercle se trouve être plus spacieux que tous les domaines isopérimètres ».

25) Philopon, *in de An.*, 55.31-56.19 : φυσικοῦ μὲν οὖν ἔργον διαλεχθῆναι περὶ πάντων τῶν εἰρημένων, τῆς τε ὕλης τῶν φυσικῶν πραγμάτων καὶ τοῦ εἴδους καὶ τῆς αἰτίας, καθ' ἥν ἐστιν ἐν τῇ ὕλῃ τὸ εἶδος· οἷον τίς ἡ ὕλη τῶν οὐρανίων, ὅτι οὐ τὰ τέσσαρα στοιχεῖα ἀλλ' ἕτερόν τι τούτων τὸ πέμπτον σῶμα, τί τὸ εἶδος, ὅτι σφαιρικά· διὰ τί δὲ σφαιρικά, ἀποδώσει τούτου αἰτίαν καὶ σύστοιχον αὐτοῖς καὶ ἐκ τῆς σχέσεως ἣν ἔχουσι πρὸς τὰ πρὸ αὐτῶν, ὥσπερ ὁ Πλάτων ἐν τῷ Τιμαίῳ ἐζήτησε, διὰ τί σφαιρικὸς ὁ οὐρανός· ὅτι, φησίν, ἔδει τὸ πάντων γενησόμενον δεκτικὸν καὶ περιέξον τὰ πάντα τὸ πολυχωρητότατον τῶν σχημάτων σχήσειν· πολυχωρητότατον δὲ ἐν μὲν ἐπιπέδοις ὁ κύκλος, ἐν δὲ στερεοῖς ἡ σφαῖρα. δείκνυται γὰρ ὅτι τῶν σχημάτων τῶν ἰσοπεριμέτρων τὸ πολυγωνιώτερον πολυχωρητότερον, καὶ διὰ τοῦτο τὸ ἀγώνιον πάντων πολυχωρητότατον. οἷον ἐὰν τετράγωνον χωρίον ᾖ καὶ ἄλλο ὁτιοῦν τῶν πολυγωνίων σχημάτων, οἷον ἑξάγωνον, ἔχῃ δὲ ἑκάτερον τὴν περίμετρον πηχῶν τεσσάρων, ᾖ δὲ καὶ ἕτερον χωρίον περιφερὲς ὄν, τουτέστι κύκλος, τῶν αὐτῶν τεσσάρων ἔχον τὴν περίμετρον, τὸ ἐμβαδὸν μεῖζόν ἐστι τὸ μὲν τοῦ ἑξαγώνου τοῦ τετραπλεύρου, τὸ δὲ τοῦ κύκλου τοῦ ἑξαγώνου μεῖζον. ὁμοίως καὶ ἐπὶ στερεῶν, κύβου λέγω καὶ ὀκταέδρου καὶ δωδεκαέδρου καὶ σφαίρας καὶ τῶν λοιπῶν, τὸ μὲν πολύγωνον πλεῖον χωρήσει τοῦ κύβου κατὰ τὸ ἐμβαδόν, ἡ δὲ σφαῖρα τοῦ πολυγώνου « La tâche du physicien est de discuter au sujet de tout ce qui a été dit, de la matière des objets naturels et de leur forme et de la cause pour laquelle cette forme est dans cette matière, par exemple, quelle est la matière des corps célestes — ce n'est pas les quatre éléments mais quelque cinquième corps, différent d'eux —, quelle est leur forme — ils sont sphériques —, et pourquoi ils sont sphériques ; il en donnera la cause, tant dans leur agencement mutuel qu'à partir de la relation qu'ils ont relativement

à ce qui les précède de même que Platon a cherché dans le *Timée* pourquoi le ciel est sphérique ; parce que, dit-il, ce qui devait être réceptacle de toutes choses et englober toutes choses doit avoir la plus spacieuse des figures ; or celle qui est la plus spacieuse, dans les figures planes, c'est le cercle, dans les solides, la sphère. Il est en effet démontré que parmi les figures isopérimétriques celle <qui est> plus polygonale est plus spacieuse, et, à cause de cela, celle dépourvue d'angles est la plus spacieuse de toutes. Par exemple, si un domaine est carré et qu'un autre est n'importe laquelle des figures polygonales, par exemple un hexagone, que chacun des deux a un périmètre de quatre coudées, et qu'un autre domaine encore soit circulaire, c'est-à-dire un cercle avec le même périmètre de quatre coudées, d'une part l'aire de l'hexagone est plus grande que celle du quadrilatère, d'autre part celle du cercle plus grande que celle de l'hexagone. Il en va de même pour les solides — je veux parler et du cube et de l'octaèdre et du dodécaèdre et de la sphère etc —, celui [à faces] polygonal[es] contient davantage que le cube quant à la contenance, et la sphère davantage que celui [à faces] polygonal[es] ».

26) Philopon, *in de An.*, 84.29-85.16 : φαμὲν οὖν ὅτι δείκνυται ἐν γεωμετρίᾳ ὅτι τῶν εὐθυγράμμων καὶ ἰσοπεριμέτρων σχημάτων τὰ πολυγωνιώτερα τῶν ἐλάττους ἐχόντων γωνίας μεῖζον ἔχουσι τὸ ἐμβαδόν. οἷον ὑποκείσθω τετράγωνον ἔχον ἑκάστην πλευρὰν δύο πήχεων, ὡς εἶναι αὐτοῦ τὴν πᾶσαν περίμετρον πήχεων ὀκτώ, ὑποκείσθω δὲ καὶ ἕτερον ἑξάγωνον ἔχον ἑκάστην πλευρὰν ἑνὸς τρίτου πήχεος, ὡς γίνεσθαι καὶ τούτου τὴν περίμετρον πήχεων ὀκτώ· ὑποκείσθω καὶ ἄλλο ὀκτάγωνον ἑκάστην ἔχον πλευρὰν πήχεος ἑνός, ὡς εἶναι καὶ τούτου τὴν περίμετρον πήχεων ὀκτώ. τούτων οὖν τῶν σχημάτων τοῦ τετραγώνου καὶ ἑξαγώνου καὶ ὀκταγώνου ἴσην ἐχόντων τὴν περίμετρον (ἕκαστον γὰρ ὀκτὼ πήχεων) μεῖζον μὲν ἕξει ἐμβαδὸν τὸ ὀκτάγωνον, ἔλαττον δὲ τὸ ἑξάγωνον καὶ τούτου ἔλαττον τὸ τετράγωνον. εἰ τοίνυν τὸ πολυγωνιώτερον πολυχωρητότερον, ὁ κύκλος ἄρα πάντων τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων πολυχωρητότατον ἕξει τὸ ἐμβαδόν, διότι τὰ πολυγωνιώτερα τῶν σχημάτων ἐγγίζει μᾶλλον τῷ κύκλῳ· ὅσῳ γὰρ γίνονται πολυγωνιώτερα, ἐγγύτερα τοῦ ἀγώνια εἶναι, ἄγωνος δὲ ὁ κύκλος. ὁ αὐτὸς λόγος καὶ ἐπὶ τῶν στερεῶν· ὥστε ἡ σφαῖρα τῶν εὐθυγράμμων καὶ ἰσοπεριμέτρων στερεῶν πολυχωρητοτέρα ἔσται. εἰ τοίνυν τοῦτο οὕτως ἔχει, καὶ τῶν ἰσοπεριμέτρων τὰ πολυγωνιώτερα μεῖζον ἔχουσι τὸ ἐμβαδόν, καὶ ἐναλλὰξ ἄρα τῶν ἐχόντων τὸ αὐτὸ ἐμβαδὸν σχημάτων τὰ πολυγωνιώτερα ἥττονα τὴν περίμετρον ἔχουσιν. οὐκοῦν καὶ πάντων αἱ σφαῖραι μικροτέραν ἕξουσι τὴν περίμετρον. καλῶς οὖν ὁ Δημόκριτος τῶν ἴσων ἀτόμων τῷ ὄγκῳ τὰς σφαιρικὰς μικρομερεστέρας ὑπετίθετο, καὶ διὰ τοῦτο διὰ παντὸς δύνασθαι διεισδύνειν καὶ τῷ εὐκινήτους εἶναι διὰ τὸ κατὰ σημεῖον ἐφάπτεσθαι τοῦ ἐπιπέδου κινεῖν τὰ ἄλλα « Nous disons donc qu'il est démontré en géométrie que, parmi les figures rectilignes et isopérimétriques, les plus polygonales ont une aire plus grande que celles qui ont moins d'angles. Que soit supposé par exemple un carré ayant chaque côté de deux coudées — de sorte que son périmètre total est de huit coudées —, et que soit supposée une autre figure, hexagonale, ayant chaque côté d'une coudée et un tiers, et ainsi le

périmètre de celui-ci est aussi huit coudées ; et que soit supposée encore une autre figure, octogonale, ayant chaque côté d'un coudée et ainsi le périmètre de celui-ci est aussi huit coudées. Alors, de ces figures, du carré et de l'hexagone et de l'octogone ayant leur périmètre égal (car chacun est huit coudées), l'octogone aura une aire plus grande, l'hexagone, plus petite et le carré plus petite que celle-ci. Si donc celle plus polygonale est plus spacieuse, le cercle, parmi toutes les figures isopérimétriques, aura donc l'aire la plus spacieuse, parce que les plus polygonales des figures approchent davantage le cercle : en effet, plus elles deviennent polygonales, plus elles sont proches de celle qui est sans angle ; or celle qui est sans angles est le cercle. Le même argument s'applique aussi aux solides ; de sorte que la sphère sera plus spacieuse que les figures rectilignes isopérimétriques. Si donc il en est bien ainsi, que, parmi les figures isopérimétriques, les plus polygonales ont une aire plus grande, de manière alterne donc, parmi les figures qui ont la même aire, les plus polygonales ont un périmètre moindre. Par conséquent les sphères auront un périmètre plus petit que toute [autre figure]. Démocrite avait donc raison de supposer que, parmi les atomes égaux quant à la masse, ceux qui sont sphériques sont plus menus et, pour cette raison, sont capables à la fois de pénétrer à travers toute chose et, du fait qu'ils sont faciles à mouvoir, parce qu'ils sont en contact avec le plan selon un point, de mettre les autres choses en mouvement ».

27) Philopon, *in de An.*, 139.5-9 : καὶ Πλάτων δὲ τὴν αἰτίαν τοῦ σφαιρικοῦ σχήματος ἀποδέδωκε· 'σχῆμα γὰρ ἔδωκεν αὐτῷ', φησί, 'τὸ πρέπον καὶ ξυγγενές'· τῷ γὰρ πάντα δεξομένῳ τὸ πολυχωρητότατον τῶν σχημάτων ἔδωκε, πολυχωρητότατον δὲ τῶν ἰσοπεριμέτρων ἐν μὲν τοῖς ἐπιπέδοις ὁ κύκλος, ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς ἡ σφαῖρα « Platon aussi a expliqué la cause de la forme sphérique [du cosmos] : “car, comme figure, il lui a donné ”, dit-il, “celle qui convient et qui lui est apparentée”; car, à ce qui reçoit toutes choses, il a donné la plus spacieuse des figures ; or, parmi les figures isopérimétriques, la plus spacieuse, dans les figures planes, c'est le cercle, dans les solides, la sphère ».

28) Philopon, *in APo.*, 148.25-27 : Περὶ μὲν γὰρ τῆς περιφερείας ἐρωτώμενον [μὲν] τὸν γεωμέτρην, εἰ πολυχωρητότατόν ἐστι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων ἢ τὰς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσας ἔχει, ἀποκριτέον· γεωμετρικὰ γάρ εἰσιν ἐρωτήματα « Car si, au sujet de la circonférence, on demande au géomètre si elle est la plus spacieuse des figures isopérimétriques, ou si elle a égales les droites [menées] du centre, il doit répondre ; car ces questions sont géométriques ».

29) Philopon, *in APo.*, 182.13-18 : οἷον, φησίν, ὁ μὲν ἰατρὸς λέγει ὅτι τὰ περιφερῆ τῶν τραυμάτων δυσαπουλωτότερα τῶν ἐπιμήκων εἰσίν· τούτου δὲ τὴν αἰτίαν ὁ γεωμέτρης λέγει, ὅτι ὁ κύκλος τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων πολυχωρητότερός ἐστι. καὶ γὰρ ἀεὶ τῶν ἰσοπεριμέτρων τὰ πολυγωνιώτερα πολυχωρητότερα· καὶ ἐπεὶ ὁ κύκλος τέλος ἐστὶ τῶν πολυγωνίων, διὰ τοῦτο πάντων ἐστὶ πολυχωρητότατος τῶν σχημάτων « Par exemple, dit-il, le médecin affirme que parmi les blessures, les circulaires sont plus compliquées que celles qui sont allongées ; quant à ce qui en est la cause, le géomètre affirme que le cercle est plus

spacieux que les figures isopérimétriques. De fait, parmi les figures isopérimétriques, celles plus polygonales sont toujours plus spacieuses ; et puisque le cercle est l'achèvement des polygones, à cause de cela, il est la plus spacieuse de toutes les figures ».

30) Philopon, *in Ph.*, 132.3-5 : τὸ δὲ τέταρτον εἶδος τῆς ποιότητος, τὸ σχῆμα λέγω καὶ ἡ μορφή, οὕτως ἀναχθήσονται ὑπὸ μανότητα καὶ πυκνότητα, τὸ μὲν σχῆμα ὅτι δέδεικται ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων τὰ πολυγωνότερα πολυχωρητότερα, καὶ διὰ τοῦτο τοῦ γεγωνιωμένου τὸ ἰσοπερίμετρον σφαιρικὸν πολυχωρητότερον (ἀνάξεις οὖν ὑπὸ μὲν μανότητα τὰ σφαιρικὰ σχήματα, ὑπὸ δὲ τὴν πυκνότητα τὸ γεγωνιωμένον, διότι καὶ τὸ αὐτὸ σῶμα μανούμενον μὲν μεῖζον ἔσται, πυκνούμενον δὲ ἔλαττον […]) « La quatrième espèce de la qualité, je veux dire la figure et la forme, seront affectées de cette façon sous l'action de la raréfaction et de l'épaississement ; la figure, car il a été démontré que les <figures> plus polygonales sont plus spacieuses que les figures isopérimétriques et, à cause de cela, une <figure> sphérique isopérimétrique est plus spacieuse qu'une <figure> pourvue d'angles (tu affecteras alors les figures sphériques à la raréfaction, celles pourvue d'angles à l'épaississement, parce que le même corps sera à la fois plus grand s'il est sujet à la raréfaction, plus petit s'il est sujet à l'épaississement […]) ».

31) Philopon, *in Ph.*, 311.6-8 : καὶ ἡ χελιδὼν δὲ τὴν νεοττιὰν οὐ μάτην δήπου ἐργάζεται ἀλλ' ἕνεκά του, διόπερ ὅτι μάλιστα ἀσφαλῶς συνδεῖ τοῖς κάρφεσι τὸν πηλόν, καὶ σχῆμα πολυχωρητότατον καὶ ἰσχυρότατον ἐργάζεται « L'hirondelle elle-même ne fait assurément pas son nid vainement mais en vue d'une certaine fin ; c'est pourquoi elle lie ensemble, de la manière la plus soignée possible, la boue avec des petites branches et en faisant la figure la plus spacieuse et la plus résistante ».

32) Philopon, *Aet. mund.,* 535.6-18 Rabe : τὸ δὲ εἰκοσάεδρον, ὅπερ ἐστὶν σχῆμα στερεὸν ἐξ εἴκοσι τριγώνων περιεχόμενον, τῷ ὕδατι προσῳκείωσεν διὰ τὸ εὐόλισθον τῆς τοῦ ὕδατος φύσεως· ἔστιν γὰρ τὸ σχῆμα τοῦτο ἔγγιον σφαίρας· ἡ δὲ σφαῖρα κατὰ σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου ἁπτομένη εὐόλισθός ἐστιν· οὐκοῦν καὶ τῶν εὐθυγράμμων τὸ ἔγγιον σφαίρας μᾶλλον τῶν ἄλλων εὐόλισθον. ἔγγιον δὲ σφαίρας τὸ πολυγωνιώτερον· πολυγωνιώτερον δὲ τῶν ἄλλων τὸ εἰκοσάεδρον· πλείονας γὰρ ἔχον τὰς ἕδρας, εἰ καὶ μὴ κατὰ σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου ἅπτεται, ἀλλ' ἐλάττονι γοῦν μέρει πάντως τῶν ἄλλων ἰσοπεριμέτρων ἧττον τῆς ὑποκειμένης ἐφάπτεται χώρας καὶ διὰ τοῦτο τῶν ἄλλων ἐστὶν ὀλισθηρότερον « L'icosaèdre, qui est la figure solide contenue par vingt triangles, il l'a associé avec l'eau, à cause du caractère glissant de la nature de l'eau ; car cette figure est plus proche de la sphère ; or la sphère, en contact avec un plan selon un point, glisse facilement. Et donc, parmi les figures rectilignes, celle qui est plus proche de la sphère glisse plus facilement que les autres ; or la plus proche d'une sphère est celle <qui est> plus polygonale et l'icosaèdre est plus polygonal que les autres car, possédant davantage de faces, s'il n'est pas en contact avec le plan selon un point, il a cependant un contact moindre avec le milieu spatial sous-jacent, en tout cas par une partie plus petite, que ne

l'ont les autres figures isopérimétriques, et c'est pour cela qu'il est plus glissant que les autres ».

33) Simplicius, *in Cael.*, 412.11-23 : ἐλαχίστη δὲ τῶν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἐπὶ τὸ αὐτό, τουτέστι τῶν σχῆμα περιεχουσῶν τι καὶ ὁριζουσῶν διαστάσεων, ἐν μὲν ἐπιπέδοις ἡ κυκλική, ἐν δὲ στερεοῖς ἡ σφαιρική, διότι δέδεικται καὶ πρὸ Ἀριστοτέλους μὲν πάντως, εἴπερ αὐτὸς ὡς δεδειγμένῳ συγκέχρηται, καὶ παρὰ Ἀρχιμήδους καὶ παρὰ Ζηνοδώρου πλατύτερον, ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων πολυχωρητότερός ἐστιν ἐν μὲν τοῖς ἐπιπέδοις ὁ κύκλος, ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς ἡ σφαῖρα. τούτῳ δὲ ἀκόλουθόν ἐστι τὸ νῦν ὑπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους λεγόμενον τὸ τῶν τὰ ἴσα ἐπίπεδα περιεχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν κυκλικήν, ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν στερεῶν τὴν σφαῖραν· εἰ γὰρ ἴσων ὄντων τῶν περιεχόντων ἐλαττονά ἐστι τὰ περιεχόμενα, ἐὰν ἴσα γένηται τὰ περιεχόμενα, ἐλάττονα ἂν εἴη τὰ περιέχοντα. δεῖ ἄρα τὸ τὴν ταχίστην καὶ ἐλαχίστην κίνησιν τὴν κύκλῳ κινούμενον, εἰ μὲν ἐπίπεδον εἴη, κυκλικὸν εἶναι, εἰ δὲ στερεόν, σφαιρικόν « La [ligne] la plus petite parmi celles qui partent d'un point et y reviennent — c'est-à-dire parmi les extensions qui contiennent et délimitent une certaine figure —, dans les figures planes, c'est la [ligne] circulaire, dans les solides, la [surface] sphérique, parce qu'il a été démontré, sûrement avant Aristote, car il s'en est servi comme d'un fait démontré, et par Archimède et, d'une manière bien plus développée, par Zénodore, que le cercle est plus spacieux que les figures planes isopérimétriques, la sphère que celles solides. Cela a pour conséquence ce qu'Aristote dit maintenant — à savoir que des lignes contenant des figures planes égales, la plus petite est circulaire, et semblablement la sphère pour les solides. Car si, les [lignes] qui contiennent étant égales, les [aires] contenues sont plus petites <grandes ?>, si les [aires] contenues deviennent égales, les [lignes] qui contiennent seront plus petites. Il est donc nécessaire que le mouvement le plus rapide et le plus petit se fasse en cercle : s'il est plan, il est circulaire ; s'il est solide, il est sphérique ».

34) Simplicius, *in Cael.*, 414.4-11 : ὅταν οὖν λέγῃ ὁ Ἀριστοτέλης, ὅτι τῶν ἀφ' ἑαυτοῦ ἐφ' ἑαυτὸ ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου γραμμή, γραμμὰς ἀλλήλαις παραβάλλει, ὁ δὲ λέγων, ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων μεῖζόν ἐστι τὸ τοῦ κύκλου ἐμβαδὸν τῶν ἄλλων, τὰς περιεχούσας τὰ σχήματα γραμμὰς ἴσας ὑποθέμενος ὡς εὑρεθέντος τούτου μεῖζον λέγει τὸ τοῦ κύκλου ἐμβαδὸν καὶ τῶν ἄλλων τῶν ὑπὸ ἴσης τῷ κύκλῳ περιμέτρου περιεχομένων καὶ τοῦ τετραγώνου, οὐ μέντοι ἤδη καὶ τὸ ἴσον κατείληπται τῆς τῶν ἐμβαδῶν συστάσεως « Quand donc Aristote dit que, parmi celles qui partent d'un point et y reviennent, la ligne la plus petite est celle du cercle, il compare des lignes entre elles, tandis que celui qui dit "parmi les figures isopérimétriques, le contenu du cercle est plus grand que les autres", supposant avoir trouvé les lignes contenant les figures égales, il dit que l'aire du cercle est plus grande que celle aussi des autres figures contenues par une ligne égale au périmètre du cercle et plus grande que celle du carré, mais pas, en outre, que la construction d'une [aire] égale à ces aires a été comprise ».

35) Simplicius, *in Cael.*, 459.2-4 : τάχιστα μὲν γὰρ κινεῖται, διότι τῶν ἰσοπεριμέτρων χωρίων ἐλαχίστη ἡ περιφερής, τῶν δὲ τῇ αὐτῇ δυνάμει κινουμένων θᾶττον κινεῖται τὸ τὴν ἐλάττονα περίμετρον διιόν « Il se mouvra de la manière la plus rapide parce que parmi les domaines isopérimétriques, le plus petit est celui qui est circulaire, mais, pour les choses mues par la même puissance, celle qui se meut plus vite est celle qui parcourt le plus petit périmètre ».

36) Simplicius, *in Ph.*, 291.13-20 : ὥσπερ ἐπὶ τοῦ οὐρανίου σώματος ὅτι σφαιροειδές, ὁ μὲν φυσικὸς ἀπὸ τοῦ πρῶτον καὶ ἁπλοῦν καὶ τέλειον καὶ μονοειδὲς τοῦτο μόνον εἶναι τῶν στερεῶν σχημάτων (τὰ γὰρ εὐθύγραμμα σύνθετά τε ἐκ πλειόνων καὶ δεύτερα) καὶ διὰ τοῦτο τῷ πρώτῳ τῶν σωμάτων προσήκειν, ὡς ’Αριστοτέλης ἀποδείκνυσιν, ὁ δὲ ἀστρολόγος ἐκ τοῦ τῶν ἰσοπεριμέτρων ἐν τοῖς στερεοῖς πολυχωρητοτέραν εἶναι τὴν σφαῖραν. οὕτως μὲν οὖν ὁ ’Αριστοτέλης διὰ βραχέων ἐνεδείξατο τὴν διαφορὰν τῆς φυσιολογίας πρός τε τὴν μαθηματικὴν καὶ τὴν ἀστρολογίαν « Ainsi, par exemple, au sujet du corps du ciel, qu’il est de forme sphérique, le physicien le soutiendra à partir du fait que, seule parmi les figures solides, celle-ci (la sphère) est première et simple et parfaite et unique quant à la forme (car les figures rectilignes sont composées à partir de plusieurs constituants et donc secondes) et, à cause de cela, elle convient au premier des corps comme le démontre Aristote, tandis que l’astronome le fera à partir du fait que la sphère est plus spacieuse que les figures isopérimétriques dans les solides. Ainsi donc, Aristote a brièvement établi la différence que la philosophie naturelle entretient vis-à-vis de la mathématique et de l’astronomie ».

37) Simplicius, *in Ph.*, 379.8-12 : καὶ ἡ χελιδὼν δὲ καὶ ἡ ἀηδὼν οἰκοδομεῖ τὴν νεοττιὰν πηλόν τε τὸν εὐεργότατον ἐκλεξαμένη, ὡς καὶ τοὺς ἰατροὺς αὐτῷ ἀντὶ τῶν ξηραντικωτάτων χρῆσθαι φαρμάκων, καὶ κάρφεσι συνδέουσα τὸν πηλὸν κατὰ σχῆμα πολυχωρητότατον καὶ ἰσχυρότατον « Et l’hirondelle et le rossignol bâtissent leur nid en choisissant la boue la plus malléable — si bien que les médecins l’utilisent à la place des médicaments les plus dessicatifs — et en liant ensemble la boue avec des petites branches selon la figure la plus spacieuse et la plus résistante ».

38) Scholie à *Soph. El.*, II, 73 Ebbesen : ῞Ωσπερ ὁ Βρύσων ἐλέγχεται μὴ τετραγωνίζων τὸν κύκλον διὰ τὸ μὴ ἐκ τῶν γεωμετρικῶν ἀρχῶν τοῦτο ποιεῖν, ἀλλ’ ἔκ τινων κοινοτέρων· ἀλλὰ καὶ οἱ δυσίατα δεικνύντες τὰ περιφερῆ τῶν τραυμάτων διὰ τὸ τὸν κύκλον πολυχωρητότερον εἶναι τῶν ἐπιπέδων σχημάτων ἐλέγχονται διὰ τὸ μὴ ἐξ ἰατρικῶν ἀρχῶν τοῦτο δεικνύναι « Comme Bryson se voit reprocher de n’avoir pas fait la quadrature du cercle pour l’avoir produite grâce à des principes non géométriques, mais grâce à des principes plus généraux ; mais aussi, ceux qui démontrent que, parmi les blessures, les circulaires sont difficiles à soigner, grâce au fait que le cercle est plus spacieux que les figures planes, se voient reprocher de démontrer ceci grâce à des principes non médicaux ».

Annexe 2. Les six rédactions du Lemme optique

Prolégomènes	Théon	Scholie à Pappus, *Collectio* V.4
	*	ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΚΗ ὀρθὴ δὲ ἡ Κ γωνία καὶ διήχθω τυχοῦσα ἡ ΗΜ εὐθεῖα·
ὅτι δὲ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ	Ὅτι δὲ ἡ ΕΛ πρὸς τὴν ΛΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΕΘΛ πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΘΛ,	λέγω ὅτι ἡ ΑΚ πρὸς ΚΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΗΚ.
δέδεικται μὲν Θέωνι ἐν τῷ ὑπομνήματι τοῦ μικροῦ ἀστρονόμου.	δείξομεν οὕτως.	—
οὐδὲν δὲ ἧττον καὶ νῦν δειχθήσεται.	—	—
—	Ἐκκείσθω γὰρ χωρὶς τὸ ΘΕΛ τρίγωνον καὶ ἡ ΘΜ διαχθεῖσα·	*
—	—	ἐπεὶ γὰρ ἀμβλεῖά ἐστιν γωνία ἡ ὑπὸ ΑΜΗ, μείζων ἐστὶν ἡ μὲν ΑΗ εὐθεῖα τῆς ΗΜ ἡ δὲ ΗΜ τῆς ΗΚ·
κέντρῳ γὰρ τῷ Ζ καὶ διαστήματι τῷ ΖΚ κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΜΚΝ	καὶ κέντρῳ τῷ Θ διαστήματι δὲ τῷ ΘΜ κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΝΜΞ,	ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΜ κύκλος γραφόμενος τέμνει μὲν τὴν ΑΗ ὑπερπεσεῖται δὲ τῆς ΗΚ. ἔστω ὁ ΡΜΣ.
καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΘ ἐπὶ τὸ Ν.	καὶ διήχθω ἡ ΘΛ ἐπὶ τὸ Ξ.	—
—	ἐπεὶ οὖν τὸ ΘΕΜ τρίγωνον πρὸς τὸν ΘΜΝ τομέα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΘΜΛ τρίγωνον πρὸς τὸν ΘΜΞ τομέα,	—
—	ἐναλλὰξ	τὸ ἄρα ΑΗΜ τρίγωνον πρὸς τὸ ΜΗΚ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΡΗΜ τομεύς πρὸς τὸν ΜΗΣ τομέα·
**	καὶ συνθέντι,	—
—	τὸ ΘΕΛ τρίγωνον πρὸς τὸ ΘΜΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΘΝΞ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΜΞ.	—
ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς ΚΘ τὸ ΓΚΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΖΘ,	ἀλλ' ὡς μὲν τὸ τρίγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον, ἡ ΕΛ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΛΜ·	—
ἡ ΓΚ πρὸς ΚΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΖΜΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΖΚΝ τομέα,	—	—
καὶ συνθέντι.	**	—
ἀλλ' ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν·	ὡς δὲ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, ἡ ὑπὸ ΕΘΛ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΘΛ.	—
—	—	καὶ ἡ ΑΜ ἄρα εὐθεῖα <πρὸς τὴν ΜΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ> ἡ ὑπὸ ΡΗΜ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΗΚ γωνίαν·
μείζονα λόγον ἔχει ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ:—	ἡ ἄρα ΕΛ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΛΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΕΘΛ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΘΛ.	ὥστε συνθέντι ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΗΚ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Euclide, *Optica* **A**, prop. 8	Euclide, *Optica* **B**, prop. 8	Scholie à Théodose, *Sphaerica* III.11
Τὰ ἴση μεγέθη καὶ παράλληλα ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὄμματος οὐκ ἀναλόγως τοῖς διαστήμασιν ὁρᾶται.	Τὰ ἴσα μεγέθη ἄνισον διεστηκότα οὐκ ἀναλόγως τοῖς ἀποστήμασιν ὁρᾶται.	—
ἔστω δύο μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὄμματος τοῦ Ε.	ἔστω γὰρ τὸ ΒΓ τῷ ΔΖ ἴσον καὶ κείσθω αὐτῷ παράλληλον, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Κ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΚΖΓ, ΚΒ, ΚΔ, ὧν ἡ ΚΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΓΒ ἔστω.	ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ καὶ διήχθω τις ἡ ΑΔ·
λέγω, ὅτι οὔκ ἐστιν, ὡς φαίνεται ἔχον, ὡς τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΑΒ, οὕτως τὸ ΒΕ πρὸς τὸ ΕΔ.	φημὶ δή, ὅτι οὐκ ἀναλόγως φανήσεται τὰ ΒΓ, ΔΖ μεγέθη τοῖς ΓΚ, ΚΖ διαστήμασιν.	δεῖξαι ὅτι ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΒΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΑΔΒ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΓΒ.
—	—	ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Δ τῇ ΑΓ παράλληλος ἡ ΔΕ.
προσπιπτέτωσαν γὰρ ἀκτῖνες αἱ ΑΕ, ΕΓ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ε διαστήματι δὲ τῷ ΕΖ κύκλου γεγράφθω περιφέρεια ἡ ΗΖΘ.	ἐπεὶ γὰρ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΖΚ, ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΘΚ· ὥστε καὶ ἡ ΘΚ τῆς ΚΖ ἐστι μείζων. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Κ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΚ κύκλος γραφόμενος ὑπερπεσεῖται τὴν ΚΖ. γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΕΘΗ.	καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΔΕ τῆς ΒΔ διὰ τὸ μείζονα ὑποτείνειν γωνίαν· ὀρθὴ γὰρ ὀξεῖα δὲ ἡ Δ· ἀμβλεῖα ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ, μείζων δὲ ἡ ΑΔ τῆς ΕΔ, ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Δ διαστήματι δὲ τῷ ΔΕ κύκλος γραφόμενος τεμεῖ μὲν τὴν ΑΔ ὑπερπεσεῖται δὲ τὴν ΒΔ. ἡκέτω ὡς ὁ ΕΘΖ.
ἐπεὶ οὖν τὸ ΕΖΓ τρίγωνον τοῦ ΕΖΗ τομέως μεῖζόν ἐστιν, τὸ δὲ ΕΖΔ τρίγωνον τοῦ ΕΖΘ τομέως ἔλαττόν ἐστιν, τὸ ΕΖΓ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸν ΕΖΗ τομέα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΕΖΔ τρίγωνον πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα.	καὶ ἐπεὶ τὸ ΘΔΚ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει πρὸς τὸν ΘΕΚ τομέα ἤπερ τὸ ΖΘΚ τρίγωνον πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα,	τὸ ΑΕΔ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸν ΕΔΖ τομέα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΕΒΔ τρίγωνον πρὸς τὸν ΕΗΔ τομέα·
καὶ ἐναλλὰξ τὸ ΕΖΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΖΔ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΕΖΗ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα,	ἐναλλὰξ ἄρα τὸ ΘΔΚ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΘΚ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΕΘΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα.	καὶ ἐναλλὰξ τὸ ΑΕΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΒΔ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΕΔΖ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΗΔ τομέα,
καὶ συνθέντι τὸ ΕΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΖΔ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΕΗΘ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα.	συνθέντι ἄρα τὸ ΖΔΚ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΘΚ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΕΗΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα.	
ἀλλ' ὡς τὸ ΕΔΓ πρὸς τὸ ΕΖΔ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΖ. ἡ δὲ ΓΔ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση, καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΖ, ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΔ.	ἀλλ' ὡς τὸ ΖΔΚ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΘΚ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΘ,	ὡς δὲ τὸ ΑΕΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΒΔ τρίγωνον οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΒΕ,
ἡ ΒΕ ἄρα πρὸς τὴν ΕΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΕΗΘ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα.	—	—
ὡς δὲ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, οὕτως ἡ ὑπὸ ΗΕΘ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΖΕΘ γωνίαν.	ὡς δὲ ὁ ΗΕΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα, οὕτως ἡ ὑπὸ ΔΚΖ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΘΚΖ.	ὡς δὲ ὁ ΕΔΖ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΗΔ τομέα οὕτως ἡ ὑπὸ ΖΔΕ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΒ·
ἡ ΒΕ ἄρα πρὸς τὴν ΕΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΗΕΘ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΖΕΘ.	ἐν μείζονι λόγῳ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΘ ἤπερ ἡ Σ, Ρ γωνία πρὸς τὴν Ρ γωνίαν.	καὶ συνθέντι ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΖΔΗ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΒ.

—	—	ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΕΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ διὰ τὸ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΑΓ εἶναι τὴν ΕΔ·
—	—	ἡ ἄρα ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΓΒ γωνίαν.
—	ὡς δὲ ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΘ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΖ· καὶ ἡ ΚΓ ἄρα πρὸς τὴν ΚΖ ἐν μείζονι λόγῳ ἐστὶν ἤπερ ἡ Σ, Ρ γωνία πρὸς τὴν Ρ γωνίαν.	ἡ ΓΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΒ· ἀνάλογον γὰρ τέμνει τὰς πλευρὰς ἡ ΕΔ καὶ γίνεται ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΕ οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ.
καὶ ἐκ μὲν τῆς ὑπὸ ΗΕΘ γωνίας βλέπεται τὸ ΓΔ, ἐκ δὲ τῆς ὑπὸ ΖΕΘ τὸ ΑΒ.	καὶ ἐκ μὲν τῆς Σ, Ρ γωνίας τὸ ΔΖ ὁρᾶται, ἐκ δὲ τῆς Ρ γωνίας τὸ ΒΓ.	—
οὐκ ἀνάλογον ἄρα τοῖς ἀποστήμασιν ὁρᾶται τὰ ἴσα μεγέθη.	οὐκ ἀνάλογον ἄρα τοῖς ἀποστήμασι τὰ ἴσα μεγέθη ὁρᾶται.	—

Annexe 3. *Mathematicalia* pour le Lemme 2, seconde assertion

Données : ΣΒ < ΒΠ, Ν et Κ les coupant en deux, deux triangles ΣΑΒ et ΒΕΠ isocèles non semblables sur les bases ΣΒ et ΒΠ ; les triangles sont placés de parts et d'autre de ΣΠ.

Traçons, sur les mêmes bases ΣΒ et ΒΠ et du même côté que les triangles donnés, les triangles isocèles ΣΔΒ et ΒΓΠ, semblables respectivement à ΒΕΠ et ΣΑΒ.

Deux triangles ΣΖΒ et ΒΗΠ isocèles semblables et isopérimétriques, l'un et l'autre ensemble, à ΣΑΒ et ΒΕΠ sont déterminés par une (seule) droite ΖΗ qui passe par Β. La droite est unique parce que la somme des périmètres des triangles isocèles semblables sur les bases ΣΒ et ΒΠ est monotone (dé)croissante, selon les deux cas de figure ci-dessous, les extrêmes étant le couple ΣΑΒ, ΒΓΠ et le couple ΣΔΒ, ΒΕΠ. La droite ΖΗ est donc nécessairement interne aux angles ΕΒΓ et ΑΒΔ formés par les droites ΑΒΓ et ΔΒΕ, qui sont données. Le Lemme 2 montre qu'il est toujours possible de construire des triangles ΣΖΒ et ΒΗΠ avec les propriétés requises.

Il faut démontrer que ΣΖΒ + ΒΗΠ > ΣΑΒ + ΒΕΠ.

Cas de figure 1 (fig. 1) : ∡ < ∡

L'idée est d'arriver à une inégalité entre les deux triangles ΒΗΕ et ΒΑΖ.

Par *El.* I.20 et le Lemme 3

$$\mathrm{ZB} + \mathrm{BH} = \mathrm{AB} + \mathrm{BE} > \mathrm{AE}$$
$$(\mathrm{ZB} + \mathrm{BH})^2 > \mathrm{AE}^2$$
$$(\mathrm{NB} + \mathrm{BK})^2 + (\mathrm{NZ} + \mathrm{HK})^2 > (\mathrm{NM} + \mathrm{MK})^2 + (\mathrm{NA} + \mathrm{EK})^2$$
$$\cancel{\mathrm{NK}^2} + (\mathrm{NZ} + \mathrm{HK})^2 > \cancel{\mathrm{NK}^2} + (\mathrm{NA} + \mathrm{EK})^2$$
$$\mathrm{NZ} + \mathrm{HK} > \mathrm{NA} + \mathrm{EK}$$

On soustrait ΝΖ + ΕΚ de part et d'autre et on obtient

$$\boxed{\mathrm{HE} > \mathrm{ZA}}$$

qui, avec

$$\mathrm{BK} > \mathrm{BN} \text{ (hypothèse)},$$

donne

$$\mathrm{BHE} > \mathrm{BAZ}$$

et enfin

$$\mathrm{BH\Pi E} > \mathrm{BA\Sigma Z}.$$

En ajoutant de part et d'autre les triangles ΒΕΠ + ΣΖΒ on obtient que

$$\Sigma\mathrm{ZB} + \mathrm{BH\Pi} > \Sigma\mathrm{AB} + \mathrm{BE\Pi}.$$

Cas de figure 2 (fig. 2) : ∡ > ∡

On essaie encore d'arriver à une inégalité entre les deux triangles ΒΗΕ et ΒΑΖ.

Par *El.* I.20 et le Lemme 3

$$\mathrm{ZB} + \mathrm{BH} = \mathrm{AB} + \mathrm{BE} > \mathrm{AE}$$

$$(\mathrm{ZB} + \mathrm{BH})^2 > \mathrm{AE}^2$$
$$(\mathrm{NB} + \mathrm{BK})^2 + (\mathrm{NZ} + \mathrm{HK})^2 > (\mathrm{NM} + \mathrm{MK})^2 + (\mathrm{NA} + \mathrm{EK})^2$$
$$\cancel{\mathrm{NK}^2} + (\mathrm{NZ} + \mathrm{HK})^2 > \cancel{\mathrm{NK}^2} + (\mathrm{NA} + \mathrm{EK})^2$$
$$\mathrm{NZ} + \mathrm{HK} > \mathrm{NA} + \mathrm{EK}$$

On soustrait NA + HK de part et d'autre et on obtient

$$\boxed{\mathrm{ZA} > \mathrm{HE}}$$

qui, avec

$$\mathrm{BN} < \mathrm{BK} \text{ (hypothèse)},$$

ne produit pas une inégalité entre les triangles BHE et BAZ.

En effet, aussi bien BHE > BAZ que BHE < BAZ peuvent avoir lieu, selon la position du point H (voire Z). Si H est proche de Γ on aura BHE > BAZ, si H est proche de E on aura BHE < BAZ.

Détermination de la position limite. La condition que BAZ > BHE donne

$$\mathrm{AZ} : \mathrm{EH} > \mathrm{BK} : \mathrm{NB},$$

d'où, en vertu de

$$\mathrm{BK} : \mathrm{NB} :: \mathrm{BH} : \mathrm{ZB} :: \mathrm{H\Gamma} : \mathrm{AZ},$$

on obtient

$$\mathrm{H\Gamma} : \mathrm{EH} > \mathrm{BK}^2 : \mathrm{NB}^2,$$

soit, si on introduit le paramètre de forme (= rapport donné) suivant $\alpha = \mathrm{BK} : \mathrm{NB}$

$$\mathrm{H\Gamma} : \mathrm{EH} > \alpha^2,$$

et, par composition,

$$\mathrm{E\Gamma} : \mathrm{EH} > 1 + \alpha^2.$$

Mais, dans le cas de figure 2,

$$\mathrm{E\Gamma} = \mathrm{EK} - \mathrm{\Gamma K} = \mathrm{EK} - \alpha\mathrm{AN}$$

et donc

$$\mathrm{EH} < (\mathrm{EK} - \alpha\mathrm{AN}) : (1 + \alpha^2)$$

qui donne

$$\mathrm{HK} = \mathrm{EK} - \mathrm{EH} > \mathrm{EK} - (\mathrm{EK} - \alpha\mathrm{AN}) : (1 + \alpha^2)$$
$$\mathrm{HK} > (\alpha^2\mathrm{EK} + \alpha\mathrm{AN}) : (1 + \alpha^2)$$

où le rapport α et les droites EK et AN sont donnés.

La position du point H peut en général être déterminée de la façon suivante :

$$\mathrm{BH} + \mathrm{ZB} = \mathrm{BE} + \mathrm{AB}$$
$$\mathrm{BH} + \mathrm{BH}(\mathrm{NB}/\mathrm{BK}) = \mathrm{BE} + \mathrm{AB}$$
$$\mathrm{BH} = (\mathrm{BE} + \mathrm{AB})/(1 + \mathrm{NB}/\mathrm{BK})$$
$$\mathrm{HK}^2 = \mathrm{BH}^2 - \mathrm{BK}^2 = [(\mathrm{BE} + \mathrm{AB})/(1 + \mathrm{NB}/\mathrm{BK})]^2 - \mathrm{BK}^2$$
$$\mathrm{HK}^2 = [(\mathrm{BE} + \mathrm{AB})^2/\mathrm{NK}^2 - 1]\mathrm{BK}^2$$
$$\mathrm{HK}^2 = [(\mathrm{BE} + \mathrm{AB})^2 - \mathrm{NK}^2]\,\alpha^2/(1 + \alpha^2)^2$$

qui donne la position du point H en termes du rapport α et de droites données qui ne sont pas liées aux paramètres de forme des triangles donnés.

En combinant cette relation avec l'inégalité ci-dessus on obtient

$$[(BE + AB)^2 - NK^2]\, \alpha^2/(1 + \alpha)^2 > (\alpha EK + AN)^2\, \alpha^2/(1 + \alpha^2)^2$$

ou

$$[(BE + AB)^2 - NK^2] > (\alpha EK + AN)^2\, (1 + \alpha)^2/(1 + \alpha^2)^2$$

qui contient seulement des droites et un rapport donnés et produit donc un “diorisme“ qui délimite le domaine de validité de la seconde assertion du Lemme 2 dans le cas de figure $\measuredangle \Sigma AB > \measuredangle BE\Pi$. Comme il se doit, le diorisme contient aussi des droites liées aux paramètres de forme des triangles donnés.

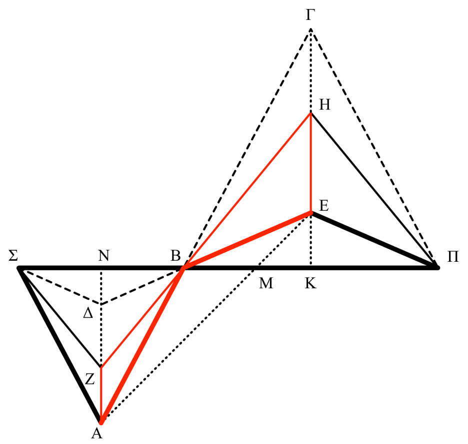


fig. 1

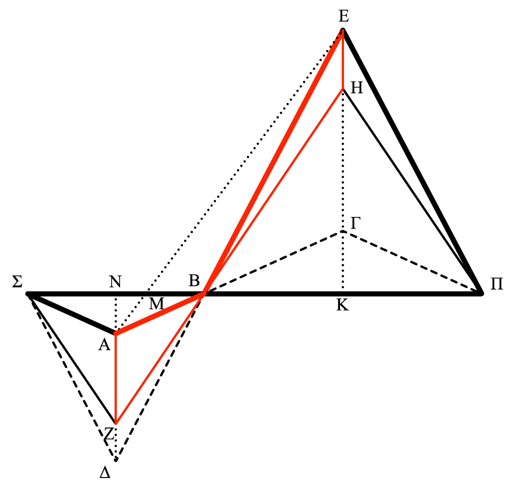


fig. 2

Annexe 4. Les diagrammes du traité des figures isopérimétriques dans les manuscrits des *Prolégomènes*

A. Description générale

Les figures sont dénombrées suivant l'ordre de celles dans le *Par. gr.* 2390 : fig. 1 = théorème 1 ; fig. 2 = lemme 1 ; fig. 3 = lemme 2, première assertion ; fig. 4 = lemme 3 ; fig. 5 = lemme 2, seconde assertion ; fig. 6 = théorème 2 ; fig. 7 = théorème 3 ; fig. 8 = cas solide

Vat. gr. 1594	indentations présentes, placées en fin de preuve et coupant parfois toute la colonne d'écriture, mais vides ; diagrammes absents, sauf fig. 7 : 2 cercles égaux, sans lettrage et placés l'un à côté de l'autre dans une indentation
Vat. gr. 2326	une seule indentation présente mais vide (fig. 1) ; diagrammes absents
Vat. gr. 184	indentations présentes et placées en fin de preuve ; figures à main levée très primitives, placées aussi bien dans les indentations que dans les marges ; les fig. 1 et 2 se trouvent respectivement dans l'indentation relative au lemme 1 et dans la marge, à côté du lemme 2 ; diagrammes présents jusqu'à la fig. 4, ensuite indentations vides
Vat. gr. 198	recension byzantine : voir le *Plut.* 89 sup 48
Vat. gr. 318	*section sur les isopérimètres absente*
Vat. gr. 1058	indentations absentes ; figures assez primitives, placées dans les marges ; les fig. 3-4 ont l'indication des longueurs des côtés des triangles et des segments de la droite ; une figure indépendente est donnée pour le lemme optique aussi
Palat. gr. 95	*section sur les isopérimètres absente*
Reginensis gr. 90	recension byzantine : voir le *Plut.* 89 sup 48

Marc. gr. 313	indentations présentes et placées en début de preuve ; figures assez bien faites, placées aussi bien dans les indentations que dans les marges ; les diagrammes commencent, parallèlement au texte, avec la fig. 3 ; la figure 5 est associée à la scholie de première main, non au texte ; manquent les fig. 6 et 7 (indentations absentes ou vides), la fig. 8 est présente
Marc. gr. 311	indentations présentes, placées en fin de preuve, mais vides ; figures, placées dans les marges, à main levée et assez primitives jusqu'à la fig. 4 incluse (mais la fig. 1 excluse), ensuite assez bien faites
Marc. gr. 303	indentations absentes, figures à main levée très primitives, placées dans les marges, avec des répétitions ; la fig. 1 est tracée par une main différente de celle des autres figures et se trouve dans le f. 30v, précédent celui où commence le texte, les autres sont toutes, sauf la fig. 7, dans le f. 31v ; fig. 8 absente
Marc. gr. 314	indentations et diagrammes absents
Marc. gr. 310	recension byzantine : voir le *Plut.* 89 sup 48

Laur. Plut. 28.1	indentations absentes ; figures assez bien faites, placées dans les marges externes à côté de la proposition correspondante ; voir le *Par. gr*. 2390, dont il est une copie fidèle ; 2 versions assez proches de la fig. 2 ; une longueur dans la fig. 4 est corrigée
Laur. Plut. 89 sup 48	recension byzantine : indentations présentes, placées en début de preuve, et contenant des figures tracées avec soin ; dans certains cas, les figures sont assez différentes de celles des mss de la famille de base ; la fig. 8 est absente (voir les figures à la fin de cette annexe)

Par. gr. 2390	indentations absentes, figures tracées avec soin, placées dans les marges ; les deux fig. 3-5 ont l'indication des longueurs des côtés des triangles et des segments de la droite ; la fig. 3 est donnée 2 fois ; la fig. 5 est accompagnée par une réplique partielle associée à une preuve donnée dans une scholie ; il se peut que la figure relative au lemme optique manque (petit carré de parchemin coupé en-dessous de la fig. 1)
Par. gr. 2396	indentations et diagrammes absents

Ambros. A 168 sup	*section sur les isopérimètres absente*
Ambros. C 263 inf	figures tracées avec peu de soin et identiques à celles du *Marc. gr*. 303, dont il est une copie. Les diagrammes sont copiés sans aucun critère, y compris ceux qui font double emploi et un qui est évidemment fautif, dans deux pages blanches au milieu du texte

Bodl. Canon. gr. 32	indentations et diagrammes absents
Borb. III C 13	recension byzantine : voir le *Plut*. 89 sup 48
Norimb. Cent. V app. 8	*section sur les isopérimètres absente*

B. Description détaillée

fig. 1 = théorème 1

Recension de base

Vat. gr. 1594	figure absente
Vat. gr. 184	figure à main levée très primitive, placée aussi bien dans l'indentation que dans la marge externe ; indentation en fin du lemme 1 ; construction associée aux points NKM tracée sur la "moitié ΔΘ" du carré ; points O Π Ξ bien marqués
Vat. gr. 1058	indentation absente ; figure assez bien faite, placée dans la marge inférieure ; figure symétrique par rapport à celle du *Par. gr*. 2390 et des autres mss de la recension de base ; construction associée aux points NKM tracée sur la "moitié ΓΘ" du carré ; points O Π Ξ absents, droite ΛΓ jointe

Marc. gr. 313	lacune dans le texte
Marc. gr. 311	figure bien faite et placée, en début de preuve, dans l'indentation et partiellement dans la marge externe ; construction associée aux points NKM tracée sur la "moitié ΔΘ" du carré ; points O Π Ξ bien marqués
Marc. gr. 303	indentation absente ; figure à main levée tracée par une main différente de celle des autres figures, occupant la partie terminale de la deuxième colonne dans le f. précédent celui où commence la section sur les isopérimètres ; figure symétrique par rapport à celle du *Par. gr.* 2390 et des autres mss de la recension de base, pentagone à la place de l'hexagone, carré à la place du pentagone ; construction associée aux points NKM tracée avec une autre encre, par la même main que les figures suivantes, sur la "moitié ΓΘ" du carré ; points O Π Ξ bien marqués

Par. gr. 2390	indentation absente ; figure bien faite, placée dans la marge inférieure ; construction associée aux points NKM tracée sur la "moitié ΔΘ" du carré ; points O Π effacés ; voir la figure dans le texte
Laur. Plut. 28.1	voir le *Par. gr.* 2390, dont il est une copie fidèle

Recension byzantine

Laur. Plut. 89 sup 48 *Vat. gr.* 198 *Reginensis gr.* 90 *Marc. gr.* 310 *Borb.* III C 13	indentation présente et contenant une figures tracée avec soin ; construction associée aux points NKM tracée sur la "moitié ΓΘ" du carré ; points O Π Ξ bien marqués

fig. 1bis = lemme optique

Recension de base

Vat. gr. 1594	figure absente
Vat. gr. 184	aucune figure indépendante
Vat. gr. 1058	indentation absente ; figure assez primitive, placée dans la marge externe et supérieure ; même disposition que la figure de Théon, avec lettrage inconséquent par rapport à celui de la figure 1 : lettre Δ à la place de Γ, angle droit sur Δ, inversion des lettres M et N

Marc. gr. 313	lacune dans le texte
Marc. gr. 311	aucune figure indépendante

Marc. gr. 303	aucune figure indépendante

Par. gr. 2390	aucune figure indépendante, mais il se peut qu'elle manque (petit carré de parchemin coupé en-dessous de la fig. 1)
Laur. Plut. 28.1	aucune figure indépendante

Recension byzantine : aucune figure indépendante

fig. 2 = lemme 1

Recension de base

Vat. gr. 1594	figure absente
Vat. gr. 184	indentation absente ; figure à main levée très primitive, placée dans la marge externe en-dessous de la précedente et à côté du lemme 2 ; figure fautive : points ΘΗΒΓ alignés ; point Κ identifié avec l'intersection de ΑΒ et ΖΓ, points Λ et Η identifiés
Vat. gr. 1058	indentation absente ; figure assez primitive, placée dans la marge supérieure ; orientation différente : base ΑΓ horizontale ; point Κ identifié avec l'intersection de ΑΒ et ΖΓ, points Λ et Η déterminés de façon incorrecte : le premier est sur le prolongement de ΓΒ mais ne se trouve pas sur ΖΗ, Η est à son tour sur ΑΒ

Marc. gr. 313	lacune dans le texte
Marc. gr. 311	indentation, vers fin de preuve, présente mais vide ; figure, placée dans la marge interne, en correspondance avec l'indentation, à main levée et assez primitive ; figure fautive : points ΘΗΒΓ alignés ; points Κ et Λ déterminés de façon incorrecte : le premier est identifié avec l'intersection de ΑΒ et ΖΓ, le deuxième avec l'intersection de ΖΒ et ΑΗ
Marc. gr. 303	indentation absente, figure à main levée très primitive, placée dans la marge interne ; quatre figures l'une en-dessous de l'autre, toutes incomplètes, dont deux fautives ; la plus complète ne marque pas le point Η ; même orientation que le *Vat. gr.* 1058

Par. gr. 2390	indentation absente ; figure bien faite, placée dans la marge inférieure ; points Κ Η Λ déterminés de façon correcte ; voir la figure dans le texte
Laur. Plut. 28.1	voir le *Par. gr.* 2390, dont il est une copie fidèle ; deux versions assez proches de la figure ; point Κ identifié avec l'intersection de ΑΒ et ΖΓ

Recension byzantine : indentation présente et contenant une figures tracée avec soin ; orientation et lettrage de la figure différentes

fig. 3 = lemme 2, première assertion

Recension de base

Vat. gr. 1594	figure absente
Vat. gr. 184	indentation très réduite ; figure à main levée très primitive, placée dans les quelques lignes blanches entre les lemmes 1 et 2 ; triangles avec bases égales et mêmes hauteurs par couples ; segment HK = KΛ ; figure tracée avec une encre différente
Vat. gr. 1058	indentation absente ; figure assez primitive, placée dans la marge supérieure ; base AΓ > EZ, segment HK > KΛ ; triangles avec hauteurs différentes ; droites EΘ et ΘH déjà tracées dans cette figure ; la figure a l'indication des longueurs des côtés des triangles et des segments de droite : chiffres difficiles à lire (bavures d'encre)

Marc. gr. 313	figure bien faite et placée, un peu avant la fin de la preuve, dans l'indentation et partiellement dans la marge ; base AΓ < EZ, segment HK < KΛ ; triangles ANΓ et EZΔ de même hauteur, et de même pour les autres
Marc. gr. 311	indentation, vers la fin de la preuve, présente mais vide ; figure, placée dans la marge externe avant l'indentation, à main levée et très primitive ; triangles avec bases égales et mêmes hauteurs par couples ; segments HK = KΛ ;
Marc. gr. 303	indentation absente, figure à main levée très primitive, placée dans la marge interne ; base AΓ > EZ, segment HK > KΛ ; triangles avec hauteurs différentes ; droites EΘ et ΘH déjà tracées dans cette figure ; en-dessous de celle-ci, deux triangles ANΓ ΘΞZ isolés

Par. gr. 2390	indentation absente ; deux figure bien faites, placées dans la marge inférieure et externe : dans l'une des deux triangles avec bases égales et mêmes hauteurs par couples ; indication des longueurs des côtés des triangles et des segments de droite (les mêmes pour les deux figures) : AΓ = ϛ, EZ = δ, AN = NΓ = ΘH = HK = ιε, EΞ = ΞZ = KM = MΛ = ι, AB = BΓ = ιβ, EΔ = ΔZ = ιγ ; voir la figure dans le texte
Laur. Plut. 28.1	voir le *Par. gr*. 2390, dont il est une copie fidèle

Recension byzantine : indentation présente et contenant une figures tracée avec soin ; triangles avec bases différentes mais mêmes hauteurs par couples

fig. 4 = lemme 3

Recension de base

Vat. gr. 1594	figure absente
Vat. gr. 184	figure dans sa propre indentation, à main levée et très primitive ; figure fautive et incomplète : les triangles ABΓ et ΔEZ ne sont pas rectangles, le triangle AHK est partiellement effacé par la moisissure ; figure tracée avec une encre différente
Vat. gr. 1058	indentation absente ; figure assez primitive, placée dans la marge externe et supérieure ; triangles ABΓ = ΔEZ = ΓΘK, avec longueurs marquées : AΓ = ΔZ = ΓK = ι, BH = ΔE = ΓΘ = ϛ ; triangle AHK en-dessus de ΔEZ

Marc. gr. 313	figure assez bien faite et placée, à la fin de la preuve, dans l'indentation, où elle se superpose au texte, et partiellement dans la marge ; triangles ABΓ << ΔEZ, AHK ≈ ΔEZ; triangle AHK à gauche de ΔEZ
Marc. gr. 311	indentation, en début de preuve du lemme 2, seconde assertion, présente mais vide ; figure, placée dans la marge interne en correspondance de l'indentation, à main levée et très primitive ; figure complètement fautive : les triangles ABΓ et ΔEZ ne sont pas rectangles, le triangle ΓΘK est à l'extérieur de AHK
Marc. gr. 303	indentation absente, figure à main levée très primitive, placée dans la marge supérieure ; triangles ABΓ ≈ ΔEZ, AHK > ΔEZ; triangle AHK à gauche de ΔEZ

Par. gr. 2390	indentation absente ; figure bien faite, placée dans la marge externe ; triangles ABΓ > ΔEZ > ΓΘK, avec longueurs marquées : ΔE = δ, ΔZ = ΓK = ϵ, EZ = ΘK = γ, BΓ = HΘ = ϛ ; triangle AHK en-dessous de ΔEZ ; voir la figure dans le texte
Laur. Plut. 28.1	voir le *Par. gr*. 2390, dont il est une copie fidèle ; une longueur dans la figure est corrigée

Recension byzantine : indentation présente et contenant une figures tracée avec soin ; triangles ABΓ > ΔEZ > ΓΘK; triangle AHK en-dessus de ΔEZ

fig. 5 = lemme 2, seconde assertion

Recension de base

Vat. gr. 1594	figure absente
Vat. gr. 184	figure absente
Vat. gr. 1058	indentation absente ; figure assez primitive, placée dans la marge supérieure ; triangles avec base AE > EZ et hauteurs différentes ; aucune indication de longueur sur les côtés

Marc. gr. 313	aucune indentation ; figure bien faite et tracée dans la marge externe, à la fin de la preuve ; elle est associée à la scholie de première main, non au texte, car elle marque le point P et trace les droites BP et PΘ, en omettant le point K ; triangles avec bases égales et mêmes hauteurs par couples (voir la figure à la fin de cette annexe)
Marc. gr. 311	indentation au cours de la présente preuve et occupant toute la largeur du texte en début de page ; figure, placée dans l'indentation et dans la marge supérieure, assez bien faite ; triangles avec base AE > EZ et hauteurs différentes
Marc. gr. 303	indentation absente, figure à main levée assez primitive, placée dans la marge interne et inférieure en-dessous de celles du lemme 2 ; triangles avec base AE > EZ et hauteurs différentes ; par le point E est mené un segment parallèle à NΓ, sur lequel un segment MO égal à NB est marqué grâce à des segments menés par N et B parallèles à AE

Par. gr. 2390	indentation absente ; figure bien faite, avec l'indication des longueurs de certains côtés des triangles, placée dans la marge inférieure et accompagnée par une réplique partielle associée à une preuve donnée dans une scholie ; triangles avec base AE > EZ et hauteurs différentes ; voir la figure dans le texte
Laur. Plut. 28.1	voir le *Par. gr.* 2390, dont il est une copie fidèle

Recension byzantine : indentation présente et contenant une figures tracée avec soin ; triangles avec base AE > EZ et hauteurs différentes

fig. 6 = théorème 2

Recension de base

Vat. gr. 1594	figure absente
Vat. gr. 184	figure absente
Vat. gr. 1058	indentation absente ; figure assez primitive, placée dans la marge inférieure ; elle est donnée deux fois, avec lettrage identique : la première a seulement cercle et hexagone, la deuxième seulement le cas équilatéral ; figure symétrique par rapport à celle du *Par. gr.* 2390 et des autres mss de la recension de base

Marc. gr. 313	figure absente
Marc. gr. 311	indentation absente ; figure, placée dans la marge supérieure, assez bien faite ; points H et Z identifiés de façon incorrecte : ils se trouvent sur la circonférence
Marc. gr. 303	indentation absente, figure à main levée assez primitive, placée dans la marge inférieure ; figure symétrique par rapport à celle du *Par. gr.* 2390 et des autres mss de la recension de base

Par. gr. 2390	indentation absente ; figure bien faite, placée dans la marge inférieure et partiellement rongée ; voir la figure dans le texte
Laur. Plut. 28.1	voir le *Par. gr.* 2390, dont il est une copie fidèle ; points H et Z identifiés de façon incorrecte : ils se trouvent sur la circonférence

Recension byzantine : indentation présente et contenant une figure tracée avec soin ; figure très régulière, symétrique par rapport à celle du *Par. gr.* 2390 et des autres mss de la recension de base

fig. 7 = théorème 3

Recension de base

Vat. gr. 1594	2 cercles égaux, sans lettrage et placés l'un à côté de l'autre dans une indentation placée vers fin de preuve
Vat. gr. 184	figure absente
Vat. gr. 1058	indentation absente ; figure assez primitive, placée dans la marge externe ; le polygone est un hexagone, avec un cercle inscrit seulement ; aucun problème de lettrage

Marc. gr. 313	figure absente
Marc. gr. 311	indentation absente ; figure, placée dans la marge interne et dans la même page que la fig. précedente, assez bien faite ; le polygone est un hexagone, avec un cercle circonscrit et un cercle inscrit ; des lettres effacées désignent deux sommets de l'hexagone
Marc. gr. 303	indentation absente, figure à main levée assez primitive, placée dans la marge supérieure du f. 32r ; le "polygone" est un triangle, avec un cercle inscrit seulement ; aucun problème de lettrage

Par. gr. 2390	indentation absente ; figure bien faite, placée dans la marge externe ; voir la figure dans le texte ; le polygone est un hexagone, avec un cercle circonscrit et un cercle inscrit ; le lettrage est fautif : les lettres A et B désignent aussi deux sommets de l'hexagone ; voir la figure dans le texte
Laur. Plut. 28.1	voir le *Par. gr.* 2390, dont il est une copie fidèle ; même problème de lettrage

Recension byzantine : indentation présente et contenant une figure tracée avec soin ; le polygone est un hexagone, avec un cercle inscrit seulement ; aucun problème de lettrage, orientation symétrique et disposition différente des lettres par rapport à celle du *Par. gr.* 2390 et des autres mss de la recension de base

fig. 8 = cas solide

Recension de base

Vat. gr. 1594	figure absente
Vat. gr. 184	figure absente
Vat. gr. 1058	indentation absente ; figure assez primitive, placée dans la marge externe ; cinq figures l'une en-dessous de l'autre, qui occupent presque toute la marge ; quatre figures représentent dans l'ordre le polyèdre, la sphère, et les deux cônes associés

Marc. gr. 313	aucune indentation ; figure tracée dans la marge externe, partiellement rongée : deux cercles égaux vus en perspective, deux segments égaux comme hauteurs ;
Marc. gr. 311	aucune indentation ; figure tracée dans la marge externe : deux cercles égaux, deux segments égaux comme hauteurs ; deux côtés de chaque cône tracés à main levée ; indentation vide en fin de section
Marc. gr. 303	figure absente

Par. gr. 2390	voir la figure dans le texte
Laur. Plut. 28.1	voir le *Par. gr*. 2390, dont il est une copie fidèle

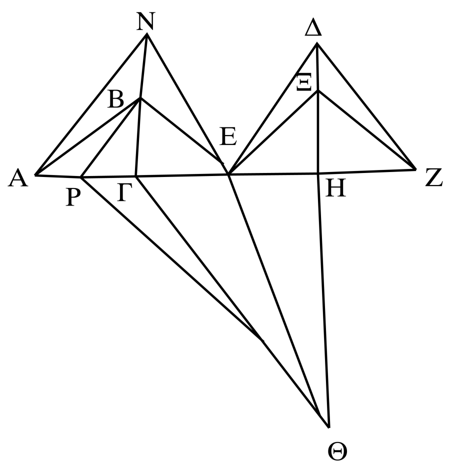
Recension byzantine : figure absente

C. Les diagrammes dans les autres rédactions du traité des figures isopérimétriques

De figuris ysoperimetris (d'après Busard 1980)	fig. 1 : comme dans l'hexagone de la recension byzantine, comme dans le pentagone de la recension de base, sont respectivement marqués les points *p* et *o* ; fig. 2 : 2 figures, la première, indépendante, limitée à la seule construction ; fig. principale avec orientation symétrique et tournée par rapport à la recension de base ; lettrage différent : H = *l*, tandis qu'une lettre qui correspond a Λ manque (la preuve est adaptée à ce lettrage) ; fig. 3 : aucune différence marquante ; fig. 4 : orientée de façon symétrique ; fig. 5 : aucune différence marquante ; fig. 6 : 2 figures (hexagones) comme chez Pappus et Théon, apparemment sans soucis de symétrisation ; fig. 7 : aucune différence marquante. Conclusion : il est bien établi que la traduction gréco-latine de l'*Almageste* est faite sur un texte de la famille du *Marc. gr*. 313, et c'est aussi ce qui s'est passé pour la partie sur les isopérimètres. Le rédacteur de la traduction latine a probablement tracé les figures *ex novo*. Il ne s'agit donc pas de diagrammes qui remontent à une tradition différente

Vat. gr. 218, ff. 57v-62r (Pappus)	indentations dont la largeur est la moitié du texte ou un peu moins, avec des figures assez soignées, quelques scholies diagrammatiques ou du moins des figures répétées en marge (parfois des annonces par anticipation, peut-être pour permettre de mieux suivre la preuve) ; fig. 1 : cercles circonscrits absents, inversion de l'orientation bas-haut ; (lemme optique dans une scholie en marge sup., avec figure indépendante) ; (scholie diagrammatique qui schématise les données du théorème) ; fig. 7 : deux pentagones, un seul cercle ; fig. 2 : 2 figures pour 2 props distinctes, la première très régulière et proposant des triangles rectangles (scholie diagrammatique non-symétrique dans la marge sup) ; 2^e^ figure avec orientation symétrique et tournée par rapport à la recension de base (2 copies réduites dans la marge inf. de la précédente, dont 1 scholie diagrammatique probable); fig. 4 : les deux triangles rectangles sont égaux ; fig. 5 : orientée de façon symétrique, deux couples de triangles égaux, ligne BN ajoutée (copie réduite dans la marge inf. de la précedente) ; (scholie diagrammatique qui schématise les données et la construction de la ligne auxiliaire) ; fig. 3 : deux couples de triangles égaux (à côté : fig. pour item 13) ; fig. 6 : 2 figures (pentagones), 1 pour le cas non-équilatéral, 1 pour le cas non-équiangle, avec soucis de symétrisation. Conclusion : diagrammes qui remontent à une tradition différente
Laur. Plut. 28.1, ff. 10r-14r (Théon)	indentations très profondes ; fig. 1 : figure à main levée, sans les cercles circonscrits, inversion de l'orientation bas-haut ; suit une fig. indépendente pour le lemme optique ; fig. 7 : deux pentagones, un seul cercle ; fig. 2 : fig. tracée 2 fois, la 1^e^ grattée, orientation analogue à celle chez Pappus ; fig. 3 : deux couples de triangles égaux, triangles semblables marquées avec OM~~OI~~ ; fig. 4 : les deux triangles rectangles sont égaux ; fig. 5 : orientée de façon symétrique, deux couples de triangles égaux, triangles semblables marquées avec OM~~OI~~, ligne ΓN ajoutée ; fig. 6 : 2 figures (hexagones) comme chez Pappus, avec soucis de symétrisation, 2^e^ figure très allongée dans la direction bas-haut. Conclusion : diagrammes qui remontent probablement à la même tradition que ceux de Pappus, avec des adaptations et modifications

D. La figure 5 (lemme 2, seconde assertion) dans le *Marc. gr.* 313 (f. 2r)



E. Les figures de la recension byzantine (*Laur. Plut.* 89 sup 48, ff. 7v-8v)

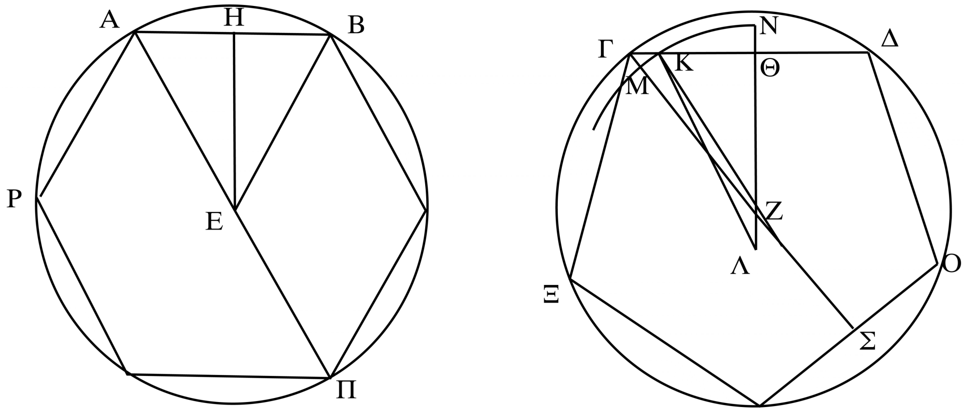


fig. 1

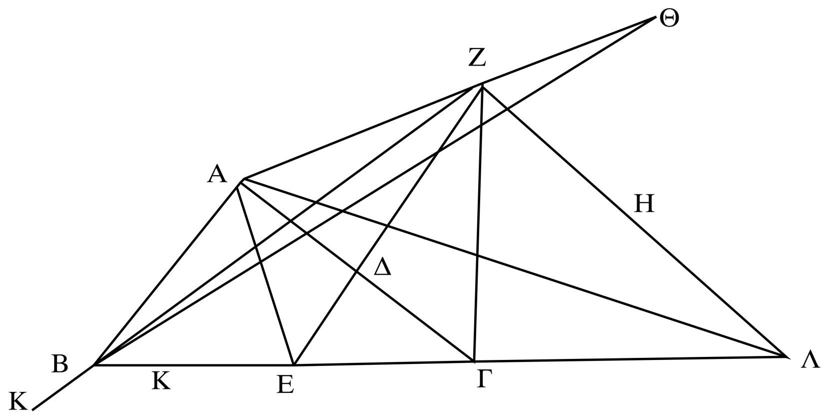


fig. 2

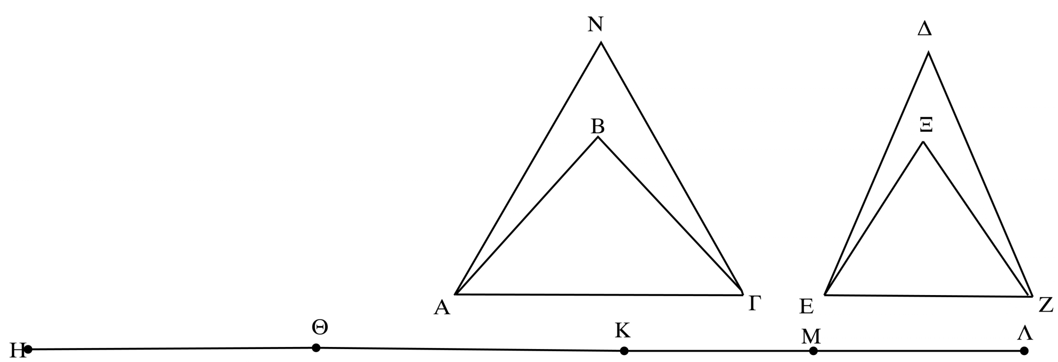


fig. 3

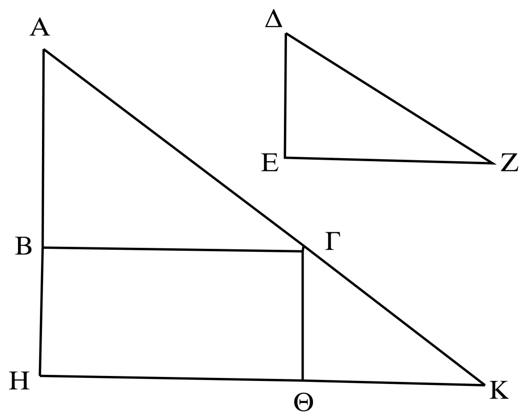


fig. 4

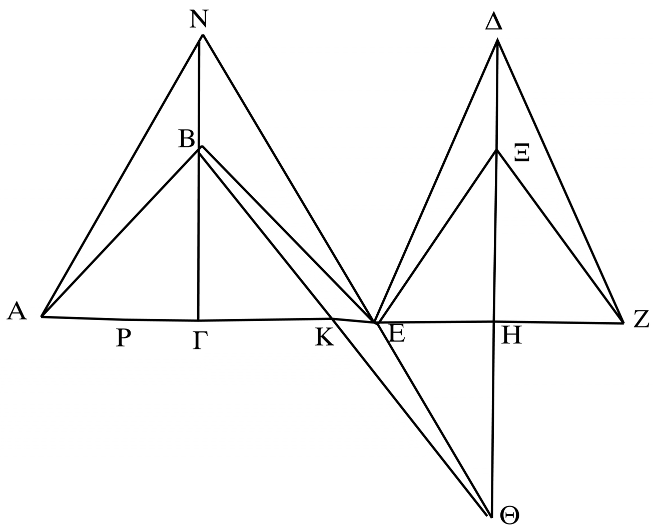


fig. 5

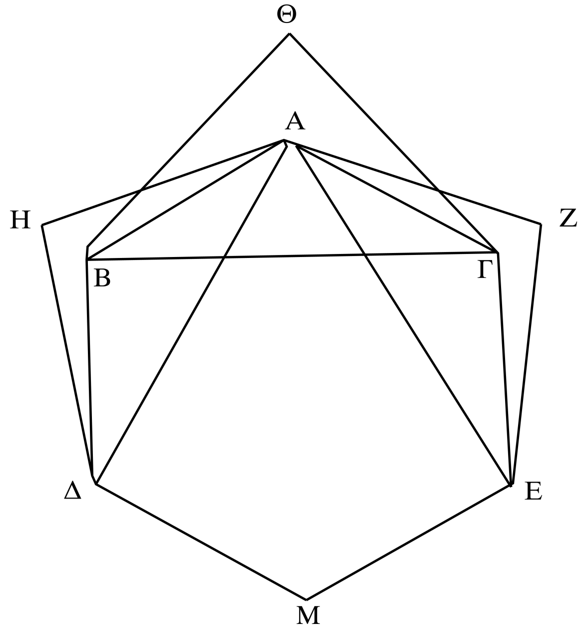


fig. 6

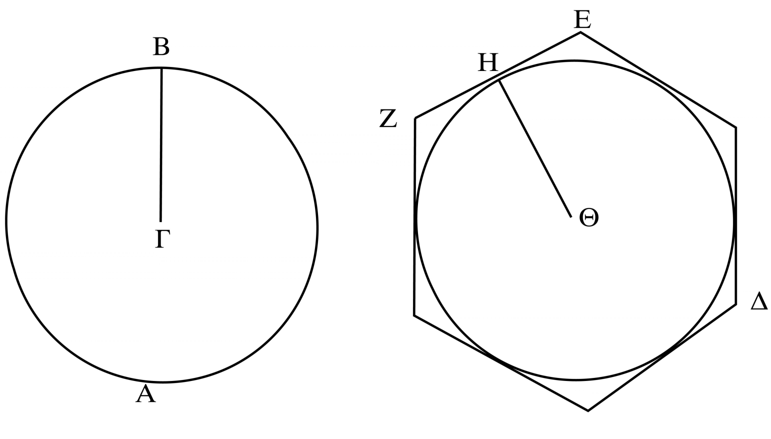


fig. 7

Annexe 5. Corrections au texte du Lemme optique

Les ajouts ou les changements par rapport à la recension de base sont soulignés.

rec. de base	*correcteur de* P	*rec. byzantine*	*Hultsch*
ὅτι δὲ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ δέδεικται μὲν Θέωνι ἐν τῷ ὑπομνήματι τοῦ μικροῦ ἀστρονόμου, οὐδὲν δὲ ἧττον καὶ νῦν δειχθήσεται.	ὅτι δὲ ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΘΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ δέδεικται μὲν Θέωνι ἐν τῷ ὑπομνήματι τοῦ μικροῦ ἀστρονόμου, οὐδὲν δὲ ἧττον καὶ νῦν δειχθήσεται.	ὅτι δὲ ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΘΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ δέδεικται μὲν Θέωνι ἐν τῷ ὑπομνήματι τοῦ μικροῦ ἀστρονόμου, οὐδὲν δὲ ἧττον καὶ νῦν δειχθήσεται.	ὅτι δὲ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ, δέδεικται μὲν Θέωνι ἐν τῷ ὑπομνήματι τοῦ μικροῦ ἀστρονόμου, οὐδὲν δὲ ἧττον καὶ νῦν δειχθήσεται.
κέντρῳ γὰρ τῷ Ζ (καὶ) διαστήματι (δὲ) τῷ ΖΚ κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΜΚΝ καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΘ ἐπὶ τὸ Ν.	κέντρῳ γὰρ τῷ Ζ καὶ διαστήματι τῷ ΖΚ κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΜΚΝ καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΘ ἐπὶ τὸ Ν.	κέντρῳ γὰρ τῷ Ζ καὶ διαστήματι τῷ ΖΚ περιφέρεια κύκλου γεγράφθω ἡ ΜΚΝ καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΘ ἐπὶ τὸ Ν.	κέντρῳ γὰρ τῷ Ζ διαστήματι δὲ τῷ ΖΚ κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΜΚΝ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΘ ἐπὶ τὸ Ν.
ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς ΚΘ τὸ ΓΚΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΖΘ, ἡ ΓΚ πρὸς ΚΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΖΜΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΖΚΝ τομέα, καὶ συνθέντι. ἀλλ’ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν·	ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΘ τὸ ΓΚΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΖΘ, ἡ δὲ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΖΜΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΖΚΝ τομέα, καὶ διελόντι ὡς ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΘΚ οὕτως τὸ ΓΖΘ τρίγωνον πρὸς τὸ ΘΖΚ τρίγωνον. ἀλλ’ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν·	ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς ΚΘ τὸ ΓΚΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΖΘ, ἡ ΓΚ ἄρα πρὸς τὴν ΚΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΖΜΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΖΚΝ τομέα, καὶ συνθέντι. ἀλλ’ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν·	ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΔΚ πρὸς ΚΘ, τὸ ΔΚΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΖΘ, ἡ ΔΚ πρὸς ΚΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΖΜΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΖΚΝ τομέα. καὶ συνθέντι. ἀλλ’ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν·
μείζονα λόγον ἔχει ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ.	μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΘΚ ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ γωνίαν.	μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ.	μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΓΘ πρὸς ΘΚ ἤπερ ἡ ὑπὸ ΓΖΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΖΘ.

III. La mesure de la terre

Introduction

L'anonyme commente l'affirmation de Ptolémée en *Alm.* I.4 (*POO* I.1, 14.19-20) : la terre, « prise dans l'ensemble de ses parties, est sphérique selon la perception » (σφαιροειδής ἐστιν πρὸς αἴσθησιν ὡς καθ' ὅλα μέρη λαμβανομένη). L'anonyme ajoute un « et » (καί) entre les deux qualifications de l'adjectif, ce qui change légèrement le sens de l'assertion. Qui plus est, il semble qu'il ne comprenne pas bien l'argument en *Alm.* I.4, puisque, apparemment en s'inspirant d'un commentaire antérieur (voir *infra*), il entend l'assertion globale de Ptolémée comme signifiant que les irrégularités de la surface de la terre sont négligeables, comparées à sa taille. La structure d'*Alm.* I.4 est différente. Ptolémée tente d'abord de corroborer sa propre assertion par certains phénomènes probants, telle la variation des temps de lever et de coucher des corps célestes ou de l'heure des éclipses de lune. Une deuxième partie de l'argument écarte d'autres formes possibles de la terre : il fait de brèves allusions à des phénomènes qui sont incompatibles avec une forme concave, plane, triangulaire, carrée ou polygonale ; un traitement un peu plus étendu est requis pour exclure une forme cylindrique, reposant sur le fait que, dans ce cas, aucune étoile ne serait toujours visible. Suit la mention de deux arguments supplémentaires : le premier est en quelque sorte le contraposé de celui qui excluait le cylindre, le second porte sur l'élévation variable des montagnes sur l'horizon quand on navigue.

Des arguments négatifs de la deuxième sorte ont été compilés dans Cléomède, *Caelestia* I.5 Todd, où on montre que la terre est sphérique parce qu'elle n'est ni plate, ni concave, ni carrée, ni pyramidale — en supposant qu'il y ait là une disjonction exhaustive et exclusive. Cléomède souligne aussi que la structure logique globale de l'argument d'une telle réfutation coïncide parfaitement avec le schéma du « cinquième indémontrable avec plusieurs disjoints », c'est-à-dire un argument ayant comme prémisses une disjonction et la négation de tous les termes disjoints sauf un, comme conclusion le terme disjoint restant (cf. Sextus Empiricus, *P.* I.69).

Le fait que l'irrégularité de la surface terrestre, à laquelle l'anonyme fait allusion avec l'expression τὰς τῶν ὀρῶν ἐπαναστάσεις καὶ τὰς κατὰ τὰς πεδιάδας τε καὶ θαλάσσας κοιλότητας, ne soit pas pertinente par rapport à sa forme sphérique est un *topos* auquel il est souvent fait allusion dans des contextes techniques ou moins techniques (cf. par exemple Strabon, *Geogr.* II.3.3, rapportant une assertion de Posidonius ; Pline, *Nat. hist.* II.245, 227.3 Jan-Mayoff ; Plutarque, *De facie* 924A ; Sénèque, *Nat. quaest.* 4b.11.2-3). Un traitement détaillé se trouve dans Simplicius, *in Cael. II.14,* Théon, *in Alm. I.4* (pour lesquels voir *infra*), et Théon de Smyrne, *Exp.,* 124.10-127.23. Ce dernier établit un parallèle amusant entre la hauteur de la plus haute montagne, comparée à la taille de la terre, et la taille d'un grain de millet, comparée à une sphère dont le diamètre est un pied. On se souvient de la sphère dont le diamètre est un doigt, dans Archimède, *Arenarius*, *AOO* II, 242.23-26, contenant pas moins de 6.4000 grains de pavot. (**N.B**. Ici comme ailleurs, nous regroupons les chiffres d'un nombre en fonction des ordres successifs de myriades ; elles sont séparées par un point). Théon de Smyrne montre qu'un quarantième du second rapport est encore plus grand que le premier rapport. Le même parallèle est brièvement mentionné par une scholie de la première main dans le *Vat. gr*. 1594 et le *Marc. gr*. 313, insérée à la fin de cette section. Théon de Smyrne attribue l'estimation à dix stades pour la hauteur de la plus haute montagne à Ératosthène et Dicéarque (la valeur de dix stades en 124.19 Hiller est une restitution de Martin, mais les calculs qui suivent la confirment). Les principales irrégularités de la surface terrestre sont désignées au moyen de l'expression ἡ τῶν ὀρῶν ὑπεροχὴ ἢ ἡ τῶν πεδίων χθαμαλότης (124.7-8).

Dans Cléomède, *Caelestia* I.7.121-130 Todd, nous trouvons moins de détails, mais un peu plus qu'une allusion : il choisit judicieusement la somme de la hauteur et de la profondeur maximales, estimant chacune d'elles à 15 stades, et affirme que le résultat, 30 stades, n'a aucun rapport relativement à plus de 8.0000 stades, mais est comme un grain de poussière sur un ballon (« plus de 8.0000 stades » est la valeur du diamètre terrestre résultant de la valeur ératosthénienne de la circonférence terrestre : 25.0000 stades). L'expression de Cléomède pour désigner les irrégularités de la surface terrestre est τὰ τῆς θαλάσσης κοιλώματα καὶ αἱ τῶν ὀρῶν ἐξοχαί (I.7.121-122 Todd).

Après les explications sur la signification de la phrase de Ptolémée qu'il est en train de commenter, notre anonyme décrit un procédé pour « produire le grand cercle de la terre ». L'hypothèse principale est que, même si le méridien est un grand cercle de sphère, ses petites portions sont approximativement rectilignes ; Ptolémée lui-même parle d'une « distance rectiligne (ἰθυτενῆ διάστασιν) sur la terre à traiter comme un arc de grand cercle […] qui est dirigée dans le plan d'un unique méridien » quand il fait allusion, au début de *Geogr.* I.3, à la procédure habituelle pour mesurer la circonférence terrestre. L'anonyme semble s'inspirer du texte de Ptolémée pour formuler sa propre explication, mais la description de la procédure qui suit est rédigée de manière très négligée (noter, par exemple, la construction maladroite de κινεῖσθαι + accusatif et l'hésitation entre un sujet singulier ou pluriel) et probablement corrompue à certains endroits. Toutefois la signification est suffisamment claire : l'observateur se déplace d'un lieu à un autre sur la surface terrestre, en restant toujours sur le même méridien (telle est la fonction de la dioptre et de l'anneau méridien — c'est le seul détail que l'anonyme ajoute à l'exposé de Ptolémée). La différence de latitude entre les deux lieux est mesurée au moyen de l'angle produit par l'ombre projetée par le gnomon d'une cadran solaire. Ceci donne la distance angulaire entre les deux lieux telle qu'elle est mesurée sur la surface terrestre, immédiatement convertie en longueur de méridien une fois connue la distance linéaire entre ces mêmes lieux.

L'anonyme affirme après cela que « les anciens et Ptolémée lui-même ont compris qu'un degré est sous-tendu par cinq cents stades ». Cette estimation était acceptée comme standard par le géographe Marinus et, après lui, par Ptolémée, *Geogr.* I.11. Néanmoins, l'estimation alternative de 700 stades avait bénéficié d'une large diffusion dès avant Ptolémée. Il est bien connu qu'elle avait été proposée en premier lieu par Ératosthène (Cléomède, *Caelestia* I.7.49-110 Todd), qui avait calculé la valeur de 25.0000 stades pour la circonférence terrestre en s'appuyant sur les données suivantes : 1) Syène et Alexandrie sont situées sur le même méridien ; 2) la distance entre elles est de 5000 stades ; 3) au solstice d'été, les gnomons des cadrans solaires ne projettent aucune ombre à Syène, tandis qu'à Alexandrie, leur ombre produit un angle d'un cinquantième du cercle tout entier. Quelqu'un, après Ératosthène, arrondit son estimation à 25.2000 pour obtenir exactement 700 stades pour 1 degré. Cette valeur a été acceptée par Hipparque (Strabon, *Geogr.* II.5.7 et II.5.34), puis, à partir de là, par de nombreux auteurs, par exemple Géminus, *Introductio* XVI.6, Pline, *Nat. hist.* II.247, Héron, *Dioptra* 35, *HOO* III, 302.13-14, Vitruve, *Arch.* I.6.9, Théon de Smyrne, *Exp.,* 124.10-12. L'estimation de Posidonius, 24.0000 stades, décrite également en détail par Cléomède (*Caelestia* I.7.1-47 Todd), reposait sur les données suivantes : 1) Rhodes et Alexandrie sont situées sur le même méridien ; 2) la distance entre elles est de 5000 stades ; 3) quand on navigue du nord au sud, l'étoile Canope commence à être visible seulement à partir de Rhodes, alors qu'à Alexandrie elle s'élève au-dessus de l'horizon par 1/48 du méridien tout entier.

Même si la logique des arguments d'Ératosthène et de Posidonius a pu être altérée par les objectifs pédagogiques de Cléomède, il est clair qu'ils ont exactement la même structure. Toutefois, aussi bien Ératosthène que Posidonius ont peut-être oscillé entre cette estimation et celle de 500 stades. L'attestent Strabon, *Geogr.* II.2.2, pour Posidonius (même si Taisbak 1974 a montré que ce témoignage est incohérent), et *Geogr.* II.5.24, pour Ératosthène, dont il est dit qu'il aurait réduit la distance Alexandrie-Rhodes de 5000 à 3750 stades. Ceci montre que Posidonius dépendait d'Ératosthène, au moins quant au choix de la distance à estimer. Il n'est donc pas surprenant qu'une source ancienne au moins (Pline, *Nat. hist.* II.245, 227.3 Jan-Mayoff) rapporte une distance entre Alexandrie et Rhodes compatible avec la valeur intermédiaire de 600 stades pour un degré de méridien. Il faut noter que nous ne connaissons pas la longueur des stades que ces auteurs utilisent, mais les discussions modernes de ces évaluations tendent à exagérer ce point, négligeant le fait que les géographes anciens avaient difficilement une maîtrise satisfaisante des autres paramètres tels que l'évaluation de la distance entre deux cités.

L'anonyme en vient enfin à calculer la taille de la terre, afin de montrer, par comparaison avec les 10 stades de la hauteur de la plus haute montagne, « pourquoi il est bienvenu de dire que la terre est sphérique selon la perception ». La procédure est la suivante (il fait des fautes dans les étapes 3 et 4, cf. notes *ad loc.*) :

1) En donnant pour acquis que 1 degré de méridien = 500 stades il multiplie par 360 et obtient 18.0000 stades pour le grand cercle de la terre.
2) Il applique le résultat archimédien que le périmètre du cercle relativement au diamètre a un rapport approché de 22 à 7 et obtient un diamètre de 5.7273 stades.
3) Il en déduit que l'aire du cercle est de 25.6230.0000 stades.
4) Le cylindre sur celui-ci, ayant son diamètre comme hauteur, est donc de 143.1828.5681.0790 stades.
5) Dont les deux tiers sont 95.4552.3787.3860. Tel est, en stades, le volume de la terre.

L'anonyme déclare expressément qu'il tire son compte-rendu d'une source, mais il faut noter que c'est la seule occurrence du terme ἐξηγητής dans l'ensemble des *Prolégomènes.* Il se pourrait donc que le texte fasse ici sa seule référence au maître dont les leçons ont été rédigées en tant que *Prolégomènes* (pour une démarche semblable, voir l'introduction ajoutée à la recension **B** de l'*Optique* d'Euclide). Les sources moins immédiates de cette section ne sont pas si facilement identifiées. La première partie de son « explication » concernant la détermination du grand cercle de la terre est, comme nous l'avons vu, empruntée à Ptolémée, *Geogr.* I.3. Quant à celle dans laquelle des calculs quelque peu détaillés sont effectués, nous pouvons comparer les traitements correspondants de Théon et de Simplicius avec celui de l'anonyme. Examinons d'abord Théon.

A) Il discute longuement les arguments observationnels que Ptolémée donne dans *Alm.* I.4 (*iA*, 381.1-394.4), puis en vient à commenter l'expression « sphérique selon la perception ». Son exposé et celui de l'anonyme ont certains traits en commun :

1) Théon divise l'assertion de Ptolémée en deux parties concernant, l'une, la perception (394.5-399.8), l'autre, la terre considérée « comme un tout » (399.9-400.15) et il les discute séparément. La démarche est à comparer avec l'insertion, par l'anonyme, d'un καί entre les deux clauses, même si, contrairement à Théon, il commente finalement les deux assertions partielles comme un tout. Théon, inversement, fait explicitement le lien entre la seconde partie et le tout dernier argument du chapitre de Ptolémée et le développe grâce à une reformulation de la preuve aristotélicienne (*Cael.* II.4, 287b4-14) que la surface de l'eau au repos a une forme sphérique.
2) Le terme préféré par Théon pour désigner la hauteur des montagnes est ἐπανάστασις : cf. *iA*, 332.2, 394.6 398.3; en 327.11, 332.4, 7 on trouve le terme complémentaire κοίλωμα.
3) Aussi bien Théon que l'anonyme fixent la hauteur des plus hautes montagnes à 10 stades. Théon cite même Ératosthène comme l'autorité sur cette question

(394.17-395.2). A cette occasion il emploie l'adjectif χθαμαλός pour des montagnes « basses » par opposition aux « hautes », citant apparemment une source qui pourrait rapporter quelque chose comme la formulation d'Ératosthène (cf. ci-dessus le passage dans Théon de Smyrne et Simplicius, *in Cael. II.14*, 550.1-4, à lire *infra*). Ni l'anonyme ni Théon ne font intervenir la profondeur maximale de la mer dans leurs calculs.

4) La question de la taille de la terre est introduite par la phrase ὡς ἔστιν ἀναμετροῦντας τὸ μέγεθος τῆς γῆς ἐπιγινώσκειν dans les *Prolégomènes,* par ἔστι δὲ καὶ ἀπὸ τῶν καταληφθέντων μεγεθῶν τῆς τε γῆς καὶ τῶν ὀρῶν τὸ τοιοῦτον ἐπιγνῶναι dans le commentaire de Théon (*iA*, 394.8-9). On relèvera aussi l'occurrence de καταλαμβάνειν, verbe qui est utilisé un peu plus tard par les *Prolégomènes*, dans le même contexte. Théon (*iA*, 394.11-12) souligne expressément que Ptolémée admet 18.0000 stades comme valeur d'un grand cercle de la terre dans sa *Géographie,* là où l'anonyme ne mentionne aucun titre.

5) Mais surtout, aussi bien Théon (*iA*, 398.1-5) que l'anonyme auraient dû se limiter à calculer le diamètre si leur but était de comparer la dimension pertinente de la terre avec la hauteur de la plus haute montagne. Clairement ils mélangent les calculs relatifs aux dimensions linéaires et volumiques qui sont distingués par exemple par Cléomède (voir ci-dessus) ou Théon de Smyrne. Celui-ci compare d'abord le diamètre de la terre (pour lequel il donne la valeur approximative de 8.0182 stades) avec les 10 stades de la hauteur des plus hautes montagnes (*Exp.,* 124.6-126.16), et traite ensuite la question du volume (*Exp.,* 126.19-127.23), il est vrai d'une manière plutôt confuse.

A l'inverse, une différence frappante est que Théon calcule la taille de la terre par une autre procédure (*iA*, 396.6-398.1), identique à celle donnée par Théon de Smyrne (*Exp.,* 126.8-127.6). Celle-ci, outre le corollaire à *Sph. cyl.* I.34, utilise le résultat que le carré sur le diamètre d'un cercle est au cercle comme le cube sur le diamètre est au cylindre basé sur le même cercle et ayant la même hauteur que le cube (*iA*, 396.6-8, avec une « preuve » en 398.6-399.8) ; ceci implique que la sphère est 7 1/3 quatorzièmes dudit cube. En accord avec ce préliminaire « démonstratif », Théon entreprend de calculer le carré puis le cube sur le diamètre, puis 1/14 de celui-ci. Il prend ensuite 7 fois ce résultat plus son tiers. Le résultat final (approximatif) pour le volume de la terre est 98.4063.6446.9497.

B) Le compte-rendu de Simplicius (*in Cael. II.14*, 549.1-550.4) est nettement plus court. Il s'agit de commenter l'assertion d'Aristote, *Cael.* II.14, 298a15-17, que « les mathématiciens qui ont essayé de calculer sa circonférence l'évaluent à 40 myriades de stades ». Simplicius procède de la manière suivante :

1) Après quelques préliminaires, il donne d'abord un court exposé (549.4-10) d'une méthode pour déterminer la valeur d'un grand cercle de la terre. Une *dioptre* est employée aussi bien pour trouver deux étoiles fixes séparées par un degré d'arc que deux lieux où ces deux étoiles sont au zénith. La distance entre les deux lieux est mesurée grâce à un hodomètre et on trouve qu'elle est de 500 stades. Simplicius affirme que le résultat, 18.0000 stades pour le grand cercle, est admis par Ptolémée dans sa *Géographie.*

2) On doit alors mesurer la taille de la terre. Simplicius (*in Cael.*, 549.11-32) procède comme suit :

   i) Puisqu'Archimède a établi que la circonférence d'un cercle est 3 fois 1/7 son diamètre, on trouve que le diamètre de la terre est de 5.7273 stades.

   ii) Puisqu'il a aussi démontré que le rectangle contenu par le diamètre d'un cercle et un quart de sa circonférence est égal à son aire, on trouve que celle-ci est 25.7728.5000 stades — Simplicius lui aussi utilise la notation des grands nombres fondée sur les ordres successifs de myriades.

   iii) Puisqu'il a aussi démontré que la surface d'une sphère est quatre fois l'aire d'un grand cercle, on trouve qu'elle vaut 103.0914.0000 stades.

   iv) Pour trouver le volume, on doit d'abord multiplier l'aire du cercle par son diamètre, ce qui produit 147.6088.4380.5000 stades.

   v) Et, puisqu'un tel cylindre est 3/2 de la sphère, on doit retrancher 1/3 du résultat, ce qui produit 98.4063.6446.9503 comme volume de la terre (c'est la seule erreur; le résultat correct est 98.4058.9587.0000 stades).

3) Pour finir (*in Cael.*, 549.32-550.4), Simplicius souligne, comme Théon et l'anonyme le font aussi, qu'une taille aussi considérable entraîne que la forme de la terre n'est pas altérée par les hauteurs des montagnes (l'expression pour la hauteur en question est τὴν ἀπὸ τῶν ὑψηλοτάτων ὀρῶν ἐπὶ τὰ χθαμαλώτατα πίπτουσαν κάθετον), lesquelles ont été estimées à 10 stades par Ératosthène.

L'exposé de Simplicius est donc tout à fait similaire quant à la structure et au contenu à celui de l'anonyme. Il n'est donc pas improbable que les deux proviennent d'une même tradition, puisant dans une anthologie d'exemples prêts à l'emploi, déjà formatés de façon à pouvoir être insérés en des endroits similaires pour des commentaires différents.

Texte

Ἀναμέτρησις γῆς[1]:—

Ἀποδεικνὺς ὁ Πτολεμαῖος σφαιροειδὲς τὸ σχῆμα τῆς γῆς φησιν ὅτι σφαιροειδής[2] ἐστιν ὡς[3] πρὸς αἴσθησιν καὶ ὡς καθ' ὅλα μέρη λαμβανομένη. ὅπερ ἁρμοζόντως προσέθηκε[4]· κατὰ μέρος γὰρ οὐ[5] σφαιρικὴν ἔχει τὴν ἐπιφάνειαν διὰ τὰς τῶν ὀρῶν ἐπαναστάσεις καὶ τὰς κατὰ τὰς πεδιάδας τε καὶ θαλάσσας κοιλότητας· καθ' ὅλην[6] δὲ αὐτὴν[7] λαμβανομένη σφαιρική ἐστι διὰ τὸ τὰς εἰρημένας ἐπαναστάσεις καὶ κοιλότητας[8] ἀδιαφόρους καὶ σχεδὸν μηδένα λόγον ἐχούσας γίνεσθαι παραβαλλομένας τῷ ὅλῳ μεγέθει ὡς ἔστιν ἀναμετροῦντας τὸ μέγεθος τῆς γῆς ἐπιγινώσκειν. ὅπερ ὁ μὲν[9] Πτολεμαῖος [10]παρέλειψε τοῦ προκειμένου μὴ βουλόμενος ἐκτραπῆναι ὁ δὲ ἐξηγητὴς πιστούμενος τὴν ῥῆσιν καὶ σαφηνίζων προσέθηκεν ἔχον[11] τὸν τρόπον τοῦτον· ἐπειδὴ δέον[12] ἦν πρότερον τὸν μέγιστον κύκλον πορίσασθαι τῆς γῆς ἐλαμβάνετο ἡ μεσημβρινὴ εὐθεῖα καὶ ἐπὶ ταύτης διὰ διόπτρας κινούμενοι[13] ἐθεώρουν διὰ κρίκου τινὸς ἀναλογοῦντος[14] μεσημβρινῷ· πόση γίνεται ἡ τοῦ ἐξάρματος προσθήκη ἀφ' οὗ ἐκινήθησαν τόπου, εἶπε[15] καὶ τῇ γνωμονικῇ μεθόδῳ διὰ τῆς γωνίας τοῦ κλίματος. καὶ ταύτην σκοποῦντες πόσων ἐτύγχανεν[16] τοῦ μεσημβρινοῦ μοιρῶν[17], τὴν ὁμοίαν εἶχον καὶ ἐπὶ τῆς γῆς ἣν ἀναγκαίως ἐκινεῖτο[18].

τούτῳ οὖν τῷ τρόπῳ κατελήφθη[19] τοῖς ἀρχαίοις καὶ αὐτῷ δὴ[20] τῷ Πτολεμαίῳ ὅτι ὑπὸ πεντακόσια στάδια ὑποτείνει ἡ μία[21] μοῖρα, ὥστε ἐὰν τὰ πεντακόσια τριακοσιοντάκι καὶ ἑξηκοντάκι ποιήσωμεν ἕξομεν[22] τὴν περίμετρον τοῦ μεγίστου κύκλου τῆς γῆς γινομένην[23] μυριάδας[24] ιη[25]. ἐπεὶ οὖν δέδεικται

[1] titulum om. S.
[2] σφαιροειδής] -ει- om. Z.
[3] post ὡς add. καὶ comp. Z.
[4] προσέθηκε] ηκ in ras. m. 1 S.
[5] οὐ] suprascr. m. 1 P.
[6] καθ' ὅλην] καθ' ὅλα ex καθ' ὅλην corr. m. 2 P.
[7] δὲ αὐτὴν] δὲ αὐτὴ P : δ' ἑαυτὴν scr. Hultsch sed δὲ ἰδέαν coniecit.
[8] καθ' ὅλην - κοιλότητας] marg. m. 2 Z signo adposito et κείμενον adscripto.
[9] μὲν] om. P.
[10] ante παρέλειψε add. μὲν MZ.
[11] ἔχον] ἔχων N.
[12] δέον] δὲ comp. SN.
[13] κινούμενοι] κινούμενος comp. S : κινούμενον scr. Hultsch.
[14] ἀναλογοῦντος] codd. : ἀνάλογον τῷ scr. Hultsch.
[15] εἶπε] Hultsch : εἴτε codd. : fort. corrigendum εἶπον.
[16] ἐτύγχανε] codd. : ὅσων ἐτύγχανον scr. Hultsch.
[17] μοιρῶν] M et comp. VZSN : μοῖρα P.
[18] ἐκινεῖτο] codd. : fort. corrigendum ἐκινοῦντο.
[19] κατελήφθη] -λη- ex -λει- m. 2 Z : κατελείφθη MN : κτελήφθη S.
[20] δὴ] scripsimus : δὲ MVZSP : om. N.
[21] ὑποτείνει ἡ μία] ὑποτείνη ἡ μία M : ἡ μία ὑποτείνει S.
[22] ἕξομεν] ἕξωμεν M : -ο- ex -ω- corr m. 1 N.
[23] γινομένην] γέν- Z.

᾿Αρχιμήδει ἡ κυκλικὴ περίμετρος πρὸς τὴν διάμετρον[26] λόγον ἔχουσα σύνεγγυς ὃν κβ πρὸς ζ, ἐὰν ποιήσωμεν ὡς κβ πρὸς ἕπτα οὕτως αἱ[27] ιη μυριάδες πρὸς ἄλλον τινὰ ἕξομεν μυριάδας ϵ ,ζϲογ ὧν ἐστιν ἡ διάμετρος[28], ὥστε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου γίνεσθαι μυριάδων διπλῶν μὲν κϵ ἁπλῶν δὲ ,ϛϲλ, ὥστε ὁ ἀπὸ τούτου κύλινδρος ὕψος ἔχων τὴν διάμετρον συνάγεται μυριάδων τριπλῶν μὲν ρμγ[29] διπλῶν δὲ ,αωκη ἁπλῶν δὲ ,ϵχπα[30] καὶ ψϙ μονάδων[31]· ὧν τὸ δίμοιρον[32] γίνεται μυριάδες τριπλαῖ[33] μὲν ϙϵ διπλαῖ δὲ ,δφνβ[34] ἁπλαῖ δὲ ,γψπζ ,γωξ. τοσούτων ἐστὶ σταδίων τὸ στερεὸν τῆς γῆς ἡ δὲ τοῦ μεγίστου ὄρους κάθετος εὑρέθη σταδίων ι ὅπερ ἐπανάστημα[35] παντελῶς[36] οὐκ ἔχει λόγον σχεδὸν ὡς πρὸς τὸ ὅλον μέγεθος τῆς γῆς· καλῶς ἄρα εἴρηται ὡς πρὸς αἴσθησιν σφαιροειδὴς ἡ γῆ.

[24] μυριάδας] μυριάδα N.
[25] ιη] δέκα ὀκτὼ N.
[26] πῶς δὲ ταῦτα δεῖ λαμβάνειν δειχθήσεται μετὰ (τὸ add. Z) τῶν πολλαπλασιασμῶν καὶ μερισμῶν κεφαλαίων (κεφάλαιον Z) in marg. scholium m. 1 VZ et suprascr. et adpos. sign. ° in marg. m. 1 M.
[27] αἱ] om. VZS.
[28] λήψῃ δὲ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου αὐτὴν τὴν εὑρημένην διάμετρον ἐφ᾽ ἑαυτὴν ποιῶν διά τινος μέρους αὐτῆς ῥητοῦ καὶ εὑρίσκων (εὕρηκη M) τὸ ἐξ αὐτῆς τετράγωνον καὶ τούτο ἑνδεκάκι συντιθῶν τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ (καὶ comp. Z) λαμβάνων τὸ ιδ΄. ἐδείχθη γὰρ ἀρχιμήδης ὅτι ἕνδεκα τετράγωνα ἴσα γίνεται ιδ κύκλοις τοῖς ἀπὸ τῆς αὐτῆς διαμέτρου in marg. scholium m. 1 VZ et suprascr. et in marg. sign. ÷ adpos. m. 1 M : recepit cum var. lect. rec. byz., sed add. τουτέστιν ὅτι λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον (comp.) τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου (comp.) ἀναγραφόμενον πρὸς τὸν αὐτὸν κύκλον ὃν τὰ ιδ πρὸς τὰ ια.
[29] ρμγ] σμγ S.
[30] ,ϵχπα] ,ϵκπα S.
[31] ἐπειδὴ ὁ κύλινδρος ἡμιόλιος ἐδείχθη ὑπ᾽ ἀρχιμέδους τῆς περιλαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτοῦ σφαίρας in marg. scholium m. 1 VZ et suprascr. et in marg. sign. ϕ adpos. m. 1 M : recepit cum var. lect. rec. byz.
[32] δίμοιρον] δίμυρον M.
[33] τριπλαῖ] διπλαῖ S.
[34] ,δφνβ] ,αφνβ P : ,δφϛβ N.
[35] ἔστι γὰρ σχεδὸν ὡς εἴην τινὶ λόγῳ ὁμοίως θεωρηθῆναι ὀφείλοντα καθάπερ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς ἐχούσης ὑπόθου σφαίρας διαμέτρου ποδιαίου ὁ κίκκος τῆς σινάπεως ἢ τὸ μέγιστον τῆς κέγχρου οὕτως ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς γῆς τὸ μέγιστον ὄρος in marg. scholium m. 1 V et suprascr. et in marg. sign. adpos. m. 1 M : recepit cum var. lect. rec. byz.
[36] παντελῶς] -λôς o in ras. M.

Traduction

Mesure de la terre

Quand Ptolémée démontre que la figure de la terre est sphérique, il dit qu'elle « est sphérique selon la perception et prise dans l'ensemble de ses parties ». C'est là une précision adéquate. En effet, partie par partie, elle n'a pas une surface sphérique, à cause des reliefs montagneux et des cavités formées par les plaines et les mers ; en revanche, prise en elle-même dans son ensemble, elle est sphérique, parce que lesdits reliefs et cavités, comparés à la grandeur totale, sont négligeables, c'est-à-dire n'ont pratiquement aucun rapport <assignable>[1], comme il est possible de le constater en mesurant la grandeur de la terre. Cette question, Ptolémée l'a laissée de côté, parce qu'il ne voulait pas s'écarter de son sujet, et c'est le commentateur qui, en faisant confiance au texte et en le clarifiant[2], l'a ajoutée sous la forme suivante : puisqu'il fallait d'abord produire[3] le grand cercle de la terre, la droite du méridien[4] était prise et, en se déplaçant sur celle-ci grâce à une dioptre, ils faisaient des observations à travers un anneau faisant fonction de méridien. Quant à la valeur de l'<angle> qui s'ajoute à l'inclinaison <du pôle> au lieu duquel ils se sont déplacés, il[5] l'a aussi exprimée par la méthode du gnomon, grâce à l'angle de l'inclinaison[6]. Regardant à combien de degrés du méridien correspond cet <angle ajouté>, ils prenaient <un arc> semblable sur la terre aussi, sur laquelle il s'était nécessairement déplacé.

De cette manière, les anciens et Ptolémée lui-même ont compris qu'un degré est sous-tendu par cinq-cent stades, de sorte que, si nous faisons trois-cent et soixante fois cinq-cent, nous aurons le périmètre du grand cercle de la terre, à savoir 18 myriades. Puisqu'alors Archimède a démontré que le périmètre du cercle relativement au diamètre a un rapport approché de 22 à 7[7], si nous faisons[8] comme 22 relativement à 7, les 18 myriades relativement à un certain autre <nombre>, nous aurons 5 myriades 7273, qui est le diamètre ; de la sorte, l'aire du cercle est de 25 myriades doubles et 6230 simples[9], de sorte qu'il en résulte que le cylindre sur celui-ci, avec son diamètre pour hauteur, est de 143 myriades triples, 1828 doubles, 5681 simples et 790 unités[10], dont les deux tiers sont 95 myriades triples, 4552 doubles, 3787 simples 3860 <unités>[11]. Tel est, en stades, le volume de la terre. Or, on a trouvé que la hauteur de la plus haute montagne est de 10 stades, élévation qui, dans l'absolu, n'a pratiquement pas[12] de rapport <assignable> relativement à la grandeur totale de la terre. Voilà pourquoi il est bienvenu de dire que la terre est sphérique selon la perception.

Commentaire

[1] L'expression quelque peu imprécise μηδένα λόγον ἔχειν est employée ici par l'anonyme, et à la fin de son exposé, avec une différence dans la fonction de la négation (οὐκ ἔχειν λόγον). La même expression, dans le même contexte, se trouve seulement chez Cléomède, *Caelestia* I.7.125 Todd, quoique celui-ci ne modère pas son assertion grâce à l'adverbe σχεδὸν. Nous avons ajouté une qualification dans notre traduction pour que l'assertion ait un sens en français. Une célèbre occurrence de la même formule se trouve dans la critique par Archimède de l'une des hypothèses d'Aristarque de Samos au début de l'*Arénaire* (*AOO* II, 218.20), dans laquelle Archimède fait remarquer qu'on ne peut pas supposer que le centre de la sphère, dépourvu de grandeur, « ait quelque rapport que ce soit » avec la surface de la sphère.

[2] Notre anonyme produit ici une très juste description du travail de tout commentateur.

[3] Le verbe πορίζειν a ici la signification de « fournir la valeur de … ».

[4] La *recensio byzantina* a le texte suivant, moins étrange du point de vue syntaxique : ἐλαμβάνετο ἡ μεσημβρινὴ εὐθεῖα καὶ ἐπὶ ταύτης διὰ διόπτρας κινούμενοι γὰρ ἐθεώρουν διὰ κρίκου τινὸς ἀνάλογοῦντος μεσημβρινῷ· πόση γίνεται ἡ τοῦ ἐξάρματος προσθήκη ἀφ' οὗ ἐκινήθησαν τόπου, ἔτι τε καὶ τῇ γνωμονικῇ μεθόδῳ διὰ τῆς γωνίας τοῦ κλίματος. καὶ ταύτην σκοποῦντες πόσων ἐτύγχανε μοιρῶν τοῦ μεσημβρινοῦ, τῶν τοσούτων μοιρῶν ἔλεγον εἶναι ἀναγκαίως καὶ τὸ διάστημα τῆς γῆς, ὅπερ κεκίνηντο.

[5] Le passage du pluriel au singulier est tout à fait non grammatical, mais nous ne croyons pas qu'il soit nécessaire de corriger le texte.

[6] Pour les termes ἔξαρμα et κλίμα, signifiant tous deux « inclinaison » du pôle sur l'horizon, voir la note 18 à la traduction de la première section des *Prolégomènes.*

[7] Cf. *Circ.* 3. L'estimation archimédienne est arrondie à sa borne supérieure.

[8] Apparemment le verbe ποιήσωμεν introduit la formulation de toute la proportion, mais celle-ci n'est pas considérée comme subordonnée au verbe. Par conséquent, l'article dans la clause principale de la proportion est au nominatif, pas à l'accusatif.

[9] Première erreur de l'anonyme. Si l'on suit la procédure archimédienne résumée dans la scholie par la première main dans MV (cf. *Circ.* 2 : prends le carré sur le diamètre, multiplie le résultat par 11 puis divise par 14), on trouve 25.7729.7272 et 79/100. Le résultat exact (c'est-à-dire en négligeant le caractère approché de la valeur du diamètre) est celui que donne Simplicius, à savoir 25.7728.5000 stades. Dans la mesure où l'anonyme ne donne aucune indication sur l'algorithme qu'il suit pour faire le calcul, il n'est pas facile de rendre compte de son résultat faux.

[10] Deuxième erreur de l'anonyme : le résultat est obtenu en multipliant 5.7273 par 25.0000.6230, et non par 25.6230.0000.

[11] Cf. Archimède, *Sph. cyl.* corollaire à I.34 ; cf. aussi la scholie par la première main dans MV. Dans ce cas, le calcul est exact.

[12] Le combinaison de παντελῶς avec σχεδόν est tout à fait maladroite.

Ce travail a bénéficié d'une aide de l'Agence Nationale de la Recherche portant la référence ANR-09-BLAN-0300-01.

Sources et leurs *sigla*

Les titres des écrits des auteurs classiques sont abrégés comme dans le dictionnaire de Liddel-Scott-Jones ; la pagination est celle des éditions de référence qui y sont citées. Quand l'édition est différente, elle est identifiée par le nom de son auteur. Les abréviations des titres des écrits mathématiques se comprennent d'eux-mêmes ; la référence aux propositions est faite par livre et numéro, par exemple « *El.* III.15 » pour « Euclide, *Éléments,* Livre III, Proposition 15 ». La *Collectio* de Pappus est citée par livre et chapitre. Les références aux commentateurs d'Aristote sont les pages des volumes correspondants dans la série *Commentaria in Aristotelem Graeca.*

Les autres sources sont citées selon les *sigla* suivants :

AGE : *Apollonii Pergaei quae graece exstant, cum commentariis antiquis*, edidit et latine interpretatus est I. L. Heiberg. 2 vols. Leipzig, Teubner 1891-93.

AOO : *Archimedis opera omnia, cum commentariis Eutocii*, iterum edidit I. L. Heiberg. 3 vols. Leipzig, Teubner 1910-15.

CG : *Les catoptriciens grecs I. Les miroirs ardents*. Textes établis, traduits et commentés par R. Rashed. Paris, Les Belles Lettres 2000.

EE : *Euclidis Elementa*, post I. L. Heiberg edidit E. S. Stamatis. 5 vols. Leipzig, Teubner 1969-1977.

DOO : *Diophanti Alexandrini Opera Omnia cum Graeciis commentariis*, edidit et latine interpretatus est Tannery. 2 vols. Leipzig, B.G. Teubner 1893-1895.

EOO : *Euclidis opera omnia*, ediderunt I. L. Heiberg et H. Menge. Vols. VI-VIII. Leipzig, Teubner 1895-1916.

GG : Grammatici Graeci. 6 vols. Leipzig, B.G. Teubner 1867-1910.

HOO : *Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia.* 5 vols. Leipzig, Teubner 1899-1914.

iA : *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*. Texte établi et annoté par A. Rome. 3 vols. Roma, Biblioteca Apostolica Vaticana 1936.

iE : *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarii*, ex recognitione G. Friedlein. Leipzig, Teubner 1873.

POO : *Claudii Ptolemaei opera quae exstant omnia.* 3 vols. en 5 parts. Stuttgart und Leipzig, Teubner 1898-1998.

Bibliographie

J. Blomqvist 1969, *Greek Particles in Hellenistic Prose*. Lund, CWK Gleerup.

A. Bouché-Leclercq 1899, *L'astrologie grecque*. Paris, E. Leroux.

H.L.L. Busard 1980, Der Traktat *De isoperimetris*, der unmittelbar aus dem Griechischen ins Lateinische übersetzt worden ist, *Mediæval Studies* 52, 61-88.

B. Dodge (trad.) 1970, *The Fihrist of al-Nadîm. A Tenth-century Survey of Muslim Culture*. New York, Columbia University Press.

E. Follieri 1973-4, Un codice di Areta troppo a buon mercato, il *Vat. Urb. gr*. 35, *Archeologia Classica* 25-6, 262-279.

J.-L. Gardies 1991, La proposition 14 du livre V dans l'économie des *Éléments* d'Euclide, *Revue d'Histoire des Sciences* 44, 457-467.

Ch. Graux 1880, *Essai sur les origines du fonds grec de l'Escurial*. Bibliothèque de l'École des Hautes Études, Paris.

Ch.H. Haskins 1912, Further Notes on Sicilian Translations of the Twelfth Century, *Harvard Studies in Classical Philology* 23, 155-166.

Ch.H. Haskins, D.P. Lockwood 1910, The Sicilian Translators of the Twelfth Century and the First Latin Version of Ptolemy's *Almagest*, *Harvard Studies in Classical Philology* 21, 75-102.

J.L. Heiberg 1910, Eine mittelalterliche Übersetzung der Syntaxis des Ptolemaios, *Hermes* 45, 57-66.

J.L. Heiberg 1911, Noch einmal die mittelalterliche Ptolemaios-Übersetzung, *Hermes* 46, 207-216.

C. Henry 1879, *Opusculum de multiplicatione et divisione sexagesimalibus Diophanto vel Pappo attribuendum*. Halis Saxoniae, H.W. Schmidt.

F. Hultsch (éd.) 1876-8, *Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt*. 3 vols. Berlin, Weidmann.

A. Jones 1986, Pappus of Alexandria, *Book 7 of the Collection*. 2 vols. New York/Berlin/Heidelberg/Tokyo, Springer-Verlag.

A. Jones 1990, *Ptolemy's First Commentator*. Transactions of the American Philosophical Society, vol. 80.7. Philadelphia, The American Philosophical Society.

A. Jones 2005, Ptolemy's *Canobic Inscription* and Heliodorus' Observation Reports, *SCIAMVS* 6, 53-97.

J. Jouanna, Pourquoi les plaies circulaires guérissent-elles difficilement ?, in D. Gourevitch (éd.)., *Maladie et Maladies, histoire et conceptualisation.* Mélanges en l'honneur de Mirko Grmek. Genève, Librairie Droz S. A. 1992, 95-108.

W.R. Knorr 1985, Ancient Versions of Two Trigonometric Lemmas, *Classical Quarterly* 35, 362-391.

W.R. Knorr 1989, *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry*. Boston/Basel/Berlin, Birkhäuser.

R. Kühner, B. Gerth 1898-1904, *Ausführliche Grammatik der griechischen Sprache*. 2 vols. Hannover und Leipzig, Verlag Hahnsche Buchhandlung.

L. Labowsky, Manuscripts from Bessarion's Library Found in Milan, *Mediaeval and Renaissance Studies* 5 (1961), 108-131.

E. Maass 1881, Das vaticanische Verzeichniss der Aratcommentatoren, *Hermes* 16, 385-392.

E. Maass 1892, *Aratea*. Berlin, Weidmann.

E. Mayser 1926-1970, *Grammatik der griechischen Papyri aus der Ptolemäerzeit*. 6 vols. Berlin un Leipzig, De Gruyter.

G. Mercati, P. Franchi de' Cavalieri 1923, *Codices Vaticani graeci. Tomus I, Codices 1-329*. Roma, Biblioteca Apostolica Vaticana.

E. Mioni. *Codices graeci manuscripti Bibliothecae Divi Marci Venetiarum. Vol. II. Thesaurus Antiquus, Codices* 300-625. Indici e cataloghi. Nuova serie VI. Roma, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato 1985.

J. Mogenet 1956, *L'introduction à l'Almageste*. Académie Royale de Belgique, Classe des Lettres et des Sciences Morales et Politiques, Mémoires, 2[e] série, Tome 51,2.

J. Mogenet 1962, Une scholie inédite du Vat. gr. 1594 sur les rapports entre l'astronomie arabe et Byzance, *Osiris* 14, 198-221.

J. Mogenet, A. Tihon 1985, *Le "Grand Commentaire" de Théon d'Alexandrie aux Tables Faciles de Ptolémée. Livre I.* Studi e Testi 315. Roma, Biblioteca Apostolica Vaticana.

Ch. Mugler 1959, *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs*. Paris, Klincksieck.

O. Neugebauer 1975, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*. 3 vols. Berlin/Heidelberg/New York, Springer.

M. Richard 1950, ΑΠΟ ΦΩΝΗΣ, *Byzantion* 20, 191-222.

Ch.E. Ruelle 1883, Texte inédit de Domninus de Larisse sur l'arithmétique, avec traduction et commentaire, *Revue de Philologie* 7, 82-92.

K. Saito 1994, Proposition 14 of Book V of the *Elements* – A Proposition that remained a Local Lemma, *Revue d'Histoire des Sciences* 47, 273-282.

E. Schwyzer 1950-1953, *Griechische Grammatik*. 3 vols. München, Beck'sche Verlagsbuchhandlung.

Simplicius 1990, *Commentaire sur les Catégories*, traduction commentée sous la direction de I. Hadot. Fasc. I : *Introduction, première partie (p. 1-9,3 Kalbfleisch)*. Leiden/New York/København/Köln, E.J. Brill.

C.M. Taisbak 1974, Posidonius Vindicated at all Costs? Modern Scholarship versus the Stoic Earth Measurer, *Centaurus* 18, 253-269.

P. Tannery 1894a, Un fragment des Métriques de Héron, *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, t. XXXIX, 13-15, aussi dans Id., *Mémoires Scientifiques*, tome II (1912), n° 53, 447-450.

P. Tannery 1894b, Sur un fragment inédit des Métriques de Héron d'Alexandrie, *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, t. XVIII, 18-22, aussi dans Id., *Mémoires Scientifiques*, tome II (1912), n° 54, 451-454.

A. Tihon 1978, *Le "Petit Commentaire" de Théon d'Alexandrie aux Tables Faciles de Ptolémée: Livre I.* Studi e Testi 282. Roma, Biblioteca Apostolica Vaticana.

G.J. Toomer 1972, The Mathematician Zenodorus, *Greek, Roman and Byzantine Studies* 13, 177-192.

B. Vitrac 2007, Les formules de la "puissance" (δύναμις, δύνασθαι) dans les mathématiques grecques et dans les dialogues de Platon, in *Dynamis. Autour de la puissance chez Aristote*. Textes réunis par M. Crubellier, A. Jaulin, D. Lefebvre, P.-M. Morel. Louvain-la-Neuve/Paris/Dudley (Mass.), Editions Peeters, 73-148.

N.G. Wilson 1973, Three Byzantine Scribes, *Greek, Roman and Byzantine Studies* 14, 223-228.

(Received: March 2, 2010)